भौतिक विज्ञान

Study Material for JEE Main & Advanced preparation

Prepared by Career Point Kota Experts

CAREER POINT

CONTENTS OF THE PACKAGE AT A GLANCE

PHYSICS

Class 11

यांत्रिकी (Part-I)

- अनिवार्य गणित एवं सदिश
- इकाई एवं विमा
- एक विमीय गति
- प्रक्षेप्य गति
- गति के नियम
- घर्षण

यांत्रिकी (Part-II)

- वृत्तीय गति
- कार्य, शक्ति एवं ऊर्जा
- संरक्षण नियम
- घूर्णन गतिकी
- गुरूत्वाकर्षण
- सरल आवर्त गति
- पदार्थो के गुणधर्म
- द्रव यांत्रिकी

ऊष्मा एवं तरगे

- कैलोरीमिति
- गैसों का अणुगति सिद्धान्त
- ऊष्मागतिकी
- ऊष्मा संचरण
- तापीय प्रसार
- अनुप्रस्थ तरंगे
- ध्वनि तरंगें
- डॉप्लर प्रभाव

Class 12

विद्युतगतिकी

[A]

- स्थिर वैद्युतिकी
- गाउस का नियम
- संधारित्र
- वैद्युत धारा

[B]

- धारा का चुम्बकीय प्रभाव
- चुम्बकत्व एवं द्रव्य
- विद्युत चुम्बकीय प्रेरण
- प्रत्यावर्ती धारा
- विद्युत चुम्बकीय तरंगें

प्रकाशिकी

- समतल एवं वक्रीय सतह से परावर्तन
- समतल सतह से अपवर्तन
- प्रिज्म : विचलन तथा विक्षेपण
- वक्रीय सतह से अपवर्तन
- प्रकाश की तरंग प्रकृति : व्यतिकरण
- विवर्तन
- ध्रुवण
- प्रकाशीय उपकरण

आधुनिक भौतिकी

- परमाणु संरचना एवं द्रव्य तंरगे
- नाभिकीय भौतिकी एवं रेडियो सक्रियता
- प्रकाश वैद्युत प्रभाव एवं X.किरणे
- अर्द्धचालक एवं इलेक्ट्रॉनिकी युक्तियाँ
- प्रायोगिक भौतिकी

वैद्युत धारा

This chapter covers the following syllabus

- ओम का नियम
- प्रतिरोधों और सेलों के श्रेणी और समान्तर संयोजन
- किरचॉफ के नियम और जाल में इसके अनुप्रयोग
- संधारित्र का आवेशन व निरावेशन
- धारा के ऊष्मीय प्रभाव

Revision Plan

Prepare Your Revision plan today!

Exercise Sheet को हल करने के बाद, नीचे दिये गये निर्देशों के अनुसार कृपया निम्न सारणी भरें।

A. नीचे दिये गये स्तम्भ A में उन प्रश्नों की संख्या (QN) को लिखिये जिन्हें आप स्वयं हल करने में असमर्थ रहें।

B. स्तम्भ **A** में लिखे गये प्रश्नों को फेकल्टी से पूछने के पश्चात् इन प्रश्नों के हिन्ट व हल अच्छी तरह लिखकर ऐसे रखें कि रिवीजन के समय उन प्रश्नों की संख्या को आसानी से देखा जा सकें।

C. स्तम्भ **B** में उन प्रश्नों की संख्या को लिखें जिन्हें आप महत्वपूर्ण प्रश्न या अच्छे प्रश्न मानते है।

EXERCISE	COLUMN A	COLUMN B
	Questions unable to solve in first attempt	Good or Important questions
Level-1		
Level-2		
Level-3		
Level-4		
Level-5		
Level-6		

Revision Strategy:

जब कभी आप इस अध्याय का रिवीजन करना चाहों, तो निम्न स्टेप का अनुसरण करें .

Step-1: थ्योरी नोट्स का रिवीजन करें।

Step-2: स्तम्भ A के प्रश्नों को हल करें।

Step-3: स्तम्भ B के प्रश्नों को हल करें।

Step-4: Other Question Bank, Problem book के प्रश्न हल करें।

1. वैद्युत धारा

(a) आवेश प्रवाह की दर को धारा कहते है यदि आवेश Δq किसी समय Δt में किसी अनुप्रस्थ काट से गुजरता हो तो औसत धारा

$$I_{av} = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

(b) इसी प्रकार किसी समय 't' पर तात्क्षणिक धारा $I_{in} = \frac{dq}{dt}$

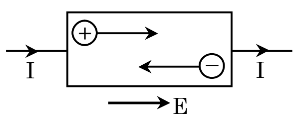
(c) यदि धारा I_{in} का मान एवं दिशा समय के साथ परिवर्तित नहीं होता हो तो इसे दिष्ट धारा कहते है।

(d) धारा सात मूल राशियों में से एक है।

धारा की S.I. ईकाई ऐम्पियर है।

$$1 \text{ ऐम्पियर} = \frac{1 \text{ कूलाम}}{1 \text{ सेकण्ड}}$$

(e) धारा के प्रवाह की दिशा को धनात्मक आवेश के प्रवाह की दिशा में या ऋणात्मक आवेशों की प्रवाह की विपरीत दिशा में लिया जाता है।



(f) किसी चालक में यदि धारा प्रवाहित होती है तो उसके लिए भी आवेश संरक्षण सिद्धान्त मान्य है एवं इसीलिए चालक आवेशित नहीं होता तथा काट क्षेत्र के बदलने पर भी धारा नहीं बदलती।

(g) हालांकि धारा की दिशा होती है फिर भी यह अदिश राशि है।

(i) क्योंकि यह सदिश योग का पालन नहीं करती।

(ii) यह केवल आवेश के प्रवाह की दिशा को बताती है।

(h) धारा उत्पन्न करने के लिए आवेश वाहक एवं ऊर्जा स्त्रेत होना चाहिए

पदार्थ का प्रकार	आवेश वाहक
धातु	मुक्त इलेक्ट्रॉन
अर्द्ध चालक	मुक्त इलेक्ट्रॉन और कोटर
गैस/विद्युत अपघट्य	+ve तथा –ve आयन

NOTE किसी आवेशित चालक के अन्दर वैद्युत क्षेत्र शून्य होता है। लेकिन धारावाही चालक के मध्य वैद्युत क्षेत्र वि.वा.बल के स्त्रेत द्वारा उत्पन्न किया जाता है। इसलिए स्थिर वैद्युतिकी में चालकों का परावैद्युत नियतांक अनन्त होता है लेकिन वैद्युत धारा के लिए नहीं।

Example

आवेशों की वृत्तीय गति पर आधारित

Example. 1

हाइड्रोजन परमाणु में इलेक्ट्रॉन 0.5 Å त्रिज्या की कक्षा में चक्कर लगाता है तथा इसकी चाल 2.2×10^6 m/s है। अतः समतुल्य धारा होगी।

(A) 1.12 mA (B) 4.32 mA
(C) 3.32 mA (D) 7.12 mA

Solution.(A)

$$I = \frac{\text{आवेश}}{\text{समय}} = \text{इलेक्ट्रॉन पर आवेश} \times \text{दोलन की आवृत्ति}$$

$$= e.f. = e.\frac{\omega}{2\pi} = \frac{ev}{2\pi r}$$

Example. 2

एक कुचालक R त्रिज्या की वलय का रेखीय आवेश घनत्व λ है। वलय एक नियत कोणीय वेग ω से घूर्णन करती है। अतः समतुल्य धारा होगी ?

(A) $\lambda R \omega$ (B) $2\pi R\omega / \lambda$
(C) $\frac{\lambda\omega}{2\pi}$ (D) कोई नहीं

Solution.(A)

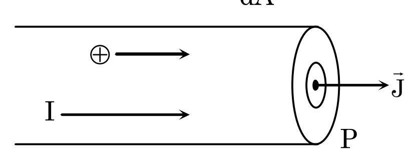
वलय पर कुल आवेश = $2\pi R\lambda$ यदि वलय पर कोई बिन्दु A लिया जाए तो बिन्दु A से प्रत्येक घूर्णन में गुजरने वाले आवेश की मात्र Q = $2\pi R\lambda$ होगी। अतः धारा की परिभाषा से

$$I = \frac{Q}{T} = Q\,f = Q\,\frac{\omega}{2\pi} = 2\pi R\lambda.\,\frac{\omega}{2\pi} = \lambda R\omega$$

2. धारा घनत्व

(a) चालक के प्रति एकांक अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल से गुजरने वाली धारा को धारा घनत्व कहते है। धारा घनत्व एक सदिश राशि होती है तथा इसकी दिशा धारा के प्रवाह की दिशा होती है।

(b) यदि बिन्दु P पर धारा I क्षेत्रफल dA से लम्बवत् गुजरती है तो $\vec{J} = \frac{d\vec{I}}{dA}$



(c) धारा घनत्व की दिशा किसी बिन्दु P पर धनात्मक आवेश के प्रवाह की दिशा होती है।

(d) यदि क्षेत्रफल ΔA धारा ΔI के लम्बवत् नहीं है तथा दोनों एक दूसरे से θ कोण बनाते है तो

$$\vec{J} = \frac{dI}{\text{क्षेत्रफल का लम्बवत् घटक}} = \frac{dI}{dA\cos\theta}$$

$$\Rightarrow dI = JdA\cos\theta \Rightarrow I = \int \vec{J}.d\vec{A}$$

(e) ईकाई, एम्पियर/ मी² और विमा $[M^0 L^{-2} T^0 A]$ है।

(f) आवेश के समरूप प्रवाह की स्थिति में धारा घनत्व को निम्न रूप में दिया जा सकता है।

$$J = \frac{I}{A} = n.e.v_d,$$

यहाँ n = प्रति इकई आयतन आवेश वाहकों की संख्या

A = अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल,

v_d = आवेश वाहकों का अनुगमन वेग

(g) यदि वि. वा. बल का स्त्रेत वैद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ उत्पन्न करता हो तथा चालक की प्रतिरोधकता ρ हो तो चालक के अन्दर किसी भी बिन्दु पर धारा घनत्व

$$\vec{J} = \frac{\vec{E}}{\rho} = \sigma\vec{E} \quad (\sigma = \frac{1}{\rho} = \text{चालकता}).$$

3. धातुओं में धारा प्रवाह की कार्य विधि

(a) किसी चालक के सिरों के मध्य विभवान्तर की अनुपस्थिति में

(i) इसके स्वतंत्र इलेक्ट्रॉन ($n \approx 10^{23}$ per cc.) आदर्श गैस के अणुओं की भाँति व्यवहार करते है।

(ii) यह उच्च ऊष्मीय चाल के साथ क्रिस्टल के अन्दर गति करते है तथा इनकी चाल

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \approx 10^5 \text{ m/s होती है।}$$

(m = इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान)

(iii) धातु जालकों के साथ लगातार टक्कर के कारण ये अनियमित गति करते है। इसलिए किसी भी काट क्षेत्र से आवेशों का कुल प्रवाह शून्य होता है। इसलिए किसी चालक के भीतर धारा का मान शून्य होता है।

(iv) याद रखने योग्य बात है कि दो क्रमागत टक्करों के मध्य लगे समय को 'विश्रान्ति काल' (τ) कहते है एवं इस समयान्तराल में तय किए गए मार्ग को औसत मुक्त पथ (λ) कहते है। τ तथा λ में निम्न संबन्ध है।

$$\tau = \frac{\lambda}{v_{rms}}$$

(b) जब किसी चालक के सिरों के मध्य विभवान्तर आरोपित किया जाता है तो यह एक आन्तरिक विद्युत क्षेत्र उत्पन्न करता है। ($|\vec{E}| = V/L$) वैद्युत क्षेत्र के प्रभाव के कारण इलेक्ट्रॉन एक नियत औसत वेग के साथ ($\vec{E}$ के विपरीत) गति करना शुरू करते है। यह अनुगमन वेग (v_d) कहलाता है। चालक के अन्दर इलेक्ट्रॉनों के अनुगमन के कारण वैद्युत धारा बहना शुरू करती है।

(c) यह दर्शाता है कि $v = u + at$ यहाँ $v = v_d$, u = प्रारम्भिक वेग = 0

$$a = F/m = \frac{eE}{m} \qquad \{F = qE\}$$

$$t = \tau$$

$$v_d = -\frac{eE}{m}.\tau = \frac{eV}{mL}.\tau,$$

जहाँ (–ve) बताता है कि इलेक्ट्रॉन क्षेत्र के विपरित दिशा में चलते है।

यहाँ, $e \rightarrow$ इलेक्ट्रॉन का आवेश

$m \rightarrow$ इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान

$V \rightarrow$ विभवान्तर

$L \rightarrow$ चालक की लम्बाई

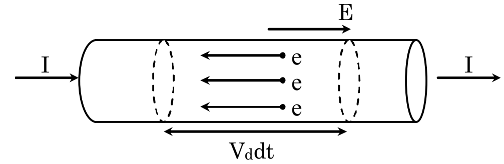
(d) चूंकि $v_{rms} \propto \sqrt{T}$ एवं $\tau \propto \frac{1}{v_{rms}}$ इसलिए $\tau \propto \frac{1}{\sqrt{T}}$

इससे यह साबित होता है कि जैसे–जैसे ताप बढ़ता है विश्रान्ति काल एवं अनुगमन वेग घटता जाता है।

NOTE चूंकि इलेक्ट्रॉनों का अनुगमन वेग बहुत कम होता है ($\approx$ 1mm / sec) इसलिए यह चुम्बकीय प्रभाव ऊष्मीय प्रभाव के लिए जिम्मेदार है।

4. I एवं v_d के मध्य संबन्ध

हम एक A अनुप्रस्थ काट क्षेत्र का बेलनाकार चालक लेते है। यदि इसके स्वतंत्र इलेक्ट्रॉन अनुगमन वेग v_d के साथ गति कर रहें हो तो अतः dt समय में इलेक्ट्रॉन द्वारा तय दूरी v_d dt यदि n एकांक आयतन में इलेक्ट्रॉन की संख्या हो तो $v_d$dt लम्बाई के संगत आयतन में इलेक्ट्रॉन की संख्या n (Av_ddt) यह सभी इलेक्ट्रॉन dt समय में A क्षेत्रफल को पार करते है। अतः A क्षेत्रफल से निकलने वाला आवेश $dQ = n(Av_d\,dt)\,e$



या $I = \frac{dQ}{dt}$

$I = ne\,A\,v_d$ तथा $J = \frac{I}{A} = ne\,v_d$

5. गतिशीलता

(a) एकांक वैद्युत क्षेत्र में इलेक्ट्रॉन द्वारा प्राप्त अनुगमन वेग (स्वतंत्र इलेक्ट्रॉन, होल्स, आयन इत्यादि) को गतिशीलता कहते है। इसे μ से प्रदर्शित करते है।

$\mu = \frac{v_d}{E} = \frac{e\tau}{m}$ $\quad [\because v_d = \frac{eE}{m}\tau]$

(b) यह मापा जाता है $= \frac{m/s}{volt/m} = \frac{(meter)^2}{volt \times sec}$

(c) इसकी विमा है $\mu = \frac{(AT)T}{M} = M^{-1}\,T^2\,A^1$

Example

अनुगमन वेग पर आधारित

Example. 3

एल्यूमिनियम तार का एक सिरा, कॉपर तार के एक सिरे से जोड़ दिया जाता है तथा एल्यूमिनियम एवं कॉपर की त्रिज्याऐं क्रमशः 2.5 mm एवं 2.0 mm है। संयुक्त तार में धारा 6.25 एम्पियर बह रही है। एल्यूमिनियम एवं कॉपर में धारा घनत्व क्रमशः होगा –

(A) 127 A/cm², 200 A/cm²

(B) 126 A/cm², 180 A/cm²

(C) 125 A/cm², 160 A/cm²

(D) 125 A/cm², 180 A/cm²

Solution. (A)

$\because \quad J = I/A = \frac{I}{\pi r^2}$

$\therefore$ एल्यूमिनियम के लिए,

$J = \frac{6.25}{\frac{\pi}{4} \times 2.5^2 \times 10^{-6}} = 127 \times 10^6\ A/m^2$

$= 127\ A/cm^2$

और कॉपर के लिए $J = \frac{6.25}{\frac{\pi}{4} \times 2^2 \times 10^{-6}} = 200\ A/cm^2$

Example. 4

एक 1 mm व्यास का चाँदी का तार 90 कूलॉम आवेश को 1 घण्टे 15 मिनट में ले जाता है। चाँदी में प्रति cm³ में इलेक्ट्रॉन की संख्या 5.8 × 10²⁸ है। तार में धारा (ऐम्पियर) एवं अनुगमन वेग क्रमशः होगा –

(A) 0.02, 2.69×10^{-7} (B) 0.03, 3.69×10^{-7}

(C) 3.2, 2.69×10^{-7} (D) 2.3, 3.69×10^{-7}

Solution. (A)

$\because \quad i = \frac{q}{t} = \frac{90 \text{ कूलाम}}{4500 \text{ सेकण्ड}} = 0.02$ ऐम्पियर

$J = \frac{i}{A} = \frac{i}{\pi r^2} = \frac{0.02\,amp}{\pi(0.05)^2 meter^2}$

$= 2.55 \times 10^4\ amp/m^2$

$v_d = \frac{J}{ne} = \frac{2.55 \times 10^4}{(5.8 \times 10^{28})(1.6 \times 10^{-19})}$

$= 2.69 \times 10^{-7}$ m/sec.

Example. 5

60 परमाणु भार वाले धातु के टुकड़े का अनुप्रस्थ काट, लम्बाई एवं घनत्व क्रमशः $10^{-6}\ m^2$, 1.0 m एवं $5 \times 10^3\ kg/m^3$ है। यदि 16A धारा इससे प्रवाहित की जाए तो एकांक आयतन में इलेक्ट्रॉनों की संख्या एवं अनुगमन वेग क्या होगा यदि प्रत्येक परमाणु एक इलेक्ट्रॉन का योगदान देता हैं (दिया है आवोगाद्रो संख्या = 6×10^{23}/mole है।)

(A) $5 \times 10^{28}/m^3$, 2×10^{-3} m/s

(B) $2.5 \times 10^{28}/m^3$, 1×10^{-3} m/s

(C) $10 \times 10^{28}/m^3$, 3×10^{-3} m/s

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

Solution. (A)

धातु का द्रव्यमान = $A\ell d$ [द्रव्यमान = आयतन x घनत्व]

$\therefore m = 10^{-6} \times 1 \times 5 \times 10^3 = 5 \times 10^{-3}$ kg

द्रव्यमान में परमाणुओं की संख्या 5×10^{-3} kg

$= \frac{Nm}{M} = \frac{(6 \times 10^{23})(5 \times 10^{-3})}{60 \times 10^{-3}} = 5 \times 10^{22}$

$\therefore$ प्रति इकाई आयतन में परमाणुओं की संख्या

$= \frac{5 \times 10^{22}}{10^{-6} m^3} = 5 \times 10^{28}/m^3$

यह मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या भी प्रदर्शित करता है। यदि v_d अनुगमन वेग हो, तो,

$i = neAv_d$ या $v_d = \frac{i}{neA}$

$= \frac{1.6}{(5 \times 10^{28})(1.6 \times 10^{-19})(10^{-6})} = 2 \times 10^{-6}$ m/sec

Example. 6

I = 70A धारा ले जाने वाले ℓ = 1000 मीटर लम्बाई के तार में इलेक्ट्रॉनों का कुल संवेग (N.s में) होगा –

(A) 0.40×10^{-6} (B) 0.20×10^{-6}

(C) 0.80×10^{-6} (D) 0.16×10^{-6}

Solution. (A)

हम जानते है $I = neAv_d$ जहाँ $v_d \rightarrow$ अनुगमन वेग, $n \rightarrow$ इलेक्ट्रॉनों का घनत्व

कुल इलेक्ट्रॉनों की संख्या $N = nA\ell$

इलेक्ट्रॉनों का कुल संवेग (p)

$$= Nmv_d \text{ या } p = (nA\ell m)\frac{I}{neA} = \frac{I\ell m}{e}$$

$$\Rightarrow \quad p = \frac{70 \times 1000 \times 9.3 \times 10^{-31}}{1.6 \times 10^{-19}} = 0.40\mu \text{ N.s}$$

Example

विसर्जन नलिका में धारा पर आधारित

Example. 7

एक 8×10^{-4} m² अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल की विसर्जन नलिका में पर्याप्त उच्च विभव (32 kV) आरोपित किया जाता है। गैस का आयनीकरण होता है एवं इलेक्ट्रॉन धनात्मक सिरे की तरफ एवं धनात्मक आवेश ऋणात्मक सिरे की तरफ गति करते है। हाइड्रोजन विसर्जन नलिका में धारा का मान एवं प्रवाह की दिशा क्या होगी यदि 3×10^{18} इलेक्ट्रॉन एवं 2×10^{18} प्रोटॉन नलिका के अनुप्रस्थ काट से एक सैकण्ड में गुजरते हो।

Solution.

चूँकि धारा आवेश प्रवाह की दर है जिस दिशा मे धनात्मक आवेश गति करता है, तो इलेक्ट्रोनों के कारण धारा होगी

$$I_e = \frac{n_e}{t} \times q_e = 3 \times 10^{18} \times 1.6 \times 10^{-19} = 0.48 \text{ A}$$

धनात्मक से ऋणात्मक इलेक्ट्रोड की दिशा मे (जो कि इलेक्ट्रोन की गति की विपरीत दिशा है) तथा प्रोटोनों के कारण धारा

$$I_p = \frac{n_p}{t} \times q_p = 2 \times 10^{18} \times 1.6 \times 10^{-19} = 0.32 \text{ A}$$

धन से ऋण इलेक्ट्रोड की दिशा में (जो कि प्रोटोनों की दिशा भी है।)

अतः कुल धारा

$I = I_e + I_p = 0.48 + 0.32 = 0.8$ A **Ans.**

विसर्जन नलिका के ऐनोड से कैथोड की ओर

Example

गतिशीलता पर आधारित

Example. 8

दो समान्तर प्लेटों के मध्य हवा को X-किरणों द्वारा आपतित किया जाता है तथा प्लेटों के मध्य दूरी d = 2 cm है, प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल S = 500 cm² है। धनात्मक आवेशों की सान्द्रता ज्ञात करों। यदि V = 100 V विभव I = 3 μA धारा उत्पन्न करता हो हवा के आयनों की चालकता $\mu_+ = 1.37$ cm² V⁻¹ s⁻¹, $\mu_- = 1.91$ cm² V⁻¹ s⁻¹.

Solution.

आयनों की गतिशीलता एकांक विद्युत क्षेत्र में प्राप्त अनुगमन वेग अर्थात् $v_d = \mu E$ है। यदि n_+ धनात्मक आयनों की सान्द्रता तथा n_- ऋणात्मक आयनों की सान्द्रता हो, तो $n_+ = n_-$

$j_+ = +$ आयनों के कारण धारा घनत्व $= v_d^+ n_+ e$

$= (\mu_+ E)\, n_+ e$

$j_- = -$ आयनों के कारण धारा घनत्व $= v_d^- n_- e$

$= \mu_- E n_- e$

$\therefore$ I (कुल धारा) $= S(j_+ + j_-) = SeE(\mu_+ n_+ + \mu_- n_-)$

$\Rightarrow \; I = SneE(\mu_+ + \mu_-) \qquad (\because n_+ = n_- = n)$

$\Rightarrow \; I = SneV(\mu_+ + \mu_-)/d$

$$\Rightarrow \; n = \frac{Id}{S(\mu_+ + \mu_-)eV}$$

यहाँ

$$n = \frac{3 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-2}}{500 \times 10^{-4}(1.37 + 1.91) \times 10^{-4} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 100}$$

$= 2.3 \times 10^{14}$ m⁻³

6. प्रतिरोध

(a) चालक का वह गुण जिसके कारण वह चालक में आवेश प्रवाह का विरोध करता है, प्रतिरोध कहलाता है।

(b) यह गुण न केवल धातुओं में होता है बल्कि अर्ध चालकों एवं इलेक्ट्रॉलाइट पदार्थो में भी होता है।

(c) धातुओं में स्वतंत्र इलेक्ट्रॉनों के अनुगमन में बाधा के कारण प्रतिरोध उत्पन्न होता है।

✦ ओम का नियम

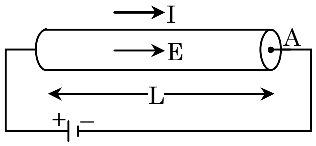
यदि चालक की भौतिक अवस्था में कोई परिवर्तन नहीं किया जाए तो धारा का मान आरोपित विभवान्तर के समानुपाती होता है।

i.e. $V \propto I$

$V = RI$

जहाँ R एक नियतांक है जिसे चालक का विद्युत प्रतिरोध कहते है

सत्यापन



हम जानते है कि

$I = nev_dA$ तथा $v_d = \frac{eE}{m}\tau = \frac{eV}{mL}\tau$

इस प्रकार $I = \frac{ne^2\tau}{m} A \frac{V}{L}, V = \left[\left(\frac{m}{ne^2\tau}\right)\frac{L}{A}\right] I$

$V = RI$ के साथ तुलना पर, दिये गये चालकों का प्रतिरोध

$$R = \left(\frac{m}{ne^2\tau}\right)\frac{L}{A}$$

जहाँ, $m \rightarrow$ इलेक्ट्रोनों का द्रव्यमान,

$e \rightarrow$ इलेक्ट्रॉनों का आवेश,

$n \rightarrow$ प्रति इकाई आयतन में मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या

$L \rightarrow$ चालक की लम्बाई

$A \rightarrow$ धारा प्रवाह के लम्बवत् अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल

NOTE

(1) ओम के नियम का $\vec{J} = \frac{\vec{E}}{\rho}$; के रूप में भी लिखा जा सकता है। जहाँ $\rho = \frac{m}{ne^2\tau}$ प्रतिरोधकता कहलाती है।

(2) JEE के लिए यह संबन्ध अत्यधिक महत्वपूर्ण है क्योंकि इस पर कई प्रश्न बन सकते है।

(a) प्रतिरोध की S.I इकाई ओम है एवं इसकी विमा $[M^1 L^2 T^{-3} A^{-2}]$ है।

(b) चूंकि $\rho = R\frac{A}{L}$, इसलिए प्रतिरोधकता की S.I इकाई ओम मीटर एवं इसकी विमा $[ML^3T^{-3}A^{-2}]$ है।

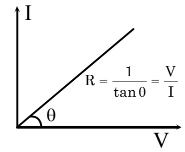
(c) राशि $\left(\frac{1}{R}\right)$ को चालकता (C) कहा जाता है।

(d) इसी प्रकार राशि $\left(\frac{1}{\rho}\right)$ विशिष्ट चालकता कहलाती है तथा इसकी इकाई म्हो या सीमन होती है।

(e) विशिष्ट प्रतिरोध या विशिष्ट चालकता केवल पदार्थ की प्रकृति एवं उसके ताप पर निर्भर करती है। तापमान में वृद्धि से प्रतिरोधकता बढ़ती है एवं विशिष्ट चालकता घटती है।

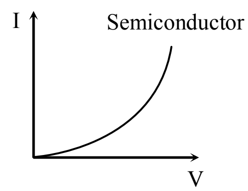
✦ मुख्य बिन्दु

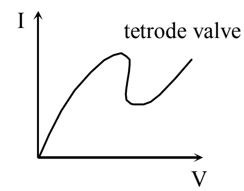
(a) एक चालक युक्ति ओम के नियम का पालन करती है यदि इसकी भौतिक अवस्था अपरिवर्तित रहे। इस अवस्था में I तथा V के मध्य ग्राफ सीधी रेखा होती है जो कि मूल बिन्दु से गुजरती है। इस प्रकार का चालक (जैसे धातु, मिश्र धातु) को ऑमिक चालक कहते है जो कि I - V वक्र के व्युत्क्रम के बराबर होती है।



(b) आमिक चालक का प्रतिरोध आरोपित विभव पर निर्भर नहीं करता इसलिए यह स्थैतिक प्रतिरोध कहलाता है।

(c) दूसरे पदार्थो के लिए जैसे गैसों के लिए, अर्द्धचालकों के लिए, वैद्युत अपघट्य के लिए I-V वक्र एक सीधी रेखा नहीं है। इसलिए यह अओमीय (nonohmic) चालक कहलाते है।





(d) इस प्रकार अओमीय चालकों के लिए स्थैतिक प्रतिरोध R ज्ञात नहीं किया जा सकता क्योंकि वक्र के भिन्न–भिन्न बिन्दुओं पर झुकाव भिन्न–भिन्न होता है।

(e) इसलिए ऐसे पदार्थो के लिए हम गतिक प्रतिरोध (r) परिभाषित करते है। इसे किसी दिए गए विभव के लिए विभव में परिवर्तन के साथ धारा में परिवर्तन के अनुपात द्वारा दिया जाता है। इसे ओम में मापा जाता है।

$$r = \frac{\Delta V}{\Delta I}$$

(f) ध्यान रहे कि स्थैतिक प्रतिरोध R का मान ऋणात्मक नहीं होता किन्तु गतिक प्रतिरोध r का मान ऋणात्मक हो सकता है (as in case of tetrode value)

✦ धातुओं एवं मिश्र धातुओं के प्रतिरोध को प्रभावित करने वाले कारक

हम जानते है कि

$$R = \frac{m}{ne^2\tau}\cdot\frac{\ell}{A}, \tau = \frac{\lambda}{v_{rms}} \text{ तथा } v_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

अतः हम यह निष्कर्ष निकाल सकते है कि दिए गये धात्विक या मिश्रधातुऐं चालक का प्रतिरोध निम्न बातों पर निर्भर करता है :

(a) चालक की लम्बाई पर ($\because R \propto L$)

(b) चालक के अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल पर

($\because R \propto \frac{1}{A} \propto \frac{1}{r^2}$)

(c) पदार्थ की प्रकृति पर ($\because R \propto \frac{1}{n}$)

(d) ताप पर ($R \propto \frac{1}{\tau}$ तथा $\tau \propto \frac{1}{\sqrt{T}}$)

जितना ज्यादा तापमान होगा उतना ही कम विश्रान्ति काल होगा एवं उतना ही ज्यादा प्रतिरोध होगा।

NOTE **(1)** कुछ किताबों में प्रतिरोध को $R = \frac{ne^2\tau}{2m}\frac{\ell}{A}$ के रूप में व्युत्पन्न किया गया है न कि उपरोक्त के अनुसार। विद्यार्थीयों को यह सलाह दी जाती है कि वह चिंतित या भ्रमित न हो क्योंकि यह प्रतिरोध n, L, A व τ के साथ सम्बन्ध को प्रभावित नहीं करता।

(2) किसी चालक का प्रतिरोध ज्ञात करते समय आपको अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल के बारे में सचेत रहना चाहिए। केवल वही अनुप्रस्थ काट काम में ली जाती है जो धारा प्रवाह की लम्बवत् दिशा में हैं। [देखें उदाहरण 9 तथा 10]

Example

प्रतिरोध पर आधारित

Example. 9

चित्र में दिखाऐं गए ब्लॉक की प्रतिरोधकता ρ है। ब्लॉक का प्रतिरोध क्या होगा यदि बैटरी को ब्लॉक के निम्न सिरों के मध्य जोड़ा जाए।

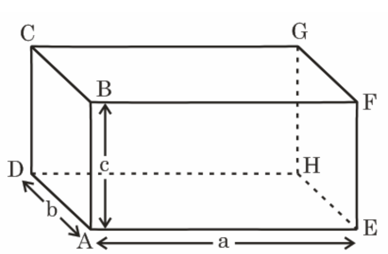
(a) ABCDA तथा EFGHE तलों के मध्य

(b) CBFGC तथा ADHEA तलों के मध्य

Solution.

(a) इस स्थिति में फलक के अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल जो धारा के लम्बवत् है bc है, जबकि लम्बाई a है।

$$R = \rho\frac{L}{A} = \frac{\rho a}{bc}$$



(b) इसी प्रकार A = ab तथा L = c

अतः $R = \rho\frac{c}{ab}$

Example. 10

चित्रानुसार एक बेलनाकार ट्यूब की आन्तरिक त्रिज्या a एवं बाह्य त्रिज्या b है। ट्यूब का प्रतिरोध (a) इसके सिरों के मध्य (b) आन्तरिक व बाह्य सतह के मध्य [पदार्थ की प्रतिरोधकता ρ है।]

Solution.

(a) वैद्युत चालन की स्थिति में चालक के अन्दर के बिन्दुओं पर तीव्रता निम्न संबन्ध द्वारा दी जाती है।

$$J = \sigma E$$

अर्थात्, $E = \rho J$ [as $\sigma = (1/\rho)$] ... (1)

जैसा कि यहाँ धारा एवं क्षेत्र नली के अक्ष के समान्तर है। माना कि नली कई समाक्षीय कटी हुई चकतीयों से मिलकर बनी है। माना कि डिस्क की मोटाई dx है तथा यह एक सिरे से x दूरी पर है। हम जानते है कि

$$E = -\frac{dV}{dx} \text{ और } J = \frac{I}{\pi(b^2 - a^2)}$$

[as $S = \pi(b^2 - a^2)$]

समीकरण (1) हो जायेगी

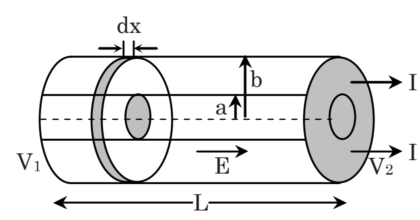
$$-\frac{dV}{dx} = \rho\frac{I}{\pi(b^2 - a^2)}$$

अर्थात्, $-\int_{V_1}^{V_2} dV = \int_0^L \frac{\rho I\, dx}{\pi(b^2 - a^2)}$

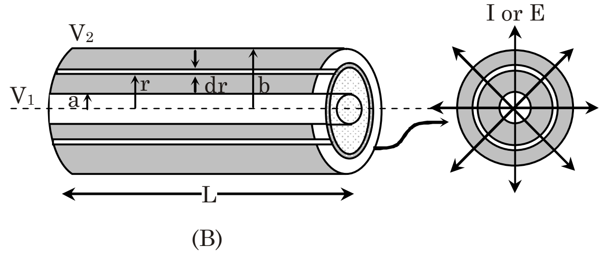
या $V = (V_1 - V_2) = \frac{\rho LI}{\pi(b^2 - a^2)}$

इसलिए $R = \frac{V}{I} = \frac{\rho L}{\pi(b^2 - a^2)}$

Ans.



(A)



(B)

(b) जैसा कि यहाँ क्षेत्र त्रिज्यीय है। माना कि नली कई संकेन्द्रीय बेलनाकार नलीयों से मिलकर बना है। माना कि किसी एक की त्रिज्या r एवं मोटाई dr है। हम जानते है कि

$$E = -\frac{dV}{dr} \text{ तथा } J = \frac{I}{2\pi rL} \quad [\text{यहाँ } S = 2\pi rL]$$

इस स्थिति में समीकरण (1) होगी।

$$-\frac{dV}{dr} = \frac{\rho I}{2\pi rL}$$

अर्थात्, $-\int_{V_1}^{V_2} dV = \int_a^b \frac{\rho I\, dr}{2\pi rL}$

या $V = (V_1 - V_2) = \frac{\rho I}{2\pi L} \log_e\left[\frac{b}{a}\right]$

इस प्रकार $R = \frac{V}{I} = \frac{\rho}{2\pi L}\log_e\left[\frac{b}{a}\right]$ **Ans.**

✦ **महत्वपूर्ण परिणाम**

(a) किसी तार को खिंचने पर इसके प्रतिरोध पर प्रभाव

(i) यदि तार की लम्बाई बदल दी जाए

$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\ell_1^2}{\ell_2^2}$ द्रव्यमान अपरिवर्तनीय रहेगा

$(\ell_1 A_1 = \ell_2 A_2)$

(ii) यदि तार की त्रिज्या बदल दी जाए

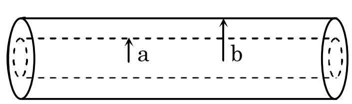
$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{r_2^4}{r_1^4}$$

(b) यदि चालक तार को इसकी वास्तविक लम्बाई से n गुना खिंच दिया जाए तो इसके प्रतिरोध का मान n^2 गुना हो जाएगा।

(c) यदि किसी चालक को इस तरह से खीचा जाए कि इसकी त्रिज्या $1/n^{th}$ गुना हो जाए तो तार का प्रतिरोध n^4 गुना हो जाएगा।

(d) लम्बाई में प्रतिशत परिवर्तन का प्रभाव

माना कि L लम्बाई का तार है, अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A ($= \pi r^2$) है। यदि द्रव्यमान एवं घनत्व किसी तार के क्रमशः m तथा d हो तो इसका प्रतिरोध होगा –



$R = \rho\frac{\ell}{A}$ [ρ = पदार्थ की प्रतिरोधकता]

$R = \frac{\rho d}{m}\ell^2$ [∵ A ℓ d = तार का द्रव्यमान]

$R = k\,.\,\ell^2$ $\left[\frac{\rho d}{m} = \text{नियतांक}\right]$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\ell^2\left[1+\frac{x}{100}\right]}{\ell^2}$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 = \ell \\ \ell_2 = \ell \text{ से x\% अधिक} = \ell\left[1+\frac{x}{100}\right] \end{bmatrix}$$

इस प्रकार प्रतिरोध में प्रतिशत परिवर्तन

$$\frac{R_2 - R_1}{R_1} \times 100 = \frac{\left[1+\frac{x}{100}\right]^2 - 1}{1} \times 100 \approx 2x\ \%$$

[द्विपद प्रमेय से]

NOTE अतः हम निष्कर्ष निकाल सकते है कि यदि तार की लम्बाई को x% से बढ़ाया जाए तो इसका प्रतिरोध 2x % से बढ़ जाता है। लेकिन यह तभी सत्य है जब x < 5% यदि लम्बाई में परिवर्तन 5% से ज्यादा है तो विद्यार्थियों को सलाह दी जाती है कि द्विपद प्रसार का लगभग नहीं ले। [see example 11(a) & (b)]

Example

प्रतिरोध में परिवर्तन पर आधारित

Example. 11

यदि किसी तार की लम्बाई में प्रतिशत परिवर्तन (a) 0.1 % व (b) 20% से किया जाए तो इसके प्रतिरोध में प्रतिशत परिवर्तन ज्ञात करो।

Solution.

(a) ऊपर बताये अनुसार (put x = 0.1) प्रतिरोध में प्रतिशत परिवर्तन

$$= \frac{R_2 - R_1}{R_1} \times 100\ \%$$

$$= \left\{\left[1+\frac{0.1}{100}\right]^2 - 1\right\} \times 100 \approx 0.2\%$$

(b) प्रतिशत परिवर्तन

$R = \left\{\left(1+\frac{20}{100}\right)^2 - 1\right\} \times 100$, x = 20 रखने पर

$$= \{(1.2)^2 - 1\} \times 100 = [1.44 - 1] \times 100 = 44\%$$

चूंकि लम्बाई में प्रतिशत परिवर्तन 20% है तो प्रतिरोध में प्रतिशत वृद्धि 40 % नहीं है किन्तु 44 % है।

Example. 12

यदि 1.cc कॉपर के तार का प्रतिरोध 2.46 Ω हो तथा तार का व्यास 0.32 mm तो तार का विशिष्ट प्रतिरोध ज्ञात करो।

(A) 1.59×10^{-6} ohm. cm

(B) 2.32×10^{-6} ohm. cm

(C) 3.59×10^{-6} ohm. cm

(D) 1.59×10^{-8} ohm. cm

Solution. (A)

$$\text{तार की लम्बाई} = \frac{\text{आयतन}}{\text{क्षेत्रफल}} = \frac{1}{3.14 \times (0.016)^2}$$

$$\rho = \frac{RA}{\ell} = \frac{(2.46)3.14 \times (0.016)^2}{\left(\frac{1}{3.14 \times (0.016)^2}\right)}$$

$= 1.59 \times 10^{-6}$ ohm. cm

धातु से बने किसी भी आकृति के तार का ρ समान होगा।

Example. 13

ℓ लम्बाई के तार के टुकड़ों का अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A एवं प्रतिरोध R है। इस तार को 2ℓ लम्बाई तक खिंचा जाता है। अतः तार का नया प्रतिरोध होगा –

(A) 2R (B) 4R

(C) R/2 (D) अपरिवर्तित रहेगा

Solution. (B)

$R = \frac{\rho\ell}{A}$ तथा $R' = \frac{\rho(2\ell)}{A'}$,

ρ = विशिष्ट प्रतिरोध

$$\therefore \frac{R'}{R} = \left(\frac{2\ell}{\ell}\right)\left(\frac{A}{A'}\right)$$

इसप्रकार $A\ell = A'(2\ell)$ [आयतन संरक्षित रहता है]

$\Rightarrow A/A' = 2$

$\therefore \frac{R'}{R} = 4$ या $R' = 4R$

Example. 14

ℓ लम्बाई के तार के टुकड़े का प्रतिरोध R एवं त्रिज्या r है। इस तरह खिंचा जाता है कि इसकी त्रिज्या (r/2) हो जाती है। इसका नया प्रतिरोध होगा –

(A) 2R (B) 4R (C) 8R (D) 16R

Solution. (D)

दिये गये तार का आयतन अपरिवर्तित रहता है अतः

$A\ell = A'\ell'$ या $(A'/A) = (\ell/\ell')$

$R = \rho\frac{\ell}{A}$ और $R' = \frac{\rho\ell'}{A'}$

$$\therefore \frac{R'}{R} = \frac{A}{A'}\frac{\ell}{\ell'} = \left(\frac{A}{A'}\right)^2$$

$$\therefore \frac{R'}{R} = \left(\frac{\pi r^2}{\pi r'^2}\right)^2 = 16 \qquad [\because r' = \frac{r}{2}]$$

$\Rightarrow R' = 16R$

Example. 15

यदि तार का प्रतिरोध 50π है तो V तथा I के मध्य ग्राफ होगा -

(A) मूल बिन्दु से होकर जाने वाली सरल रेखा

(B) परवलय

(C) अतिपरवलय

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

Solution. (D)

$V = IR \Rightarrow \log V = \log I + \log R$

यह सरल रेखा है किन्तु मूल बिन्दु से नहीं गुजरती ह

Example. 16

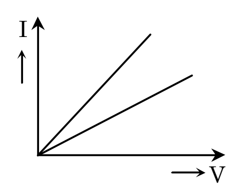
दो दिए गए भिन्न–भिन्न तापों T_1 तथा T_2 पर धारा एवं विभव का ग्राफ दिया गया है। तो कौनसा सत्य है।

(A) $T_1 = T_2$ (B) $T_1 > T_2$

(C) $T_1 < T_2$ (D) उपरोक्त में से कोई नही

Solution. (C)

I - V वक्र का ढाल



$$\frac{1}{V} = \frac{1}{R}$$

अर्थात ढाल $\propto \frac{1}{R}$

T_1 ताप पर वक्र का ढाल T_2 ताप पर वक्र के ढाल से अधिक होता है।

$\therefore$ T_2 पर प्रतिरोध > T_1 पर प्रतिरोध

धात्विक तार के लिए प्रतिरोध R ताप वृद्धि के साथ बढ़ता हैं।

अतः $T_2 > T_1$.

✦ प्रतिरोध एवं प्रतिरोधकता की तापक्रम पर निर्भरता

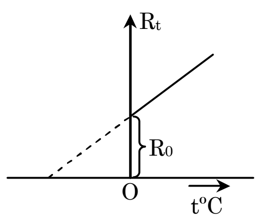
(a) जैसा कि हम पहले अध्ययन कर चुके है कि प्रतिरोध एवं विशिष्ट प्रतिरोध दोनों ताप के साथ बदलते है। यह परिवर्तन प्रतिरोध के ताप गुणांक के आधार पर समझाया जा सकता है।

(b) तापमान में एकांक वृद्धि से प्रतिरोध में होने वाली भिन्नात्मक वृद्धि को ताप गुणांक कहा जाता है। इसे α द्वारा प्रदर्शित किया जाता है एवं $^{\circ}C^{-1}$ या K^{-1} में मापा जाता है।

$$\alpha = \frac{\Delta R}{E} \times \frac{1}{\Delta \theta}$$, इसलिए

$\Delta R = R\,\alpha\,\Delta\theta$.

यदि R_t एवं R_0 चालक के क्रमशः $t^{\circ}C$ तथा $0^{\circ}C$ पर तापमान हो तो



$R_t - R_0 = R_0\,\alpha\,(t - 0)$

$R_t = R_0\,[1 + \alpha\, t]$

जहाँ $\alpha = 0^{\circ}C$ पर गुणांक

यदि $t_1^{\circ}C$ पर ताप गुणांक α एवं प्रतिरोध R_1 हो तो किसी दूसरे तापमान t_2 पर प्रतिरोध होगा।

$R_2 = R_1\,[1 + \alpha\,(t_2 - t_1)]$

उपरोक्त निर्णयों से यह स्पष्ट है कि –

(i) प्रतिरोध ताप के साथ रेखीय रूप में बदलता है यदि α नियत है।

(ii) $\alpha_{metals} = +\,ve$

$\alpha_{alloys} = 0$

$\alpha_{electrolyte} = -\,ve$

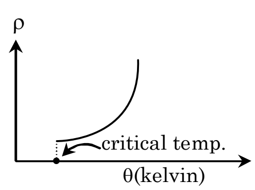
(c) प्रतिरोधकता का ताप गुणांक ताप के साथ निम्नानुसार बदलता है।

$\rho = \rho_0\,[1 + \alpha\,\Delta\theta + \beta\,(\Delta\theta)^2 + ...]$

जहाँ α व β प्रतिरोधकता के ताप गुणांक है.

यदि $\Delta\theta$ छोटा होता है $\rho = \rho_0\,[1 + \alpha\,\Delta\theta]$

(d) ग्राफीय निरूपण चित्रनुसार दिया जा सकता है :



(e) क्रांतिक ताप पर प्रतिरोधकता एकदम शून्य हो जाती है। इस घटना को अति चालकता कहते है।

Example

तापमान के प्रभाव पर आधारित

✍ Example. 17

किसी पदार्थ की प्रतिरोधकता एवं प्रतिरोधक ताप गुणांक किसी ताप T_0 पर क्रमशः ρ_0 तथा α है। सिद्ध करो कि किसी चालक की प्रतिरोधकता तापमान T पर $\rho = \rho_0\,[1 + \alpha\,(T - T_0)]$ होगी तथा $T - T_0$ राशि छोटी है।

Solution.

प्रतिरोधकता के ताप गुणांक की परिभाषा से

$$\frac{d\rho}{\rho\, dT} = \alpha \Rightarrow \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{d\rho}{\rho} = \int_{T_0}^{T} \alpha\, dT$$

$$\ell n\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) = \alpha\,(T - T_0)$$

$$\rho = \rho_0\, e^{\alpha(T-T_0)}$$

e^x का प्रसार काम में लेने पर, $= 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + ...$

जहाँ $x = T - T_0$, चूंकि $T - T_0$ छोटा है, अतः हम इसके उच्च पदों को नगण्य मान सकते है।

इसलिए $e^{\alpha(T-T_0)} = 1 + \alpha\,(T - T_0)$

अतः $\rho = \rho_0\,[1 + \alpha\,(T - T_0)]$

Example

ताप गुणांक पर आधारित

✍ Example. 18

किसी चालक के प्रतिरोध का ताप गुणांक 0°C पर 0.0125/ °C है। इसका प्रतिरोध 300 K पर R है। किस ताप पर यह 2R हो जाएगा ?

Solution.

गलत विधि :

दिया है $0^{\circ}C$ ताप पर $\alpha = 0.0125\ ^{\circ}C^{-1}$

$T_1 = 300\ K = 27^{\circ}C \quad R_1 = R$

$T_2 = ? \qquad R_2 = 2R$

$R_2 = R_1\,[1 + \alpha\,(T_2 - T_1)]$

$2R = R\,[1 + 0.0125\,(T_2 - 27)]$

यह हल करने पर

$t_2 = 107°C = 380$ K.

यह सही तरीका नहीं है, सही सूत्र है।

$R_t = R_0 [1 + \alpha (t - 0)]$

जहाँ $R_0 = 0°C$ पर प्रतिरोध

सही विधि :

$R_2 = R_0 [1 + \alpha (t_2 - \theta)]$

$2R = R_0 [1 + 0.0125 (t_2)]$ ...(1)

$R_1 = R_0 [1 + 0.0125 (t_1)]$

$R = R_0 [1 + 0.0125 (t_1)]$ ...(2)

समीकरण (1) व (2) से $\frac{R}{2R} = \frac{R_0[1+0.0125\,t_1]}{R_0[1+0.0125\,t_2]}$

$t_1 = 27°C$ रखने पर

$\Rightarrow t_2 = 134°C = 407$ K

NOTE यदि किसी आंकिक प्रश्न में यदि उस ताप का कोई वर्णन नहीं किया गया है जिस पर α दिया गया है तो सूत्र $R_2 = R_1 [1 + \alpha(t_2 - t_1)]$ काम में लिया जा सकता है। प्राप्त उत्तर लगभग सही होगा।

Example. 19

किसी भी ताप पर t_1 °C पर दो प्रतिरोध R_1 तथा R_2 के ताप गुणांक क्रमशः α_1 तथा α_2 है। उनके तुल्य प्रतिरोध का ताप गुणांक क्या होगा जब वह -

(a) श्रेणी क्रम में है (b) समान्तर क्रम में है

माना α_1 तथा α_2 तापमान के साथ नियत रहते है

Solution.

(a) श्रेणी क्रम संयोजन में

At t_1°C, $R = R_1 + R_2$

At t_2°C $R' = R_1' + R_2'$

$= R_1 [1 + \alpha_1 (t_2 - t_1)] + R_2 [1 + \alpha_2 (t_2 - t_1)]$

$= R_1 + R_2 + (R_1\alpha_1 + R_2\alpha_2) (t_2 - t_1)$

यदि श्रेणीक्रम की तुल्यता का तापगुणांक α_s हो, तो

$R' = R [1 + \alpha_s (t_2 - t_1)] = (R_1 + R_2) [1 + \alpha_s (t_2 - t_1)]$ या,

$R_1 + R_2 + (R_1\alpha_1 + R_2\alpha_2) (t_2 - t_1)$

$= R_2 + R_1 + (R_1 + R_2) \alpha_s (t_2 - t_1)$

$\alpha_s = \frac{R_1\alpha_1 + R_2\alpha_2}{R_1 + R_2}$ **Ans.**

(b) समान्तर संयोजन में

At t_1°C, $R = \frac{R_1\,R_2}{R_1 + R_2}$

At t_2°C, $R' = \frac{R_1'\,R_2'}{R_1' + R_2'}$

$= \frac{R_1[1+\alpha_1(t_2-t_1)]R_2[1+\alpha_2(t_2-t_1)]}{R_1 + R_2 + (R_1\alpha_1 + R_2\alpha_2)(t_2 - t_1)}$ ...(1)

यदि समान्तर क्रम की तुल्यता का तापगुणांक α_p हो, तो

$R' = R [1 + \alpha_p (t_2 - t_1)]$ ...(2)

जहाँ $R = \frac{R_1\,R_2}{R_1 + R_2}$

समीकरण (1) व (2) से

$$\frac{R_1\,R_2[1+\alpha_p\Delta t]}{R_1 + R_2} = \frac{R_1\,R_2[1+\alpha_1\Delta t][1+\alpha_2\Delta t]}{R_1 + R_2\left[1 + \frac{R_1\alpha_1 + R_2\alpha_2}{R_1 + R_2}\Delta t\right]}$$

put $t_2 - t_1 = \Delta t$

$$1 + \alpha_p\,\Delta t = \frac{[1 + (\alpha_1 + \alpha_2)\Delta t + \alpha_1.\alpha_2.\Delta t^2]}{1 + \frac{R_1\alpha_1 + R_2\alpha_2}{R_1 + R_2}.\Delta t},$$

$(\alpha_1 \,.\, \alpha_2\,\Delta t^2)$ पद हटाने पर

$$1 + \alpha_p\,\Delta t = \frac{1 + (\alpha_1 + \alpha_2)\Delta t}{1 + \frac{R_1\alpha_1 + R_2\alpha_2}{R_1 + R_2}.\Delta t}$$

$$1 + \alpha_p\,\Delta t + \frac{(R_1\alpha_1 + R_2\alpha_2)\Delta t}{R_1 + R_2} + \left[\frac{R_1\alpha_1 + R_2\alpha_2}{R_1 + R_2}\right]\alpha_p\,\Delta t^2 = 1 + (\alpha_1 + \alpha_2)\,\Delta t$$

पुनः प्राप्त उच्च पद को हटाने पर

$$1 + \alpha_p\,\Delta t + \frac{(R_1\alpha_1 + R_2\alpha_2)\Delta t}{R_1 + R_2} = 1 + (\alpha_1 + \alpha_2)\,\Delta t$$

इस प्रकार

$$\alpha_p\Delta t = \left[\alpha_1 + \alpha_2 - \frac{R_1\alpha_1 + R_2\alpha_2}{R_1 + R_2}\right]\Delta t$$

$$\Rightarrow \alpha_p = \frac{R_1\alpha_2 + R_2\alpha_1}{R_1 + R_2}$$

Example

विविधता पर आधारित

Example. 20

दो समान a त्रिज्या की गेंदे समरूप कम चालक माध्यम में रखी गई है जिसकी प्रतिरोधकता ρ है। दोनों गेन्दों के मध्य प्रतिरोध ज्ञात करो जबकि दोनों गेंदों के मध्य दूरी उनके आकार की तुलना में काफी ज्यादा है।

Solution.

माना कि दोनों गेंदों को क्रमशः +q तथा –q आवेश दिया गया है। चूंकि गेन्दे एक दूसरे से काफी दूरी पर है। प्रत्येक गेंद की सतह के पास वैद्युत क्षेत्र उसके पास वाले गेन्द पर आवेश के कारण होगा एवं इस आवेश को इसकी सतह पर समान रूप से वितरित माना जा सकता है। एक संकेन्द्रीय गोले से इस गेन्द को जो कि ठीक इसकी सतह के पास है, के लिए धारा का समीकरण लिखने पर

$$i = 4\pi a^2 j$$

जहाँ j धारा घनत्व है

ओम के नियम से

$$J = \frac{E}{\rho},$$

जहाँ $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a^2}$

$$i = 4\pi a^2 j = 4\pi a^2 \frac{E}{\rho} = 4\pi a^2 \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{a^2}\frac{1}{\rho} = \frac{q}{\varepsilon_0\rho}$$

यदि गेंदों की बीच विभवान्तर V है, तो

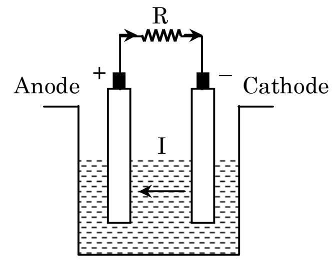
$V = V_+ - V_- = \frac{+q}{4\pi\varepsilon_0 a} - \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 a} = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 a}$, किन्तु ओम के नियम से $R = \frac{V}{I} = \frac{\rho}{2\pi a}$

7. सेल या EMF का स्त्रोत

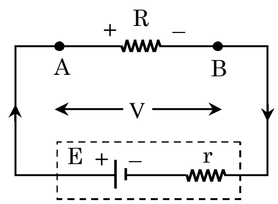
(a) इस युक्ति के द्वारा रासायनिक ऊर्जा को विद्युत ऊर्जा में बदला जा सकता है। कई तरह के emf स्त्रेत उपलब्ध है जैसे इलेक्ट्रॉरासायनिक सेल, सोलर सेल, उष्मीय वैद्युत युग्म, डायनेमो इत्यादि, हॉलाकि हमारा ध्यान सिर्फ वैद्युत रासायनिक सेल पर रहेगा।

(b) वैद्युत रासायनिक सेल (ECC) रासायनिक ऊर्जा को वैद्युत ऊर्जा में रूपान्तरित करते है। परिपथ या परिपथ तत्वों के मध्य विभवान्तर उत्पन्न करना सेल का मुख्य काम है।

(c) सेल में दो विभिन्न पदार्थो के दो इलेक्ट्रॉड होते है। जो कि वैद्युत अपघट्य पदार्थ में डुबे हुए होते है। वैद्युत रासायनिक अभिक्रियाओं के कारण धनात्मक आवेश ऐनोड पर जबकि ऋणात्मक आवेश कैथोड पर एकत्रित हो जाता है।



Cell



Equivalent Circuit

(d) जब एक बाह्य प्रतिरोध को इलेक्ट्रॉड के सिरों के मध्य लगाया जाता है तो इलेक्ट्रॉडों के मध्य धनात्मक आवेश ऐनोड़ से कैथोड़ की तरफ प्रवाहित होते है। जैसा कि आवेश संरक्षित है अतः इतना ही आवेश कैथोड़ से ऐनोड़ की तरफ सेल के आन्तरिक परिपथ में बहेगा।

(e) आन्तरिक परिपथ धारा +ve तथा –ve आयनों की तरफ प्रवाहित होगी किन्तु बाह्य परिपथ में यह धारा तत्वों (धातु अर्द्धचालक या गैस इत्यादि) पर निर्भर करती है।

✦ **सेल में काम आने वाली मुख्य राशियाँ**

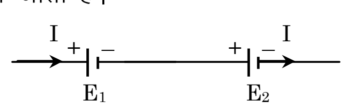
(a) वैद्युत वाहक बल (EMF) :

धनात्मक आवेश को पूरे परिपथ में एक चक्कर लगवाने में किया गया कार्य $E = \frac{W}{q}$

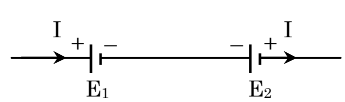
(i) इसे जूल/कूलाम या वोल्ट में मापा जाता है।

(ii) सेल के विद्युत वाहक बल का मान उसके इलेक्ट्रॉडों जब वैद्युत अपघट्य की प्रकृति पर निर्भर करता है। तथा यह दिए गये इलेक्ट्रॉड एवं वैद्युत अपघट्य के लिए नियत होता है। जैसे कि लेक्लांशी सेल का विद्युत वाहक बल 1.45 जबकि शुष्क सेल का विद्युत वाहक बल 1.5 V होता है। यह सेल, सेल के आकार एवं आकृति पर निर्भर नहीं करता।

(iii) यदि सेल को परिपथ में इस प्रकार रखा जाए कि धारा ऐनोड़ से कैथोड़ की तरफ बहे तो इसके emf को धनात्मक अन्यथा इसे ऋणात्मक लिया जाता है।



$E = E_1 + E_2$

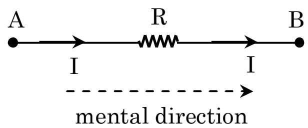


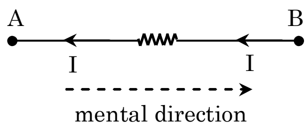
$E = E_1 - E_2$

(b) विभवान्तर (V) :

(i) परिपथ में किन्ही दो बिन्दुओं के मध्य विभवान्तर धनात्मक आवेश को एक बिन्दु से दूसरे बिन्दु तक ले जाने में किया गया कार्य होता है। इसका मान दोनों बिन्दुओं के मध्य प्रतिरोध एवं प्रवाहित धारा के गुणनफल के बराबर होता है।

i. e., $V = I R$

(ii)




किन्ही दो बिन्दुओं के मध्य विभवान्तर ज्ञात करते समय (माना Aएवं B) हम किसी भी दिशा में गति करते है। यदि धारा हमारे चलने की दिशा में बह रही है तो गुणनफल (+ I R) को धनात्मक लिया जाता है। यदि धारा हमारे चलने कि दिशा के विपरीत बह रही है तो इसे ऋणात्मक लिया जाता है। (– I R) ऊपर दर्शाये अनुसार –

$V_A - I R = V_B$

$\Rightarrow \quad V_A - V_B = I R$

[I सोची गई दिशा में बह रही है।]

$V_A + I R = V_B$

$\Rightarrow \quad V_A - V_B = - I R$

[I सोची गई दिशा के विपरीत बह रही है।]

(c) आन्तरिक प्रतिरोध (r) :

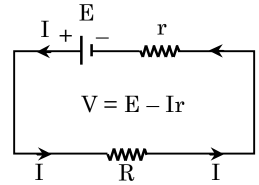
(i) सेल का आन्तरिक प्रतिरोध इलेक्ट्रोडों` मध्य दूरी $(r \propto d)$, इलेक्ट्रोडों का क्षेत्रफल $\left(r \propto \frac{1}{A}\right)$, वैद्युत अपघट्य की सान्द्रता $(r \propto c)$ एवं इसके तापमान $\left(r \propto \frac{1}{T}\right)$ पर निर्भर करती है।

NOTE दो सेल समान emf के हो तो द्वितीयक सेल का आन्तरिक प्रतिरोध प्राथमिक से कम होगा।

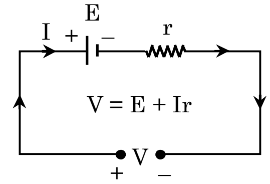
(ii) आदर्श सेल का आन्तरिक प्रतिरोध शून्य होता है। लेकिन वास्तविक सेल का अशुन्य होता है तथा सदैव यह सेल के साथ श्रेणी क्रम में होता है।

(d) E, V तथा r में संबन्ध

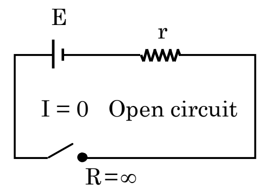
यदि प्रतिरोध R को emf E के सिरो के मध्य जोड़ा जाए तथा उसका आन्तरिक प्रतिरोध r हो तो ओम के नियमानुसार परिपथ में धारा



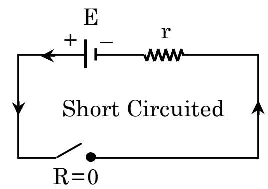
(A)



(B)



(C)



(D)

$$I = \frac{E}{R + r} \quad \text{or} \quad E = I R + I r$$

यहाँ राशि I R को वोल्टता (V) तथा I r को आन्तरिक वोल्टता हानि (X) होती है। इसलिए

$E = V + X$

$$\frac{E}{V} = 1 + \frac{X}{V} = \left[1 + \frac{r}{R}\right] \Rightarrow r = R\left[\frac{E}{V} - 1\right]$$

उपरोक्त समीकरण के लिए यह स्पष्ट है कि :

(i) यदि सेल आदर्श है $(r = 0)$ तो $E = V$ यानि कि सेल के सिरों के मध्य वोल्टता उसके विद्युत वाहक बल के बराबर होगी।

(ii) जब सेल निरावेशित हो रहा है या जब सेल से धारा बह रही है – (see fig. A)

$E = V + X$

$V = E - X$

$V = E - I r \Rightarrow V < E$ (यदि $I \neq 0, r \neq 0$)

यानि कि इसके सिरो के मध्य वोल्टता इसके e.m.f. से कम होगी।

जब सेल का आवेशीकरण हो रहा है तो यानि कि जब धारा धनात्मक सिरे से सेल के अन्दर जाती है तो (see fig B)

$V = E + X$

$V = E + I r \Rightarrow V > E$ (if $I \neq 0, r \neq 0$)

यानि कि सेल के सिरों के मध्य वोल्टता emf से ज्यादा होगी।

(iii) जब सेल खुले परिपथ में है या बाह्य प्रतिरोध अनन्त $(R = \infty)$ तो (चित्र C से अनुसार)

$$I = \frac{E}{(r+\infty)} = 0 \quad \text{इसलिए} \quad V = E - I\,r = E$$

अतः जब वास्तविक सेल खुले परिपथ में होता है इससे प्रवाहित होने वाली धारा का मान शून्य होता है यानि सेल के सिरों के मध्य वोल्टता सेल के विद्युत वाहक बल के बराबर होती है।

(iv) जब सेल को लघुपथित किया जाता है तो बाह्य प्रतिरोध $(R = 0)$ तो

$$I = \frac{E}{(0+r)} = \frac{E}{r} = \text{अधिकतम},$$

$$V = I \times 0 = 0$$

जब किसी वास्तविक सेल को लघु पथ किया जाता है, तो सेल से प्राप्त होने वाली धारा अधिकतम एवं विभव शून्य होता है।

(v) जब सेल पुराना हो जाता है इस अवस्था में सेल का आन्तरिक प्रतिरोध बढ़ जाता है तथा इसका emf घट जाता है। इसलिए नये सेल से प्रवाहित होने वाली धारा का मान ज्यादा होता है।

(vi) **धारा क्षमता :** किसी भी सेल की धारा देने की क्षमता उसके वैद्युत अपघट्य की मात्र पर निर्भर करता है बड़े सेल में वैद्युत अपघट्य ज्यादा होता है। इसलिए इसकी क्षमता छोटे से ज्यादा होती है धारा क्षमता को ऐम्पियर घण्टे में नापा जाता है।

✦ शक्ति स्थानान्तण

सेल से बाह्य प्रतिरोध में ऊर्जा प्रवाह की दर को शक्ति कहते है। यह निम्नानुसार दिया जाता है।

$$W = qV$$

$$W = I^2 R\,t \qquad [q = It, \; \& \; V = I\,R]$$

इस प्रकार $\frac{W}{t} = P = I^2 r$

$$\Rightarrow \quad P = \frac{E^2 R}{(R+r)^2} \qquad \left[\because I = \frac{E}{R+r}\right].$$

समीकरण से यह स्पष्ट है कि लोड में शक्ति का स्थानान्तरण अधिकतम होगा जबकि

$$\frac{dP}{dR} = 0$$

$$\frac{d}{dR}\left[\frac{E^2R}{(R+r)^2}\right] = 0$$

इसे सिद्ध करने पर $R = r.$

अतः परिपथ में सेल द्वारा दी गई शक्ति अधिकतम होगी जबकि बाह्य परिपथ का प्रतिरोध आन्तरिक प्रतिरोध के समान हो। इस नियम को अधिकतम शक्ति स्थानान्तरण का नियम कहते है। इस स्थिति में लोड को दी गई शक्ति का मान होगा।

$$P_{max} = \frac{E^2 R}{(R+r)^2} = \frac{E^2}{4r}$$

NOTE यह एक गलत धारणा है कि जब परिपथ में धारा अधिकतम होती है तो शक्ति भी अधिकतम होगी

वास्तव में, $I_{max} = \frac{E}{0+r}$,

जब $R = 0$ न की $R = r$ पर

Example

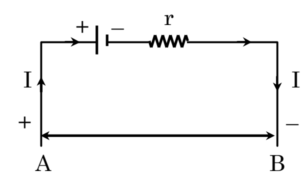
सेल पर आधारित

✍ Example. 21

एक 2 V emf की बैटरी जिसका आन्तरिक प्रतिरोध $r = 0.1\ \Omega$ को 5 amp धारा से आवेशित किया जाता है। बैटरी में धारा का प्रवाह किस दिशा में होगा। बैटरी के सिरों के मध्य वोल्टता का मान क्या होगा ?

Solution.

एक बैटरी परिवर्तन (उत्क्रमणीय) में धारा इसमें एनोड से कैथोड़ की ओर प्रवाहित होगी।



चित्र से हम कह सकते है

$$V_A + E + Ir = V_B$$

$$|V_A - V_B| = E + Ir = 2 + 5 \times 0.1$$

$$|V_A - V_B| = 2.5\ V$$

✍ Example. 22

एक संग्राहक को पहले प्रतिरोध R से जोड़ा जाता है एवं उसी समय दूसरे प्रतिरोध R_2 से दोनों ही परिस्थितियों में ऊष्मा उत्पन्न होने की दर समान है। संग्राहक का आन्तरिक प्रतिरोध होगा।

Solution.

दिये गये प्रश्न के अनुसार $\frac{H_1}{t} = \frac{H_2}{t}$

$$\frac{E^2R_1}{(R_1+r)^2} = \frac{E^2R_2}{(R_2+r)^2},$$

हल करने पर, हम पाते है $r = \sqrt{R_1\,R_2}$

Example. 23

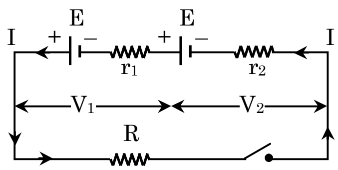
दो समान emf E की बैटरियाँ जिनका प्रतिरोध क्रमशः r_1 तथा r_2 ($< r_1$) है। बैटरियों को श्रेणी क्रम में बाह्य प्रतिरोध R के साथ जोड़ा जाता है –

(a) R का वह मान ज्ञात करो जिससे बैटरी के सिरों के मध्य विभवान्तर शून्य हो जाए

(b) यह कौनसी बैटरी है।

Solution.

जब दोनों बैटरियाँ अनावेशित होंगी, तो ली गई धारा



$$I = \frac{E+E}{R+r_1+r_2} = \left[\frac{\text{कुल वि. वा. बल}}{\text{कुल प्रतिरोध}}\right] \quad ...(1)$$

इसी प्रकार $V_1 = E - Ir_1$ और $V_2 = E - Ir_2$

किन्तु $r_1 > r_2 \Rightarrow V_1 < V_2$

अतः यदि किसी भी बैटरी पर विभवांतर को शून्य होना हो तो यह V_1 होना चाहिए (i.e. उस पर जिसका आंतरिक प्रतिरोध उच्च हो)

$$V_1 = E - Ir_2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad I = \frac{E}{r_2} \quad ...(2)$$

अतः समीकरण (1) व (2) से

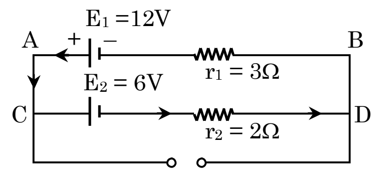
$$\frac{2E}{R+r_1+r_2} = \frac{E}{r_1} \Rightarrow R = r_1 - r_2$$

Example. 24

दिये गये परिपथ में बिन्दुओं M तथा N के मध्य विभवान्तर क्या है –

Solution.

जैसे कि सेलों के धनात्मक सिरे सन्धि C से जुड़े है इस प्रकार सेल E_1 = 12V अनावेशित होगा जबकि सैल E_2 = 6V आवेशित होगा। इस प्रकार लूप ACDBA में धारा प्रवाह, यो



$$I = \frac{|E_1 - E_2|}{r_1 + r_2} = \frac{12-6}{3+2} = 1.2A$$

सैल E_1 के लिए (जो अनावेशित होगा)

$V_A - V_B = E_1 - Ir_1 = 12 - 1.2 \times 3 = 12 - 3.6 = 8.4$ V

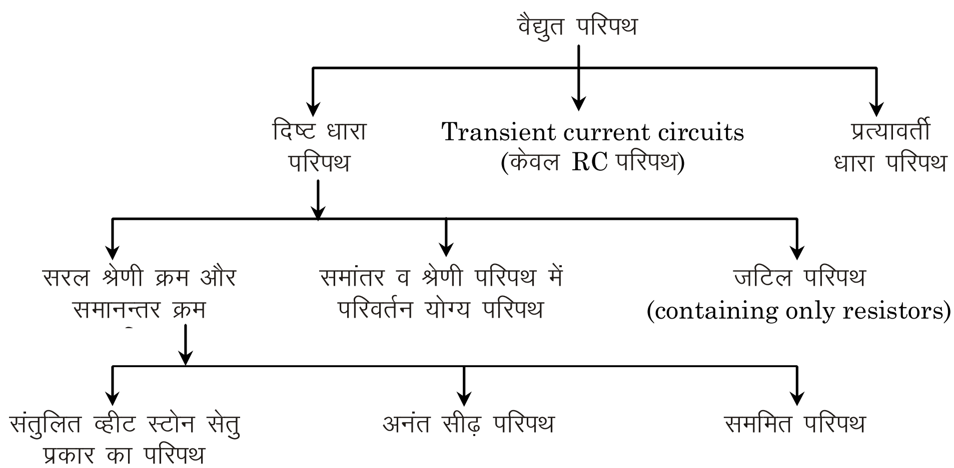
इस प्रकार सैल E_2 के लिए (जो आवेशित होगा)

$V_C - V_D = E_2 + Ir_2 = 6 + 1.2 \times 2 = 8.4$ V

So $V_A - V_B = V_C - V_D = V_M - V_N = 8.4$ V

8. परिपथ विश्लेषण

प्रतिरोध, संधारित्र एवं प्रेरकत्व के संयोजन के आधार पर बनने वाली श्रेणीयों को हमने निम्नानुसार विभाजित किया है। हर श्रेणी को हल करने की एक विधि है। JEE के सभी छात्रें को सलाह दी जाती है कि इन परिपथों को बड़े ध्यान के साथ अध्ययन करें और प्रत्येक परिपथ में अन्तर को महसूस करें।



इस अध्याय में हम A.C. परिपथ का अध्ययन नहीं करेगें। इसे हम आने वाले अध्याय में पढ़ेगें।

प्रत्येक वर्ग की गहराई में जाने से पूर्व हमें इसके पीछे प्रतिरोधों के समूह के सिद्धान्त को समझेगें।

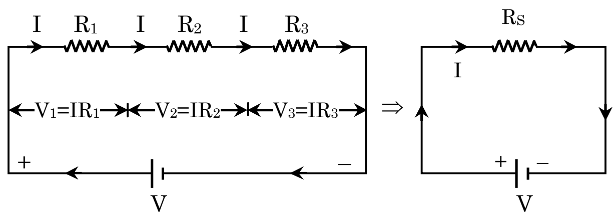
9. सरल श्रेणी एवं समान्तर परिपथ

प्रतिरोधों के संयोजन को एक तुल्य प्रतिरोध में बदला जाता है। इसे मुख्य रूप से तीन भागों में बाँटा गया है श्रेणी समान्तर एवं मिश्रित संयोजन

✦ प्रतिरोधों का श्रेणी संयोजन

(a) श्रेणी संयोजन को CUPD के नाम से भी याद रखा जाता है।

(b) CUPD का अर्थ है "Current Undivided Potential difference Divided" इसका अर्थ है कि प्रतिरोधों के श्रेणी संयोजन में धारा का मान सभी प्रतिरोधों में समान होता है लेकिन प्रत्येक प्रतिरोध के सिरों के मध्य विभवान्तर उस प्रतिरोध के मान के समानुपाती होता है यानि कि $(V \propto R)$



चित्र में स्पष्ट है कि

$I = I_1 = I_2 = I_2 = I_4 = \cdots\cdots\cdots$, तथा

$V_1 = IR_1$, $V_2 = IR_2$ & $V_3 = IR_3$ ⋯⋯, तथा

$V = V_1 + V_2 + V_3 + \cdots\cdots\cdots$

यदि R_s तुल्य प्रतिरोध है तो

$V = IR_s$

इसलिए $R_S = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots\cdots\cdots$

(c) चूंकि श्रेणी संयोजन में विभवान्तर उसके प्रतिरोध के समानुपाती होता है इसलिए

$V_1 : V_2 : V_3 = R_1 : R_2 : R_3$ तथा $V = V_1 + V_2 + V_3$

अर्थात $\quad V_1 = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} V$

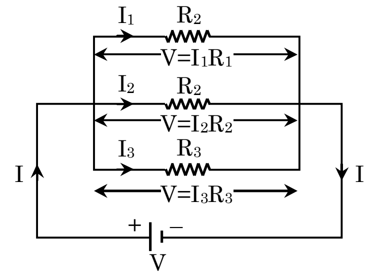
तथा $\quad V_2 = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} V$

तथा $\quad V_3 = \dfrac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} V$

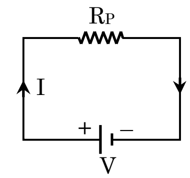
✦ प्रतिरोधों का समान्तर संयोजन

(a) प्रतिरोधों के समान्तर संयोजन को PUCD भी कहा जाता है यानि Potential Undivided & Current Divided.

(b) अतः समान्तर संयोजन में प्रत्येक प्रतिरोध के सिरों पर विभवान्तर बराबर होता है। लेकिन प्रत्येक प्रतिरोध में प्रभावित धारा उस प्रतिरोध के व्युत्क्रमानुपाती होती है। $\left(I \propto \dfrac{1}{R}\right)$.



⇓



चित्र से हम कह सकते है कि

$V = V_1 = V_2 = V_3 = \ldots\ldots\ldots\ldots$, तथा

$I_1 = \dfrac{V}{R_1}, I_2 = \dfrac{V}{R_2}, I_3 = \dfrac{V}{R_3}$;

..... तथा $I = I_1 + I_2 + I_3 + \cdots\cdots\cdots$

यदि तुल्य प्रतिरोध R_P है, तो $I = \dfrac{V}{R_P}$,

इस प्रकार $\dfrac{V}{R_P} = \dfrac{V_1}{R_1} + \dfrac{V_2}{R_2} + \dfrac{V_3}{R_3}$

$$\frac{1}{R_P} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots\cdots$$

(c) तीन प्रतिरोध समान्तर क्रम में हो

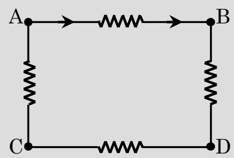
$I_1 : I_2 : I_3 = \dfrac{1}{R_1} : \dfrac{1}{R_2} : \dfrac{1}{R_3}$ तथा $I = I_1 + I_2 + I_3$

अतः $\quad I_1 = \dfrac{1/R_1}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3} I,$

$$I_2 = \frac{1/R_2}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3} I$$

NOTE (1) समान्तर संयोजन में परिणामी प्रतिरोध का मान संयोजन में काम आने वाले प्रतिरोधों में से सबसे कम प्रतिरोध से भी कम होता है। यदि n समान प्रतिरोधों को क्रमशः श्रेणी क्रम एवं समान्तर क्रम में जोड़ा जाए तो उनके तुल्य प्रतिरोधों का अनुपात दोनों व्यवस्थाओं में निम्न होगा। $\dfrac{nR}{R/n} = n^2$

(2) जब हम किसी परिपथ का तुल्य प्रतिरोध ज्ञात करते हैं तो सबसे पहले हमें वह दो बिन्दु निर्धारित करने चाहिए जिनके मध्य हम तुल्य प्रतिरोध ज्ञात करना चाहते है क्योंकि दो विभिन्न बिन्दुओं के मध्य परिणामी प्रतिरोधी भिन्न–भिन्न होगा। जैसे R_{AB} तथा R_{AD} के मध्य चित्र में तुल्य प्रतिरोध निम्नानुसार होगा –



$$\Rightarrow \quad R_{AB} = \frac{3R.R}{3R+R} = \frac{3}{4}R$$

$$\Rightarrow \quad R_{AD} = \frac{2R.2R}{2R+2R} = R$$

Example

श्रेणी एवं समान्तर संयोजन पर आधारित

Example. 25

प्रतिरोध R, (R + 1), (R +2) .... (R + n) श्रेणी क्रम में जुड़े हुए है। तुल्य प्रतिरोध ज्ञात करो।

Solution.

यदि श्रेणी क्रम संयोजन में है

$R_S = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots R_n$

$= R + (R + 1) + (R + 2) + \ldots\ldots\ldots (R + n)$

यह एक समान्तर श्रेणी है

पदों की संख्या = n + 1

प्रथम पद a = R

सार्वअन्तर d = 1

इस प्रकार $R_s = S_n = \frac{n}{2}\,[2a + (n-1)\,d]$

$$= \frac{n+1}{2}\,[2R + \{2(n+1) - 1\}\,1]$$

$$= \frac{n+1}{2}\,[2R + n]$$

$$R_s = (n+1)\left(R + \frac{n}{2}\right)$$

Example. 26

प्रतिरोध R, 2R, 4R, 8R .... ∞ समान्तर क्रम में जुड़े हुए है। तुल्य प्रतिरोध ज्ञात करो।

Solution.

समान्तर क्रम संयोजन में

$$\frac{1}{R_P} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots\ldots\ldots\ldots \infty$$

$$= \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{4R} + \frac{1}{8R} + \frac{1}{\infty} = \frac{1}{R}\left[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \ldots\ 0\right]$$

(गुणोत्तर श्रेणी)

$$\frac{1}{R_P} = \frac{1}{R}\left[\frac{a}{1-r}\right] = \frac{1}{R}\left[\frac{1}{1-\frac{1}{2}}\right]$$

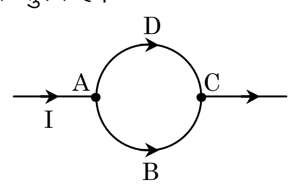
$$\because \quad \frac{1}{R_P} = \frac{2}{R} \Rightarrow R_P = \frac{R}{2}$$

Example. 27

एक 10 Ω प्रतिरोध के तार को एक वृत्त के रूप में मोड़ दिया गया। अतः दो व्यासिय विपरीत बिन्दुओं के मध्य (चित्रनुसार) प्रतिरोध ज्ञात करो। (in Ω).

Solution.

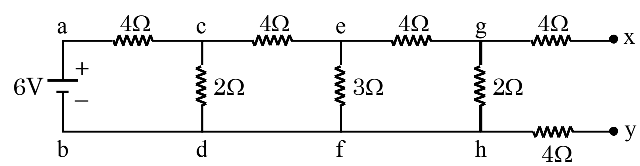
चित्रनुसार बिन्दुओं A तथा C के मध्य तुल्य प्रतिरोध भुजाओं ADC तथा ABC के समान्तर संयोजन के तुल्य है जो कि प्रत्येक 5Ω के तुल्य है।



इस प्रकार $R_{AC} = \frac{5 \times 5}{5+5} = 2.5\ \Omega$

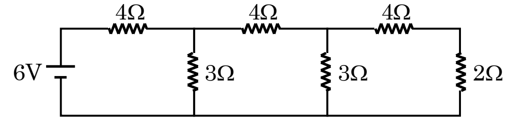
Example. 28

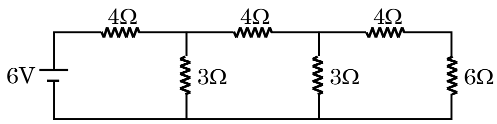
बैटरी द्वारा दिए गए परिपथ में धारा का मान ज्ञात कीजिए तथा परिपथ का तुल्य प्रतिरोध भी ज्ञात करो।

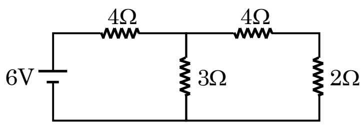


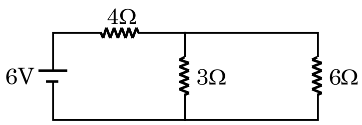
Solution.

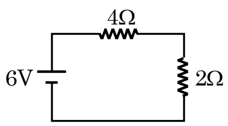
बैटरी द्वारा दी गई धारा का मान ज्ञात करने के लिए पहले हमें परिपथ का तुल्य प्रतिरोध ज्ञात होना चाहिए। इस प्रकार के प्रश्नों में विद्यार्थियों को हल की शुरूआत परिपथ के उस छोर से करनी चाहिए जो कि बैटरी से सबसे दूर है। (g – x) एवं (h – y) के मध्य जुड़े प्रतिरोधों में धारा शून्य होगी। अतः परिपथ से इन्हे हटा लेने पर इनमें तुल्य प्रतिरोध पर कोई प्रभाव नहीं पढ़ेगा। अतः परिपथ निम्न प्रकार से बनाया जा सकता है।



⇒ 

⇒ 



⇒ 

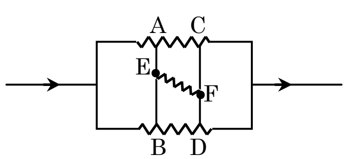
$\therefore \quad R_{eq} = 6\Omega$ तथा $I = \dfrac{V}{R_{eq}} = \dfrac{6}{6} = 1\ A$

Example. 29

दो चालक तार AB तथा CD दो समान्तर तारों के मध्य इस प्रकार जोड़े जाते है कि उनमें से प्रवाहित धारा का मान शून्य है। अब E एवं F के मध्य एक तार जोड़ा जाता है। क्या E एवं F के मध्य कोई धारा बहेगी। यदि हाँ तो धारा के प्रवाह की दिशा को समझाइए।

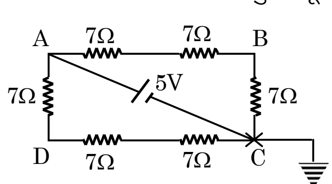
Solution.

चूंकि तार AB के मध्य कोई धारा नहीं बहती अतः तार का प्रत्येक बिन्दु समान विभव (माना V_E) पर होना चाहिए। इसी प्रकार तार CD पर प्रत्येक बिन्दु समान विभव पर होना चाहिए। (माना V_F)। अतः धारा बिन्दु E से F की तरफ होनी चाहिए। लेकिन तार में धारा की दिशा बताती है कि तार AB तार CD से उच्च विभव पर होना चाहिए इस प्रकार $V_E > V_F$



Example. 30

दिए गए परिपथ में बिन्दु A व B के मध्य विभवान्तर एवं बिन्दु B पर विभव ज्ञात करो। जब कि बिन्दु C भू सम्पिर्कित हैं।



Solution.

(a) भुजा ABC और ADC एक दूसरे के समान्तर जुड़ी है, अतः

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_{ABC}} + \frac{1}{R_{ADC}}$$

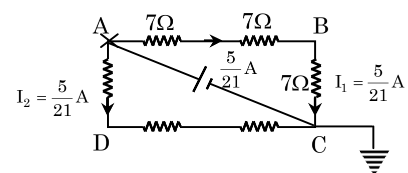
$$R_{eq} = \frac{21 \times 21}{21 + 21} = \frac{21}{2}\Omega$$

इसलिए सैल से ली गई धारा

$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{5}{\frac{21}{2}} = \frac{10}{21}A.$$

यह शाखाओं R_{ABC} तथा R_{ADC} में बराबर विभाजित होगी अतः प्रत्येक शाखा में धारा $\frac{5}{21}$ A है।

इस प्रकार ओम के नियम से



$V_{AB} = I_1\ (7\Omega + 7\Omega)$

$$= \frac{5}{21} \times 14 \text{ volt} = \frac{10}{3} \text{ volt}$$

(b) चूंकि बिन्दु C भूसम्पर्कित है अतः $V_C = 0$ अतः ओम के नियम से

$$\frac{V_B - V_C}{R_{BC}} = I_1 = \frac{V_B - 0}{7\Omega} = \frac{5}{21}A$$

$$V_B = \frac{5}{3} \text{ volt.}$$

10. साधारण श्रेणी एवं समान्तर क्रम में बदलने वाले परिपथ

एक बड़ी संख्या में इस प्रकार के नेटवर्क होते है जो कि देखने पर प्रथम दृष्टि में विल्कुल जटिल प्रतीत होते हैं। लेकिन नजदीकी प्रेक्षण पर इन नेटवर्कों को सरल श्रेणीक्रम व समांतर संयोजन परिपथ में रूपांतरित किया जा सकता है। इस भाग में इस प्रकार के परिपथों को हल करना सीखेगें।

इस प्रकार के परिपथों को निम्न तीन भागों में बाँटा गया हैं।

(a) संतुलित व्हीट स्टोन सेतु परिपथ

(b) सममित परिपथ

(c) अनन्त परिपथ

परन्तु प्रत्येक की गहराई में जाने से पूर्व हम सबसे पहले बहुत सरल यद्यपि जटिल नेटवर्क को हल करने के लिए प्रभावी विधि को समझने का प्रयास करते है जिसे हम **बिन्दु विभव तकनीक** कहते है।

✦ बिन्दु विभव तकनीक

यह विधि इस सिद्धान्त पर आधारित है कि परिपथ में प्रत्येक बिन्दु का विभव समान होता है–

अतः यदि दो या अधिक बिन्दु जो की चालक तार के माध्यम से जुडें है तो इनका विभव समान होगा इस विधि को निम्न पदों में लिखा जा सकता है।

(a) परिपथ के प्रत्येक जक्शंन बिन्दु को संख्या से अकिंत करें।

(b) उन सभी जंक्शनों का अध्ययन करो जो कि शुन्य प्रतिरोधी चालक तारों से जुडें हैं। इस प्रकार के सभी जक्शंन समान विभव पर होगें एवं एक बिन्दु के रूप में लिए जा सकते है।

(c) उन बिन्दुओं की पहचान करो जिनके मध्य तुल्य प्रतिरोध ज्ञात करना है– इन दोनो बिन्दुओं को एक दूसरे से ले जाओं। ज्ञात रहे कि कोई भी बिन्दु एक से अधिक जक्शंनो को प्रदर्शित कर सकता है (यदि कई जंक्शनों का विभव समान है तो) अब शेष बचे हुए जक्शनों का नामांकन करो।

(d) परिपथ को दुबारा बनाओं एवं इस प्रकार की विधि को तब तक अपनाओं जब कि अन्तिम परिणाम नहीं आ जाता।

Example

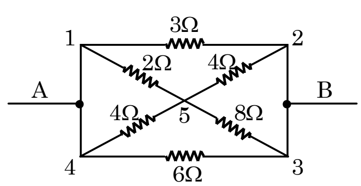
बिन्दु विभव तकनीक पर आधारित

Example. 31

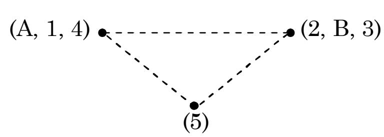
नीचे दिए गए चित्र से जंक्शन A व B के मध्य तुल्य प्रतिरोध ज्ञात करो।

Solution.

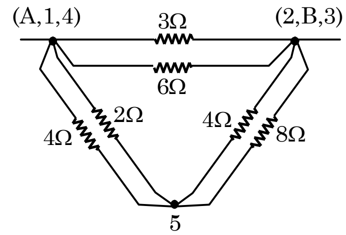
Step (i) दिखाए गए प्रत्येक जक्शंन को 1 से 5 तक नामाकंन करें।



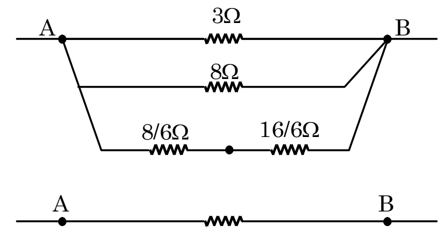
Step (ii) जंक्शन समूह (A, 1, 4) (2, B, 3) तथा (5) ऐसे समूह है जिनके प्रत्येक बिन्दु पर विभव समान है।



Step (iii) अतः इनको निम्न प्रकार प्रदर्शित किया जा सकता है।



Step (iv) नेटवर्क को आगे हल करने पर

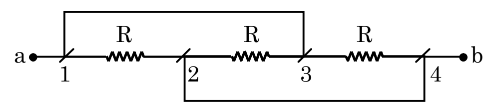


$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{6}{24}$$

$$\Rightarrow R_{AB} = \frac{24}{8+4+6} = \frac{24}{18} = \frac{4}{3}\,\Omega$$

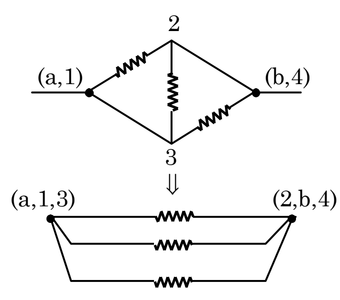
Example. 32

चित्र में दिए गए परिपथ में बिन्दु a व b के मध्य तुल्य प्रतिरोध ज्ञात करो।



Solution.

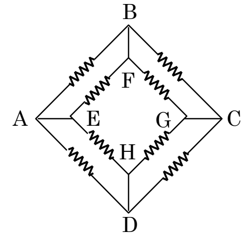
चित्र में दिया गया नेटवर्क को बिन्दु विभव तकनीक का उपयोग कर निम्न प्रकार रूपांतरित किया जाता है।



$R_{ab} = R/3$

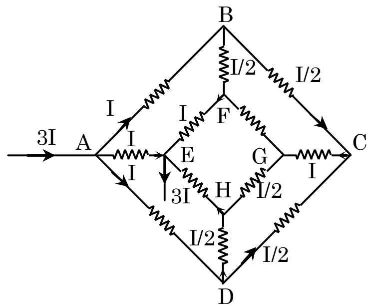
Example. 33

जक्शंन A व E के मध्य तुल्य प्रतिरोध ज्ञात करो यदि प्रत्येक प्रतिरोध का मान r हो।



Solution.

परिपथ को किरचॉफ के नियम से हल किया जा सकता है। लेकिन हम इसे बिन्दु विभव तकनीक द्वारा हल करेगें + पहले हमें टर्मिनल A एवं E को बैटरी के धन (+) एवं ऋण (–) सिरे में जोड़ना चाहिए। माना कि 3I मान की धारा जक्शंन A से प्रवेश करती है। इस धारा का विभाजन दर्शाया गया है। यह साफ जाहिर होता है कि विभवपात



$V_A - V_B = V_A - V_D = I\,r$

$\therefore \quad V_B = V_D$

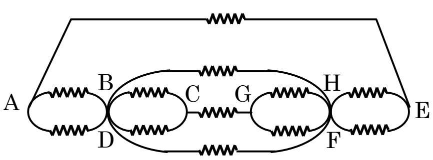
अतः बिन्दु B एवं D को एक ही बिन्दु माना जा सकता है।

$V_E - V_F = V_E - V_H = \frac{I}{2}.r.$

$V_F = V_H$

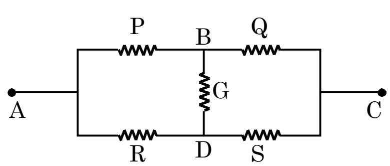
बिन्दु F एवं H को भी एक ही बिन्दु माना जा सकता है। चूकिं R_{eq} बिन्दुओं A एवं E के मध्य नापा गया है। उन्हें एक दूसरे से दूरे खिचिएं। परिपथ को बिन्दु विभव तकनीक द्वारा निम्न रूप में लिखा जा सकता है।

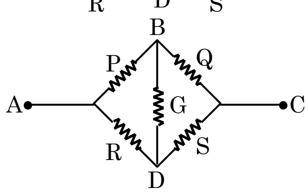
इस परिपथ को हल करने पर $R_{AE} = \frac{7}{12}R$

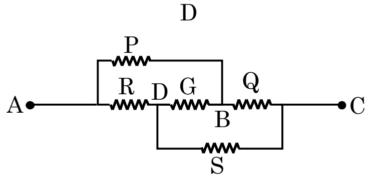


✦ संतुलित व्हीट स्टोन सेतु पर आधारित परिपथ

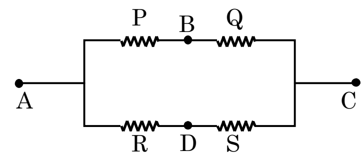
यदि परिपथ में प्रतिरोध चित्रनुसार जुड़े हो, तो परिपथ व्हीट स्टोन सेतु कहलाता है तथा यह संतुलित होगा यदि $\frac{P}{Q} = \frac{R}{S}$







व्हीट स्टोन सेतु के बारे में यह जानना पर्याप्त है कि एक संतुलित व्हीट स्टोन सेतु में कुछ निश्चित बिन्दु होते है जहाँ विभव समान होता है (चित्र में देखें बिन्दु B व D) इसलिये इन बिन्दुओं को जोड़ने वाली प्रतिरोध से होकर कोई धारा नहीं होती (दर्शाये चित्र में प्रतिरोध G) इसलिये ऐसे प्रतिरोधों को हटा देने पर भी कुल प्रतिरोध पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता। इस प्रकार एक संतुलित व्हीट स्टोन सेतु में तुल्य परिपथ प्रतिरोध निम्न प्रकार ज्ञात किया जा सकता है :



$$\frac{1}{R_{AC}} = \frac{1}{(P+Q)} + \frac{1}{(R+S)}$$

NOTE यदि व्हीट स्टोन सेतु संतुलित नहीं हो तथा तुल्य प्रतिरोध की गणना करनी हो (A व C के मध्य छोड़कर) तो उपरोक्त विधि लाभदायक नहीं होगी। इस प्रकार की परिस्थितियों में परिपथ किरचॉफ के नियमानुसार हल किया जा सकता है।

Example

संतुलित व्हीट स्टोन सेतु पर आधारित

✍ Example. 34

चित्र A एवं चित्र B में बिन्दु A एवं B के तुल्य प्रतिरोध ज्ञात करो।

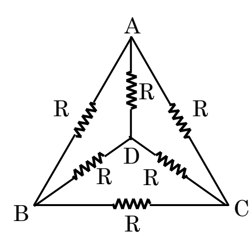


Fig. (A)

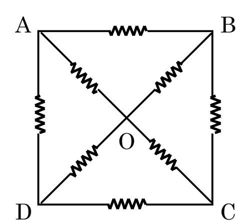


Fig. (B)

Solution.

चित्र (A) में बिन्दु B तथा D समविभव बिन्दु है। अतः प्रतिरोध R_{BD} को हटाया जा सकता है। अतः बिन्दु A एवं C के मध्य नेट प्रतिरोध

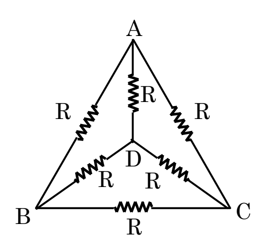


Fig. (A)

$$\frac{1}{R_{AC}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} = \frac{2}{R} \Rightarrow R_{AC} = \frac{R}{2}$$

इसी प्रकार चित्र (B) में अतः $V_B = V_D = V_O$ इस प्रकार हम प्रतिरोध R_{OB} एवं R_{OD} को हटा सकते है। अतः तुल्य प्रतिरोध –

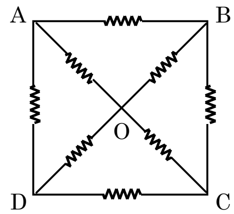
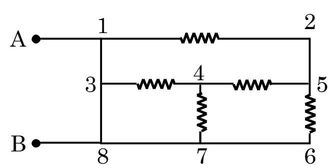


Fig. (B)

$$\frac{1}{R_{AC}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} \Rightarrow R_{AC} = \frac{2}{3}R$$

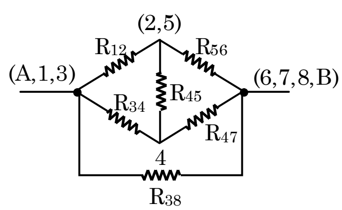
Example. 35

दिए गए परिपथ के लिए बिन्दुओं A तथा B के मध्य तुल्य प्रतिरोध ज्ञात करो। जबकि प्रत्येक प्रतिरोध R है।



Solution.

बिन्दु विभव तकनीक को काम में लेते हुए जंक्शन समूह [A, 1, 3], [2, 5], [4] तथा [6,7, 8, B] अलग–अलग बिन्दु लिया जा सकता है। चूंकि प्रतिरोध बिन्दु A तथा B के मध्य ज्ञात करना है अतः इन्हे दूर खिंचने पर।



प्रतिरोध $R_{45} = R$ को हटाया जा सकता है क्योंकि जंक्शन (2,5) एवं 4 समान विभव पर है।

अतः $$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{R}$$

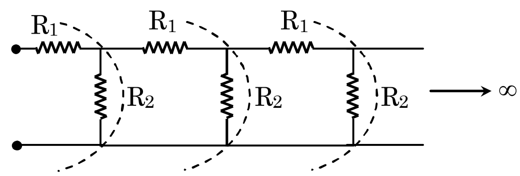
$\therefore$ $$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{R}{2}$$

✦ अनन्त परिपथ

दो तरह के अनन्त परिपथ प्रचलन में है। प्रथम प्रकार में अनन्त संख्या में Link एक दूसरे से जुड़े होते है। दूसरे प्रकार में अनन्त लम्बाई का ग्रिड होता है।

(A) अनन्त संख्या में जुड़े हुए Link :

इस प्रकार के परिपथ का हल इस सिद्धान्त पर आधारित है कि इस प्रकार के परिपथ में यदि एक लिंक जोड़ दिया जाए या हटा दिया जाए तो कोई प्रभाव नहीं पड़ता। इस प्रकार के प्रश्नों में सदैव एक द्विघात समीकरण बनेगी। (see figure).



(B) अनन्त तार ग्रिड :

इस प्रकार के परिपथ त्रिभुजाकार, वर्ग, पंचभुज, या षटभुज के कोशों के रूप में अनन्त जुड़े हुए होते है।

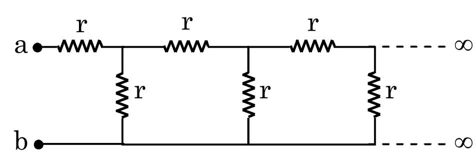
इस प्रकार के प्रश्नों का हल सममिति के आधार पर धारा के वितरण से होता है।

Example

अनन्त परिपथ पर आधारित

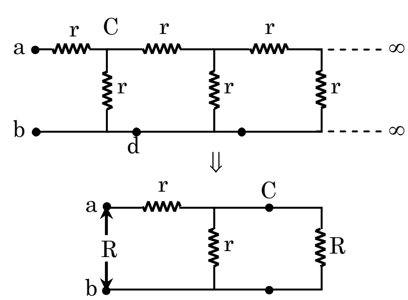
Example. 36

बिन्दु a तथा b के मध्य तुल्य प्रतिरोध ज्ञात करो।



Solution.

माना कि तुल्य प्रतिरोध R है चूंकि यह व्यवस्था अनन्त तक है अतः बिन्दु C के दाँयी तरफ भी तुल्य प्रतिरोध R ही होगा। अतः CD के दाँये तरफ के भाग को भी हम R से ही लिखते है।



दिया है

$R = r + \dfrac{r.R}{r+R}$, यह समीकरण चर R के द्विघातीय रूप में है

या $R^2 - r\,R - r^2 = 0$

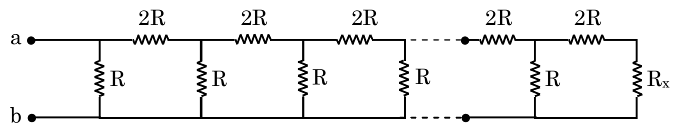
या $R = \dfrac{r \pm \sqrt{r^2 + 4r^2}}{2}$

[प्रतिरोध के रूप में राशि ऋणात्मक नहीं हो सकती है]

$$R = \frac{1+\sqrt{5}}{2}.r.$$

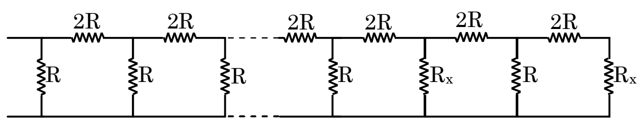
Example. 37

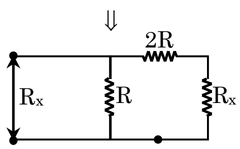
R_x के किस मान के लिए तुल्य प्रतिरोध लिंको की संख्या पर निर्भर नहीं करती।



Solution.

यदि दिए गए परिपथ में एक लिंक और जोड़ दिया तथा इसे R_x से खत्म किया जाए तो तुल्य प्रतिरोध अपरिवर्तित रहेगा। अतः परिपथ को निम्न रूप में लिखा जा सकता है।





इस प्रकार $R_x = \dfrac{R(R_x + 2R)}{R + (R_x + 2R)}$

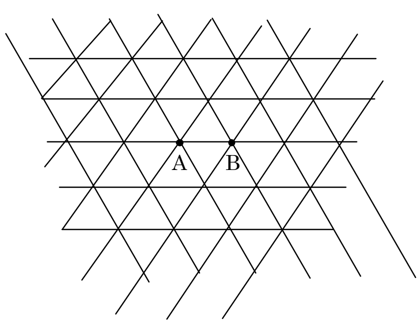
R_x के द्विघातीय समीकरण के रूप में रखने पर हम पाते है

We get $R_x^2 + 2R.R_x - 2R^2 = 0$

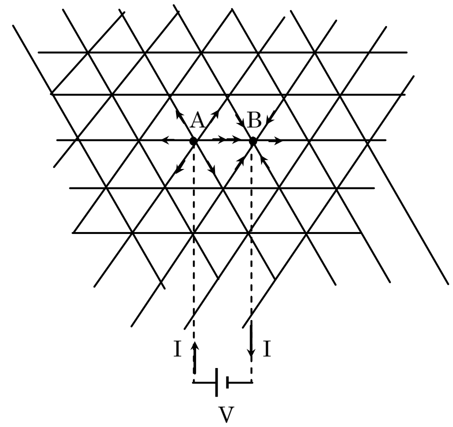
$$R_x = \frac{-2R + \sqrt{4R^2 + 8R^2}}{2} = (\sqrt{3} - 1)R$$

Example. 38

षटकोणीय आकार की कोशिकाओं के साथ एक अनन्त ग्रिड है। दो पास के जोड़ो के मध्य प्रतिरोध R_o है अतः बिन्दु A तथा B के मध्य तुल्य प्रतिरोध क्या होगा।

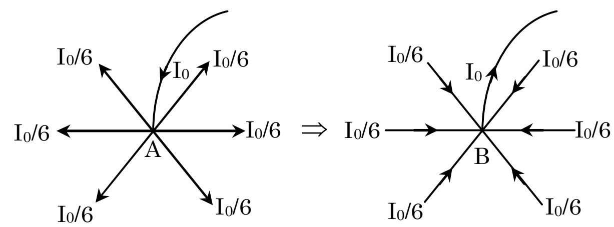


Solution.



माना कि जोड़ों A व B को वि. वा. बल V की बैटरी से जोड़ देते है।

यदि ग्रिड का प्रतिरोध R है तो A जंक्शन पर प्रवेशी धारा (बैटरी से.) तथा जंक्शन B से निकलने वाली धारा का मान $I_o = \dfrac{V_o}{R}$



अतः हम देखते है कि जंक्शन A पर प्रवेश करने वाली धारा छह समान भागों में विभाजित हो जाती है। तथा भाग AB में A से दूर जा रही धारा का मान $I_0/6$ होगा।

सममित के सिद्धान्त से B जंक्शन को छोड़ रही धारा का मान I_o होगा यदि B से जुड़े हुए सभी छह तार $I_0/6$ धारा देते है।

अतः तार AB में कुल धारा = जक्शन A से बाहर आ रही धारा + जंक्शन B में जा रही धारा

$\dfrac{I_0}{6} + \dfrac{I_0}{6}$; $I = \dfrac{I_o}{3}$

अतः ओम के नियमानुसार

$V = I.\,R_o$ तार AB का प्रतिरोध

$$V = \frac{I_o}{3}.R_o \Rightarrow V = \left(\frac{R_o}{3}\right)I_o$$

चूंकि I_o बैटरी से ली गई कुल धारा का मान है अतः AB के मध्य ग्रिड प्रतिरोध

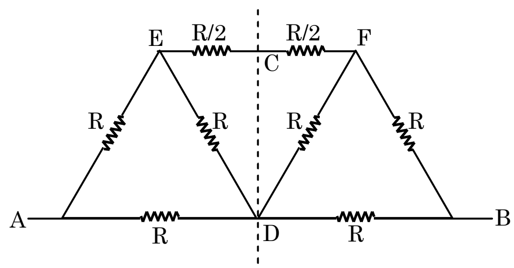
$$R = \frac{V}{I_o} = \frac{R_o}{3} \Rightarrow R = \frac{R_o}{3}$$

✦ सममित परिपथ

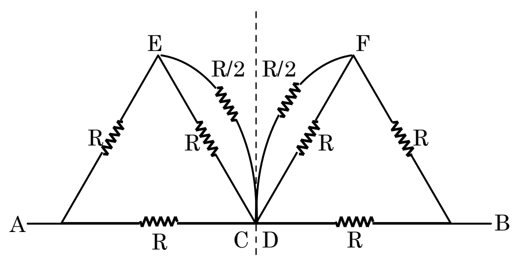
यदि प्रतिरोधों का वितरण इस प्रकार हो कि यह एक काल्पनिक रेखा के दोनों तरफ सममित हो तो परिपथ सममित परिपथ कहलाता है। यानि रेखा के दूसरी तरफ का भाग प्रथम भाग की परछाई होगी।

इस प्रकार काल्पनिक रेखा पर आने वाले सभी बिन्दु समविभव होंगे

अतः सभी को एक ही बिन्दु पर जोड़ा जा सकता है



दिये गए परिपथ में रेखा के बाँये तरफ सममिती दाँये तरफ के समान है। अतः बिन्दु C व D समविभव होगें। अतः C व D को जोड़कर हम परिपथ को दुबारा बनाते है। अब हम किसी भी भाग का प्रतिरोध ज्ञात कर सकते है व तुल्य प्रतिरोध किसी भी भाग का दुगना होगा।



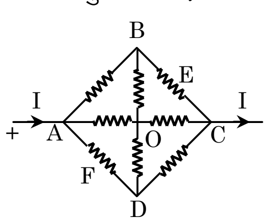
$$R_{AB} = 2\left[\frac{4}{7}R\right] = \frac{8}{7}R$$

Example

सममित परिपथ पर आधारित

✍ Example. 39

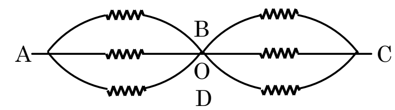
दिये गए परिपथ में प्रत्येक प्रतिरोध का मान R है। बिन्दु (i) A एवं C (ii) E एवं F के मध्य तुल्य प्रतिरोध ज्ञात करो। बिन्दु E एवं F क्रमशः भुजा BC एव AD के मध्य बिन्दु है।



Solution.

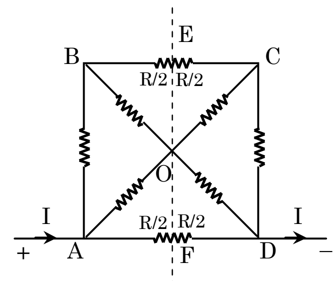
(i) माना कि धारा I जक्शन A में प्रवेश करती है तथा C से बाहर निकलती है। टर्मिनल A तथा C के लिए रेखा BOD सममित की रेखा होगी। अतः प्रतिरोध BO तथा OD से कोई भी घारा नहीं बहेगी। (रेखा BOD पर सभी बिन्दु समविभव बिन्दु है।)

इस प्रकार हम दिखाया गया परिपथ बना सकते है।



$$\therefore\ R_{AC} = 2\left[\frac{R}{3}\right] = \frac{2}{3}R$$

(ii) इसी प्रकार यदि धारा I बिन्दु A से प्रवेश करती है। तथा D पर से बाहर निकलती है तो परिपथ रेखा EOF के सापेक्ष सममित होगा [BE = FC = R/2 और AF = FD = R/2] अतः हम प्राप्त करेगें।



$$R_{AD} = 2\left[\frac{4}{15}R\right] = \frac{8}{15}R$$

11. जटिल परिपथ

वह परिपथ जो कि उपरोक्त वर्णित परिपथों में से किसी भी श्रेणी में नहीं आते उन्हे किरचॉफ के नियमों द्वारा हल किया जा सकता है।

✦ किरचॉफ के नियम

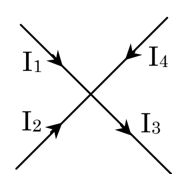
इसके दो नियम है

(a) किरचॉफ का जंक्शन का नियम :

(i) यह नियम आवेश संरक्षण के सिद्धांत पर आधारित है।

(ii) इस नियम के अनुसार किसी जंक्शन पर आ रही सभी धाराओं का बीजगणीतीय योग शून्य होता है। $\Sigma I = 0$

(iii) **चिन्ह परिपाटी :** जंक्शन की तरफ आ रही धाराओं को धनात्मक एवं जंक्शन से दूर जा रही धाराओं को ऋणात्मक लेते है।



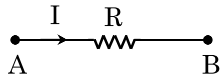
यहाँ $I_1 + I_2 - I_3 + I_4 = 0$

(b) किरचॉफ का लूप का नियम

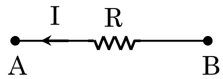
(i) यह ऊर्जा संरक्षण पर आधारित है।

(ii) किसी बन्द परिपथ में सभी घटकों पर विभवपातों का योग शून्य होता है।

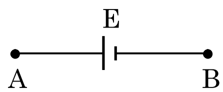
(iii) चिन्ह परिपाटी

(1) 

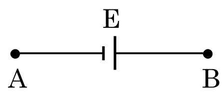
$V_A - B_B = + IR$

(2) 

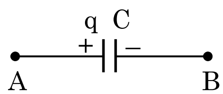
$V_A - V_B = - IR$

(3) 

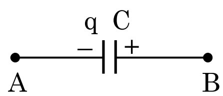
$V_A - V_B = + E$

(4) 

$V_A - B_B = - E$

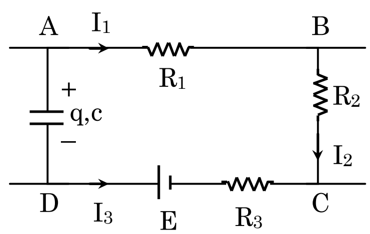
(5) 

$V_A - V_B = + \frac{q}{c}$

(6) 

$V_A - V_B = -\frac{q}{c}$

यहाँ हम लूप ABCDA में किरचॉफ का द्वितीय नियम लगा सकते है।



$$+ I_1R_1 + I_2R_2 - I_3 R_3 - E - \frac{q}{c} = 0$$

(c) किरचॉफ के नियम को लगाते समय निम्न बिन्दुओं का ध्यान रखना चाहिए।

(i) परिपथ की प्रत्येक शाखा में धारा की दिशा इंगित करो।

(ii) विभिन्न शाखाओं में धारा इंगित करने के बाद किरचॉफ का जंक्शन नियम आरोपित करो।

(iii) सभी लूपों को इस प्रकार लेते है कि प्रत्येक लूप में किसी दूसरे के सापेक्ष कम से कम एक शाखा भिन्न हो।

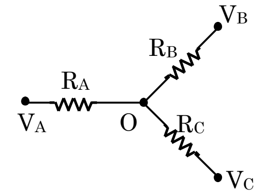
(iv) लूपों की संख्या चरों की संख्या के बराबर होनी चाहिए।

Example

किरचॉफ के नियम पर आधारित

Example. 40

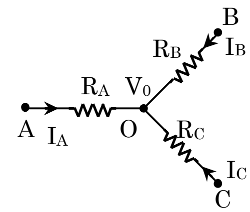
तीन प्रतिरोध बिन्दु O पर निम्न प्रकार जोड़े गए है तथा इनके सिरों पर V_A, V_B तथा V_C विभव दिया गया है। अतः बिन्दु O का विभव क्या होगा।



Solution.

माना कि बिन्दु O का विभव V_0 होगा

किरचॉफ के जंक्शन नियम से



$I_A + I_B + I_C = 0$

$$\Rightarrow \frac{V_A - V_0}{R_A} + \frac{V_B - V_0}{R_B} + \frac{V_C - V_0}{R_C} = 0$$

$$\Rightarrow V_0 = \frac{V_A/R_A + V_B/R_B + V_C/R_C}{1/R_A + 1/R_B + 1/R_C}$$

Example. 41

तीन 4V की बैटरियाँ जिनका आन्तरिक प्रतिरोध क्रमशः 0.1, 0.2 तथा 0.3 ओम है। यह तीनों बैटरियाँ समान्तर क्रम में जुड़ी है तथा प्रतिरोध 2.045 ओम के साथ श्रेणी क्रम में जुड़ी है। अतः (a) तुल्य प्रतिरोध (b) तुल्य विभव (c) परिपथ में धारा (d) तुल्य सेल के सिरों के मध्य विभवान्तर (e) प्रत्येक सेल के सिरों के मध्य विभवान्तर

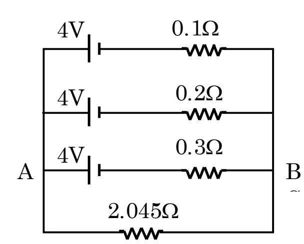
Solution.

चित्रनुसार सभी बैटरियाँ समान्तर क्रम में जुड़ी है अतः परिपथ का कुल emf = 4V

A एवं B के मध्य प्रभावी प्रतिरोध R_{AB} का मान

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{0.1} + \frac{1}{0.2} + \frac{1}{0.3} = \frac{110}{6}$$

$$R_{AB} = \frac{6}{110} = 0.055 \text{ ohm.}$$



(a) परिपथ का तुल्य प्रतिरोध

$R = R_{AB} + 2.045 = 0.055 + 2.045 = 2.1$ ohm,

(b) तुल्य प्रतिरोध = 4 वोल्ट

(c) परिपथ में धारा $= \frac{4}{2.1} = 1.9$ amp.

(d) तुल्य सेल के सिरो के मध्य विभवान्तर

$= 4 - i\,R_{AB} = 4 - 1.9 \times 0.55$

$= 4 - 0.1045 = 3.8955$ V

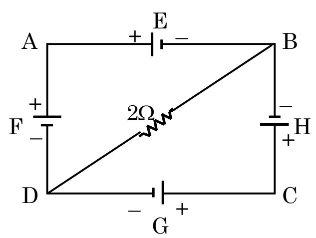
(e) चूंकि बैटरियाँ समान्तर क्रम में है अतः प्रत्येक सेल के सिरों के मध्य टर्मिनल वोल्टता 3.8955 V होगी।

Example. 42

चित्र में दिए गए परिपथ में E, F, G तथा H सेलों का emf क्रमशः 2, 1, 3 तथा 1 वोल्ट है तथा उनका आन्तरिक प्रतिरोध क्रमशः 2, 1, 3 तथा 1 ओम है। अतः ज्ञात करो।

(i) बिन्दु B तथा D के मध्य विभवान्तर

(ii) प्रत्येक सेल G एवं H के सिरों के मध्य विभवान्तर



Solution.

चित्र धारा वितरण को दर्शाता है। D बिन्दु पर किरचॉफ का प्रथम नियम आरोपित करने पर,

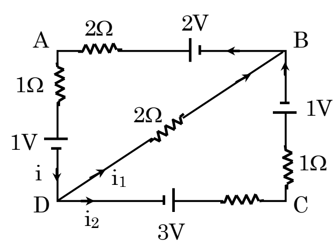
हमारे पास है $i = i_1 + i_2$ ... (1)

लूप ADBA पर द्वितीय नियम आरोपित करने पर,

हमारे पास है $2i + 1i + 2i_1 = 2 - 1 = 1$

या $3i + 2i_1 = 1$ ... (2)

लूप DCBD पर किरचॉफ का द्वितीय नियम लगाने पर,



हम प्राप्त करते है $3i_2 + 1i_2 - 2i_1 = 3 - 1$

या $4i_2 - 2i_1 = 2$ ...(3)

(1), (2) एवं (3) को हल करने पर, हम पाते है

$i_1 = \dfrac{1}{13}$ amp., $i_2 = \dfrac{6}{13}$ amp., तथा $i = \dfrac{5}{13}$ amp.

(i) B तथा D के मध्य विभवान्तर

$= 2\,i_1 = 2\left(\dfrac{1}{13}\right) = \dfrac{2}{13}$ volt.

(ii) G के सिरो के मध्य विभवान्तर

$= E - i_2\,R = 3 - \dfrac{6 \times 3}{13} = 1.61$ V.

H के सिरों के मध्य विभवान्तर

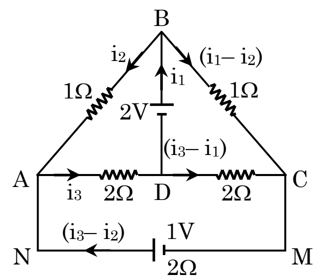
$= 1 - \left(\dfrac{-6}{13}\right)(1) = 1.46$ V.

Example. 43

प्रतिरोध AB, BC, CD तथा DA के मान क्रमशः 1, 1, 2 तथा 2 ओम है तथा यह प्रतिरोध श्रेणी क्रम में जुड़े हुए है। A तथा C के मध्य 2 ओम का 1 वोल्ट का सेल जुड़ा हुआ है। जबकि A धनात्मक है। B एवं D के मध्य 1 ओम, 2 वोल्ट का सेल जुड़ा हुआ है। जबकि B धनात्मक है। अतः परिपथ की प्रत्येक शाखा में धारा का मान ज्ञात करो।

Solution.

परिपथ व्यवस्था और धारा का वितरण चित्र में दिखाया गया है।



जाल BADB, BCDB और ADCMNA में किरचॉफ का नियम लगाने पर, हमारे पास है

$i_2 + 2i_3 + 1.i_1 = 2$

या $i_1 + i_2 + 2\,i_3 = 2$ ... (1)

$1(i_1 - i_2) - 2\,(i_3 - i_1) + i_1 = 2$

या $4i_1 - i_2 - 2i_3 = 2$ ... (2)

और $2i_3 + 2(i_3 - i_1) + 2\,(i_3 - i_2) = 1$

या $-2i_1 - 2i_2 + 6i_3 = 1$ ... (3)

समीकरण (i) तथा (ii) (iii) को हल करने पर

$i_1 = 0.8$ amp. $i_2 = 0.2$ amp तथा $i_3 = 0.5$ amp.

∴ शाखा AB में धारा = 0.2 amp.

शाखा BC में धारा = 0.6 amp.

शाखा CD में धारा = 0.3 amp.

शाखा AD में धारा = 0.5 amp.

शाखा MN में धारा = 0.3 amp.

12. जूल तापन

(a) जब किसी प्रतिरोध से धारा गुजरती है तो ऊष्मा उत्पन्न होती है।

(b) एकांक समय में उत्पन्न ऊष्मा I^2R_0 के बराबर होती है।

(c) यदि प्रतिरोध से प्रवाहित धारा नियत हो तो t समय में उत्पन्न ऊष्मा $H = I^2\,Rt$ होगी।

(d) यदि प्रतिरोध से प्रवाहित धारा समय के साथ परिवर्तनशील हो तो t समय में उत्पन्न ऊष्मा का मान निम्न होगा। $H = \int I^2 R\, dt$

Example

जूल तापन पर आधारित

Example. 44

एक परिवर्तित धारा $I = I_0 \sin \omega t$ प्रतिरोध R से बह रही है। जहाँ I_1 तथा ω नियत है। प्रतिरोध में t = 0 से $t = 2\pi/\omega$ तक उत्पन्न ऊष्मा का मान ज्ञात करो।

Solution.

उत्पन्न ऊष्मा,

$$H = \int_{t=0}^{2\pi/\omega} I^2 R\ dt = \int_{t=0}^{2\pi/\omega} I^2 \sin^2 \omega t.R.dt = \frac{\pi I_0{}^2 R}{\omega}$$

Example. 45

एक किलोवाट वैद्युत हीटर को 220 V , DC सप्लाई से जोड़ा गया –

(i) हीटर में धारा का मान क्या होगा ?

(ii) प्रतिरोध का मान क्या होगा ?

(iii) हीटर में उत्पन्न ऊष्मा का मान

(iv) कैलोरी में प्रति सेकण्ड उत्पन्न ऊष्मा ?

(v) कितना 100°C ताप पर पानी प्रति मिनट 100° C भाप में बदलेगा ?

यह मानते हुए की विकिरण के कारण ऊष्मा में हानि नगण्य हैं। वाष्प की गुप्त ऊष्मा = 540 cal/gm.

Solution.

यहाँ P = 1 kW = 1000 W तथा V = 220 volt.

(i) हीटर में धारा

$$i = \frac{P}{V} = \frac{1000\,W}{220\,V} = 4.55\ A$$

(ii) हीटर कुण्डली का प्रतिरोध

$$R = \frac{V^2}{P} = \frac{220 \times 220}{1000} = 48.4\ ohm$$

(iii) हीटर में उत्पन्न ऊष्मा = 1000 W

(iv) एक सेकण्ड में उत्पन्न ऊष्मा

$$H = \frac{Vi\,t}{J} = \frac{\text{शक्ति} \times \text{समय}}{J}$$

$$\therefore\ H = \frac{1000 \times 1}{4.2} = 240\ \text{cal/second}$$

(v) प्रति मिनट में उत्पन्न ऊष्मा

= 240 × 60 = 14400 cal.

हम जानते है कि 100°C पर एक ग्राम पानी को 100°C पर भाप में बदलने के लिए 540 cal ऊष्मा की आवश्कता होती है।

∴ 14400 cal ऊष्मा के द्वारा 100°C पर पानी को भाप में बदलने के लिए पानी की मात्र

$$= \frac{14400}{540} = 26.8\ gm$$

Example. 46

तीन प्रतिरोध जो कि श्रेणी क्रम में एक emf के स्त्रेत से जोड़ने पर 10 watts शक्ति उत्पन्न करते हैं। उत्पन्न शक्ति का मान क्या होगा यदि समान प्रतिरोधों को समान्तर क्रम में उसी emf के स्त्रेत से जोड़ दिया जाए।

Solution.

माना प्रत्येक प्रतिरोध का प्रतिरोध R है जब यह श्रेणी क्रम में जुड़े हो, तो कुल प्रतिरोध = R + R + R = 3R ओम

∴ उत्पन्न शक्ति $W_1 = E^2/3R$,

जहाँ E = स्त्रेत का विद्युत वाहक बल

जब प्रतिरोध समान्तर क्रम में जुड़े हो, तो उनका प्रभावी प्रतिरोध होगा

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{R} \text{ या } R' = \frac{R}{3}$$

$$\therefore \text{ उत्पन्न शक्ति } W_2 = \frac{E^2}{R/3} = \frac{3E^2}{R}$$

अब, $$\frac{W_2}{W_1} = \frac{3E^2}{R} \times \frac{3R}{E^2} = 9$$

या $W_2 = 9\,W_1 = 9 \times 10$

$= 90$ watt. या $\frac{1}{10} = \frac{1}{P} + \frac{1}{P} + \frac{1}{P}$

या P = 30

अब, $P_{\text{समान्तर}} = P + P + P = 30 + 30 + 30 = 90$ watt

Example. 47

एक सीसे का फ्यूज तार का अनुप्रस्थ काट क्षैत्रफल 0.2 mm^2 है। इसे लघुपथ करने पर फ्यूज तार में धारा 30 A प्रवाहित होती है। लघुपथ करने के कितने समय बाद फ्यूज तार पिघल जाएगा। सीसे के लिए विशिष्ट ऊष्मा = 0.032 cal g^{-1} (°C^{-1}) गलनांक बिन्दु = 327°C, एवं घनत्व = 11.34 gm cm^{-3} तथा प्रतिरोधकता = 22 ×10^{-6} ohm-cm है। तार का प्रारम्भिक ताप 20°C है।

Solution.

माना फ्यूज तार की लम्बाई ℓ है तो इसका प्रतिरोध R दिया जायेगा $R = \rho\ell/A$

यहाँ $\rho = 22 \times 10^{-6}$ ohm-cm, A = 0.2 mm^2

$= 0.2 \times 10^{-2}\ cm^2$

$\therefore \quad R = \dfrac{22\times10^{-6}\ell}{0.2\times10^{-2}}$ ... (1)

माना फ्यूज तार पिघलने में समय t सेकण्ड लेता है, तो

उत्पन्न ऊष्मा $H = \dfrac{i^2 R t}{4.2}$ cals.

यहाँ $I = 30$ amp. तथा $R = \dfrac{22\times10^{-6} l}{0.2\times10^{-2}}$

$\therefore \quad H = \dfrac{(30)^2\times22\times10^{-6}\times l\times t}{4.2\times0.2\times10^{-2}}$ cals ... (2)

पुनः $H = msT$

यहाँ m = आयतन × घनत्व = A × ℓ × घनत्व

$= (0.2 \times 10^{-2}) \times \ell \times 11.34$

$\therefore H = (0.2 \times 10^{-2})\, \ell \times 11.34 \times 0.032 \times (327-20)$ ...(3)

समीकरण (ii) व (iii) से

$(0.2 \times 10^{-2})\, \ell \times 11.34 \times 0.032 \times 307$

$= \dfrac{(30)^2\times22\times10^{-6}\times\ell\times t}{4.2\times0.2\times10^{-2}}$

हल करने पर, t = 0.095 second.

✍ Example. 48

एक कॉपर का तार जिसका अनुप्रस्थ काट 0.5 mm^2 एवं लम्बाई 0.1 m है। तार का प्रारम्भिक ताप 25°C एवं ऊष्मीय रूप से निरोधी हैं। यदि 10 amp धारा को तार में स्थापित किया जाए तो –

(i) तो वह समय ज्ञात करो जबकि तार पिघलना शूरू कर देगा। तापमान के साथ तार का प्रतिरोध परिवर्तन नगण्य मान सकते है।

(ii) यदि तार की लम्बाई दुगनी हो जाए तो लिया गया समय क्या होगा?

कॉपर के तार के लिए दिया है घनत्व = 9×10^3 kgm^{-3}

विशिष्ट ऊष्मा = 9×10^2 Kcal kg^{-1} (°C)$^{-1}$,

गलनांक बिन्दु = 1075° C,

विशिष्ट प्रतिरोध = 1.6×10^{-8} ओम-मीटर

Solution.

(i) कॉपर तार का प्रतिरोध निम्न प्रकार दिया जाएगा

$$R = \rho\frac{\ell}{A}$$

यहाँ $\rho = 1.6 \times 10^{-8}$ ओम–मीटर, $\ell = 0.1$ m तथा $A = 0.5 \times 10^{-6}$ m^2

$\therefore \quad R = \dfrac{1.6\times10^{-8}\times0.1}{0.5\times10^{-6}} = 0.00032$ ohm.

यदि कॉपर तार को पिघलने में H ऊष्मा की आवश्यकता है तो

$H = \dfrac{i^2Rt}{4.2}$ = कॉपर तार का द्रव्यमान × S × T

यहाँ i = तार में धारा = 10 amp, R = 0.00032 Ω

कॉपर तार का द्रव्यमान = आयतन × घनत्व

$= 0.5 \times 0.1 \times 10^{-6} \times 9 \times 10^3$ kg $= 45 \times 10^{-5}$ kg

s = 0.09 तथा T = (1075 – 25) = 1050

$\therefore \quad \dfrac{(10)^2\times0.00032\times t}{4.2} = (45 \times 0^{-5})\,(0.09)\,(1050)$

हल करने पर t = 558 seconds.

(ii) जब तार की लम्बाई दुगनी है तो इसका प्रतिरोध दुगना होगा। इसी समय तार का द्रव्यमान भी दुगना होगा। व्यंजक प्रयोग करने पर

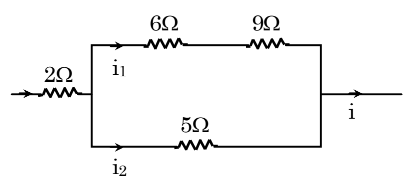
$$\frac{i^2(2R)t}{4.2} = (2\text{ m})\text{ s T.}$$

हम कह सकते है कि समय t समान होगा

$\therefore$ t = 558 seconds.

✍ Example. 49

दिए गए परिपथ में 5 ओम के प्रतिरोध में उत्पन्न ऊष्मा की दर 10.23 cal s^{-1} है। अतः ज्ञात करो।



(i) 2 ओम प्रतिरोध में उत्पन्न ऊष्मा की दर प्रति सैकण्ड

(ii) 6 ओम के सिरों के मध्य विभवान्तर

Solution.

(i) माना एक 2 ओम प्रतिरोध से होकर i धारा बह रही है। धारा दो भागों में विभाजित होती है। माना धारा i_1 6 ओम और 9 ओम से तथा धारा i_2 5 ओम से होकर बहती है। 6 ओम और 9 ओम का प्रभावी प्रतिरोध 15 ओम है। अब

$$i_1 = i\,.\,\frac{5}{20} = \frac{i}{4}\text{ amp.}$$

तथा $\quad i_2 = i\,.\,\dfrac{15}{20} = \dfrac{3i}{4}$ amp.

∴ 5 ओम प्रतिरोध में एक सैकण्ड में उत्पन्न ऊष्मा

$$H = \frac{i^2\ R\ t}{4.2}\text{ cal.} = \frac{(3i/4)^2\times5\times1}{4.2}$$

किन्तु प्रश्न के अनुसार,

$H = 10.24$ cal s^{-1}

$\therefore \quad \frac{(3i/4)^2 \times 5 \times 1}{4.2} = 10.24$

हल करने पर $i = 3.92$ A.

$\therefore$ 2 ओम प्रतिरोध में एक सैकण्ड में उत्पन्न ऊष्मा

$$= \frac{i^2 \, R \, t}{4.2} \text{ cal.} = \frac{(3.92)^2 (2)(1)}{4.2} = 7.28 \text{ cal.}$$

(ii) 6 ओम प्रतिरोध के सिरों के मध्य विभवान्तर

= धारा × प्रतिरोध

$$= i_1 \times 6 = \frac{i \times 6}{4} = \frac{3.92}{4} \times 6 = 5.86 \text{ volt}$$

Example. 50

एक गेल्वेनोमीटर की कुण्डली का प्रतिरोध 100 ओम है तथा 1 मिली ऐम्पियर धारा जब इससे गुजरती है तो इसमें विक्षेप पूरे पैमाने तक आता है। प्रतिरोध का वह मान ज्ञात करो जो कि 10 amp धारा के लिए इस गेल्वेनोमीटर में पूरे पैमाने पर विक्षेप दें। आवश्यक प्रतिरोध का तार हमारे पास उपलब्ध है। लेकिन यह जल जाएगा यदि इसमें उत्पन्न शक्ति 1 वॉट से ज्यादा हो जाएगी। क्या यह उपरोक्त गेल्वेनोमीटर परिवर्तन के लिए लाभदायक है। जब इस नये गेल्वेनोमीटर को बैटरी के सिरों के मध्य जोड़ा जाता है तो यह 4 amp धारा दर्शाता है। धारा का मान 1 amp तक गिर जाता है यदि 1.5 ओम का तार इसके श्रेणी क्रम में जोड़ दिया जाए। सैल का वि. वा. बल व आन्तरिक प्रतिरोध ज्ञात करो।

Solution.

(i) इस परिस्थिति में गेल्वेनोमीटर से एक शन्ट S, समान्तर जुड़ा होगा, अब

$$\frac{S}{S+G} = \frac{10^{-3}}{10} \quad \text{or} \quad \frac{S}{S+100} = \frac{1}{1000}$$

$$S = \frac{1}{99.99} \text{ ohm}$$

(ii) शन्ट में उत्सर्जित शक्ति

$$= i^2 S = (9.999)^2 \times \frac{1}{99.99}$$

($\therefore$ शन्ट में धारा = 10 – 0.001 = 9.999 amp.)

$\therefore$ P = 0.9999 Watt

यह एक वॉट से कम है। अतः उपरोक्त शंट आसानी से काम में ले सकते है

(iii) माना E, वि. वा. बल और r सेल का आन्तरिक प्रतिरोध है। यदि R शन्ट गेल्वेनोमीटर का संयुक्त प्रतिरोध है, तो

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{100} + \frac{9999}{100}$$

$\therefore$ R = 0.01 ohm.

धारा $i = \frac{E}{R+r}$

$$\therefore \quad 4 = \frac{E}{0.01+r} \quad \text{...(i)}$$

$$\text{और} \quad 1 = \frac{E}{0.01+r+1.5} \quad \text{...(ii)}$$

समीकरण (i) तथा (ii) को हल करने पर

E = 2 volt तथा r = 0.49 ohm

Example. 51

दो बल्ब जो कि 25 वॉट, 110 वोल्ट एवं 100 वॉट, 110 वोल्ट के है तथा यदि इन्हे श्रेणी क्रम में 220 वोल्ट सप्लाई के साथ जोड़ा जाता है तो बताइये कौनसा बल्ब फ्यूज होगा यदि कोई होता है। यदि दोनों बल्बों को समान्तर क्रम में जोड़ा जाए तो क्या होगा –

Solution.

माना i_1 एवं i_2 धारा है जो कि दोनों लेम्पों में सुरक्षित रूप से प्रवाहित होती है, तो

$$i_1 = \frac{25}{110} = 0.227 \text{ amp.}$$

$$\text{तथा} \quad i_2 = \frac{100}{110} = 0.909 \text{ amp.}$$

दोनों बल्बों का प्रतिरोध निम्न है।

$$R_1 = \frac{E}{i_1} = \frac{110}{0.227} \text{ ohm}$$

$$\text{तथा} \quad R_2 = \frac{110}{0.909} \text{ ohm}$$

जब दोनों बल्ब श्रेणी क्रम में जोड़े जाते है तो उनका कुछ प्रतिरोध

$$R = R_1 + R_2 = \frac{110}{0.227} + \frac{110}{0.909} = 605 \text{ ohm}$$

जब ये दोनों बल्ब 220 volts के श्रेणी क्रम में जोड़े जाते है तो गुजरने वाली धारा निम्न प्रकार दी जाती है

$$i = \frac{220}{605} = 0.363 \text{ amp.}$$

अतः पहला बल्ब फ्यूज हो जायेगा क्योंकि उसमें प्रवाहित होने वाली धारा अर्थात 0.363, i_1 (0.227) से अधिक हैं जब दो बल्ब समान्तर क्रम में जोड़े जाते है तो प्रभावी प्रतिरोध R' निम्न प्रकार दिया जाता है

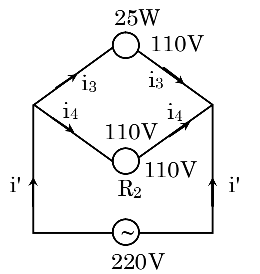
$$\frac{I}{R'} = \frac{I}{R_1} + \frac{I}{R_2} = \frac{0.227}{110} + \frac{0.909}{110} = \frac{1.136}{110}$$

$$R' = \frac{110}{1.136} \text{ ohm}$$

परिपथ से प्रवाहित धारा

$$i' = \frac{220}{R'} = \frac{220 \times 1.136}{110} \text{ amp.}$$

चित्रनुसार माना दोनों बल्बों से प्रवाहित धारा क्रमशः i_3 एवं i_4 है



अब दोनों बल्बों पर विभान्तर समान है

अतः, $i_3 R_1 = i_4 R_2$

$$i_3 \frac{110}{0.227} = i_4 \frac{110}{0.909}$$

या $4i_3 = i_4$ ...(1)

पुनः $i_3 + i_4 = i' = \frac{220 \times 1.136}{110}$ ...(2)

समीकरण (1) व (2) को हल करने पर

$i_3 = 0.454$ amp. तथा $i_4 = 1.816$ amp.

अतः दोनों बल्ब फ्यूज हो जाएगें

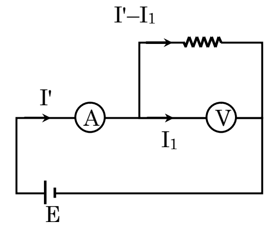
Example. 52

एक अमीटर एवं वोल्टमीटर को एक e.m.f. E = 6.0 V की बैटरी के श्रेणी क्रम में जोड़ा गया है जब कोई प्रतिरोध वोल्टमीटर के समान्तर क्रम में जोड़ा जाता है तो वोल्टमीटर का पाठ्यांक η = 2.0 गुना घट जाता है तथा अमीटर का पाठ्यांक समान गुना बढ़ जाता है। अतः प्रतिरोध के जोड़ने के बाद वोल्टमीटर का पाठ्यांक ज्ञात करो।

Solution.

माना अमीटर का प्रारम्भिक पाठ्यांक I जबकि वोल्टमीटर का V हैं। जब R' वोल्टमीटर के साथ समान्तर में जोड़ा जाता है। माना I' अमीटर का पाठ्याक I' जबकि वोल्टमीटर का V_1 है।

अब दिया गया है कि $I' = \eta I$ तथा $V' = \frac{V}{\eta}$ यदि दिये गये चित्र में वोल्ट मीटर में आने वाली धारा I_1 है तो $V' = (I' - I_1)R$



अब मुख्य परिपथ के लिए

$$E = I' R_A + (I' - I_1) R = 0$$

$$\Rightarrow E = I' R_A + V'$$

$$\Rightarrow R_A = \frac{E - V'}{I'} \quad ...(i)$$

जब प्रतिरोध नही जोड़ा जाता तब,

$$E = I R_A + V$$

$$\Rightarrow R_A = \frac{E - V}{I} \quad ...(ii)$$

समीकरण (i) तथा (ii) से

$$\frac{I}{I'} = \frac{E - V}{E - V'} \qquad \Rightarrow \frac{1}{\eta} = \frac{E - \eta V'}{E - V'}$$

$$\Rightarrow E - V' = \eta E - \eta^2 \quad \Rightarrow V' = (\eta^2 - 1) = \eta (E - 1)$$

$$\Rightarrow V = \frac{\eta - 1}{\eta^2 - 1} E.$$

दिये गये मानों से,

$$V' = \frac{(2-1)6.0}{2^2 - 1} = \frac{6}{3} = 2V$$

13. वैद्युत युक्तियाँ

✦ बल्ब

(a) सभी बल्ब दी गई वोल्टता पर शक्ति उपयोग करते है। जैसे 100W, 220 वोल्ट

(b) शक्ति उपयोग एक परिवर्तनीय राशि है जबकि इसका प्रतिरोध एक निश्चित राशि है।

(c) प्रतिरोध, $R = \frac{V^2}{P}$.

(d) जब बल्बों की रेटिंग P_1, P_2 एवं P_3 समान विभव V पर हो तथा इन्हे यदि समान्तर क्रम में जोड़ दिया जाए तथा इनके सिरों के मध्य फिर से V विभवान्तर लगाया जाए तो सभी बल्बों द्वारा ली गई कुल शक्ति

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + ...$$

(e) जब बल्बों की रेटिंग P_1, P_2, P_3 समान विभव V पर हो तथा इन्हे यदि श्रेणी क्रम में जोड़ दिया जाए तथा इनके सिरों के मध्य फिर से V विभवान्तर लगा दिया जाए तो सभी बल्बों के द्वारा ली गई कुल शक्ति

$$\frac{1}{P} = \frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2} + \frac{1}{P_3} ....$$

(f) जब परिपथ जटिल हो तो परिपथ को नेट प्रतिरोध में बदलकर हल करें।

✦ गेल्वेनोमीटर

(a) गेल्वेनोमीटर एक ऐसा यंत्र है जो कि धारा के लिए सुग्राही है जब भी इसमें से धारा प्रवाहित होती है तो इसमें विक्षेप उत्पन्न होता है। अतः इससे धारा नापी जाती है।

(b) वोल्टमीटर एक ऐसा यंत्र है जिससे दो बिन्दुओं के मध्य विभवान्तर नापा जा सकता है।

(c) अमीटर एक ऐसा यंत्र है जो परिपथ की किसी शाखा में बह रही धारा को नापता है।

(d) अमीटर एवं वोल्टमीटर मुख्यतया गेल्वेनोमीटर है

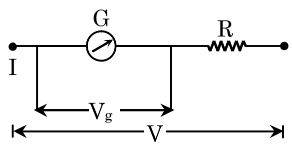
(A) गेल्वेनोमीटर का वोल्टमीटर में परिवर्तन :

माना V_g = वोल्टमीटर के सिरों पर आरोपित विभवान्तर ताकि पूरा विक्षेप आ जाये

G = गेल्वेनोमीटर का प्रतिरोध

V = वोल्ट मीटर को जिस परास में लाना है

R = वोल्टमीटर के श्रेणी क्रम में जोड़ा गया प्रतिरोध ताकि आवश्यक परास आ जाये।



$$R = G\left(\frac{V}{V_g} - 1\right)$$

व्युत्पत्ति

चूंकि गेल्वेनोमीटर एवं प्रतिरोध R श्रेणीक्रम में है अतः दोनों परिपथ से समान धारा लेगें

$$\therefore\ I = \frac{V_g}{G} = \frac{V}{G+R} \Rightarrow R = G\left(\frac{V}{V_g} - 1\right)$$

(B) गेल्वेनोमीटर का अमीटर में परिवर्तन :

माना I_g = गेल्वेनोमीटर के पूर्ण विक्षेप के लिए आवश्यक धारा

G = गेल्वेनोमीटर का प्रतिरोध

V = गेल्वेनोमीटर की परास जो कि आवश्यक है

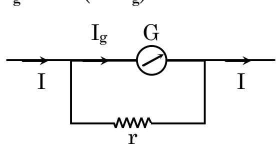
r = गेल्वेनोमीटर के समान्तर में जोड़ा गया प्रतिरोध

$$r = \frac{G}{I/I_g - 1}$$

व्युत्पत्ति

चूंकि गेल्वेनोमीटर एवं प्रतिरोध समान्तर क्रम में जुड़े है अतः उनके सिरों पर विभवान्तर समान होगा।

$$\therefore\ I_g . G = (I - I_g). r$$

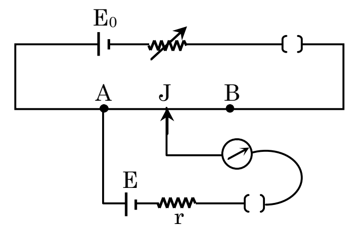


$$\Rightarrow\ r = \frac{G}{I/I_g - 1}$$

NOTE (i) आदर्श वोल्टमीटर का प्रतिरोध अनन्त होता है

(ii) आदर्श अमीटर का प्रतिरोध शून्य होता है

✦ विभवमापी



(a) विभवमापी वह उपकरण है जिसकी सहायता से हम दिए गए दो बिन्दुओं के मध्य विभवान्तर ज्ञात करते है।

(b) यह उपकरण वोल्टमीटर की तुलना में बेहतर है।

(c) चित्र में विभवमापी को दर्शाया गया हैं।

(d) तार AB विभवमापी तार कहलाता है। इसे समान अनुप्रस्थ काट का लिया जाता है ताकि प्रति एकांक लम्बाई में प्रतिरोध समान हो।

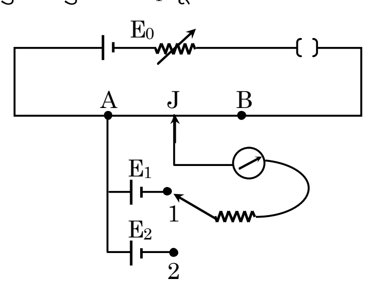
(e) बिन्दु J को इस प्रकार परिवर्तित किया जाता है कि गेल्वेनोमीटर में कोई विक्षेप नहीं आए। अतः AJ के सिरों के मध्य विभवान्तर E हो तो

$\therefore\ E \propto \ell$

(f) गेल्वेनोमीटर में शून्य विक्षेप प्राप्त करने के लिए emf E_0 का माप E से बढ़ा है।

(A) दो सेलों के विद्युत वाहक बल की तुलना करने के लिए विभवमापी का उपयोग :

जब स्विच स्थिति (1) में होता है तो, शून्य विक्षेप बिन्दु, बिन्दु A से ℓ_1 दूरी पर प्राप्त किया जाता है।



$$E_1 \propto \ell_1$$

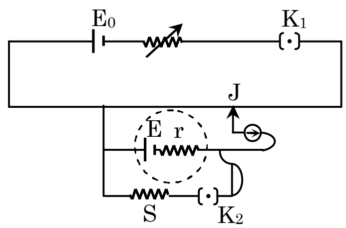
जब स्विच स्थिति (2) में रखा जाता है तो लम्बाई ℓ_2 पर यदि शून्य विक्षेप बिन्दु प्राप्त हो तो –

$\therefore\ \quad E_2 \propto \ell_2$

इस प्रकार $\quad \dfrac{E_1}{E_2} = \dfrac{\ell_1}{\ell_2}$

(B) सेल का आन्तरिक प्रतिरोध ज्ञात करनें में विभवमापी का उपयोग :

जब स्विच K_1 बन्द परिपथ है तथा K_2 खुले परिपथ में है, तो यदि शून्य विक्षेप बिन्दु ℓ_1 दूरी पर प्राप्त किया जाता है तो



$\therefore \quad E_0 \propto \ell_1 \qquad \text{...(i)}$

जब स्विच K_2 भी बन्द परिपथ में है तो शून्य विक्षेप बिन्दु दूरी ℓ_2 पर प्राप्त होता है

$\therefore \quad V \propto \ell_2 \qquad \text{...(ii)}$

जहाँ V सेल के सिरों के मध्य विभवान्तर है जब स्विच K_2 बन्द परिपथ में है

$$V = \frac{E}{r+R}\cdot R \qquad \text{...(iii)}$$

$$\therefore \quad \frac{E}{V} = \frac{\ell_1}{\ell_2}$$

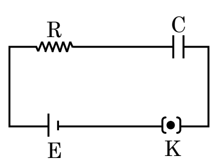
$$\Rightarrow \quad \frac{E}{E\frac{R}{r+R}} = \frac{\ell_1}{\ell_2} \Rightarrow r = R.\,\frac{\ell_1 - \ell_2}{\ell_1}$$

14.R–C परिपथ

जब प्रतिरोध एवं संधारित्र श्रेणी क्रम में सेल के साथ या बिना सेल के साथ जोड़े जाते है तो परिपथ R–C परिपथ कहलाता है।

✦ संधारित्र का आवेशीकरण

यदि प्रतिरोध R एवं संधारित्र C को emf E के सेल के साथ जोड़ दिया जाए तथा स्विच k को बन्द कर दिया जाए तो t = 0 पर



(a) किसी समय t पर धारा दी जाती है

$$I(t) = \frac{E}{R}e^{-t/RC}$$

(b) किसी समय t पर संधारित्र पर आवेश,

$$q(t) = CE\,(1 - e^{-t/RC})$$

(c) $t = 0,\ I = \dfrac{E}{R}$ पर

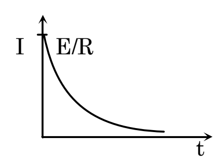
जो कि अधिकतम है एवं आवेश q = 0

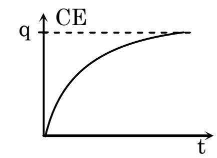
(d) $t = \infty$ पर स्थायी अवस्था आ जाती है

स्थायी धारा, $I\,(t = \infty) = 0$

स्थायी अवस्था में आवेश $q\,(t = \infty) = CE$

(e) I का t के साथ ग्राफ   q के t के साथ ग्राफ

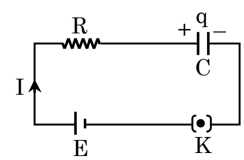




(f) $\tau = RC$ को समय नियतांक कहते है

व्युत्पत्ति

माना कि किसी समय t पर I परिपथ में धारा एवं q आवेश है तो



किरचॉफ के नियम से

$$E = IR + \frac{q}{c} \qquad \text{... (i)}$$

$$I = \frac{dq}{dt} \qquad \text{... (ii)}$$

समीकरण (i) में I का मान रखने पर,

$$\frac{q}{c} + R\frac{dq}{dt} = E$$

हल करने पर प्रारम्भिक मान रखने पर t = 0, q = 0 पर हम प्राप्त करते है।

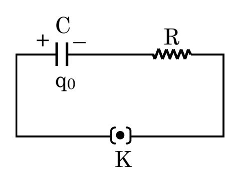
$$q = CE\,(1 - e^{-t/RC}) = CE\,(1 - e^{-t/\tau})$$

अवकलन करने पर

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{E}{R}\,e^{-t/RC} = \frac{E}{R}e^{-t/\tau}$$

✦ संधारित्र का निरावेशीकरण

एक आवेशित संधारित्र को प्रतिरोध R के श्रेणी क्रम में जोड़ा जाता है। माना कि t = 0 पर संधारित्र पर आवेश q_0 है।



(a) किसी समय t पर परिपथ में धारा

$$I = \frac{q_0}{RC}e^{-t/RC}$$

(b) किसी समय t पर परिपथ में धारा

$$q = q_0\, e^{-t/RC}$$

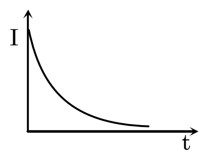
(c) t = 0 पर, $I\,(t = 0) = \dfrac{q_0}{RC}$

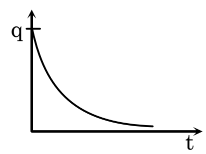
जो कि अधिकतम है $q\,(t = 0) = q_0$

(d) स्थिरावस्था में $t = \infty$, $I\,(t = \infty) = 0$

एवं आवेश, $q\,(t = \infty) = 0$

(e) I एवं t के मध्य ग्राफ   q का t के साथ ग्राफ

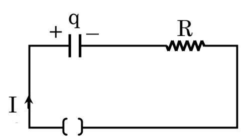




(f) $\tau = RC$ समय नियतांक कहलाता है (इसकी विमा समय के बराबर है।)

व्युत्पत्ति

माना कि I परिपथ में धारा एवं q किसी क्षण संधारित्र पर आवेश है। किरचॉफ नियम आरोपित करने पर



$$\frac{q}{c} + IR = 0,\ I = \frac{dq}{dt}$$

$$\therefore \quad R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{c} = 0$$

हल करके प्रारम्भिक मान रखने पर

$t = 0,\ q = q_0,$

हम प्राप्त करते है, $q = q_0\, e^{-t/RC}$

अवकलन करने पर,

$$I = \frac{dq}{dt} = -\frac{q_0}{RC}\, e^{-t/RC}$$

ऋणात्मक चिन्ह यह प्रदर्शित करता है कि ली गई धारा कि दिशा वास्तविक दिशा से भिन्न है।

✦ **R-C परिपथ के संदर्भ में महत्वपूर्ण बिन्दु**

(a) यदि संधारित्र अनावेशित है तो यह शून्य प्रतिरोध के तार की भाँति व्यवहार करता है।

(b) यदि संधारित्र पूर्ण रूप से आवेशित है तो यह अनन्त प्रतिरोध के तार की तरह व्यवहार करता है अतः उस शाखा में कोई धारा नहीं बहेगी जिसमें संधारित्र पूर्ण रूप से आवेशित है।

(c) यदि किसी समय संधारित्र पर आवेश ज्ञात हो तो परिपथ में धारा का मान संधारित्र को q/c के मान के emf के सेल से प्रतिस्थापित करके प्राप्त किया जा सकता है जब काल्पनिक सेल की ध्रुवता संधारित्र के समान ही रखी गई है।

(d) यदि किसी आवेशित संधारित्र को किसी प्रतिरोध से जोड़ा जाए तो प्रतिरोध में उत्पन्न ऊष्मा का मान निम्न होगा

$$H = \frac{1}{2}CV^2$$

प्रतिरोध में उत्पन्न ऊष्मा प्रतिरोध के मान पर निर्भर नहीं करती। यदि शून्य विभव तार को भी जोड़ा जाए तो उत्पन्न ऊष्मा समान होगी।

(e) संधारित्र के आवेशिकरण में एक समय नियतांक के बराबर समय में संधारित्र पर एकत्रित आवेश अधिकतम आवेश के 37% के बराबर होता है

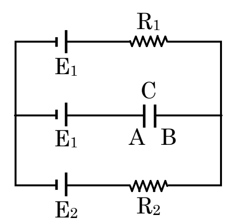
(f) इसी प्रकार संधारित्र के निरावेशीकरण में परिपथ में धारा अधिकतम धारा की 37% होती है।

Example

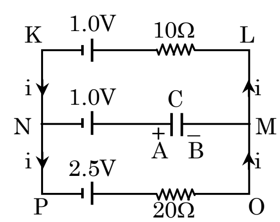
R - C परिपथ पद आधारित

Example. 53

दिये गये परिपथ चित्र में स्त्रेत का वि.वा.बल E_1 = 1.0 V तथा E_2 = 2.5 V तथा प्रतिरोध का मान R_1 = 10 Ω तथा R_2 = 20 Ω हैं। स्त्रेत का आन्तरिक प्रतिरोध नगण्य है। संधारित्र C की प्लेटों A तथा B के मध्य विभवान्तर $V_A - V_B$ ज्ञात कीजिए



Solution.



परिपथ में प्रवाहित धारा चित्रनुसार है। संधारित्र में धारा का प्रवाह नही होगा।

लूप POLKP में किरचॉफ का नियम लगाने पर

$20i + 10i = 2.5 - 1.0$ or $30\,i = 1.5$

$$\therefore \quad i = \frac{1.5}{30} = 0.05 \text{ amp.}$$

लूप POMNP में किरचॉफ का नियम लगाने पर

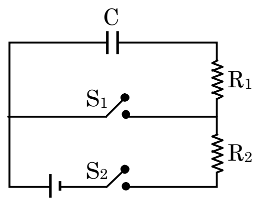
$$20i + \frac{q}{C} = 2.5 - 1$$

या $\frac{q}{C} = 1.5 - 20\,i = 1.5 - 20 \times 0.05$

या $\frac{q}{C} = 0.5$ volts

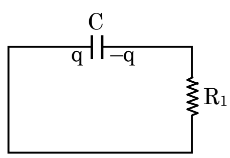
Example. 54

चित्रनुसार संधारित्र को V विभवान्तर तक आवेशित किया गया है जिससे कि यह शेष खुले हुए कुंजी S_1 तथा S_2 पर आवेश CV प्रवाहित करता है। t = 0 पर कुंजी S_1 बन्द है। $t = R_1 C$ पर कुंजी S_1 खुली हुई है तथा S_2 बन्द है। $t = 2R_1C + R_2C$ पर संधारित्र पर आवेश ज्ञात कीजिए



Solution.

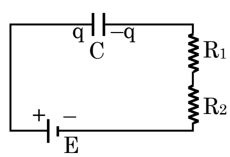
जब कुंजी S_1 बन्द है तथा S_2 खुली हुई है तो परिपथ निम्न चित्रनुसार होगा



अब $q = CVe^{-t/R_1C}$

$t = R_1C$ पर, संधारित्र पर आवेश $q = CV\,e^{-1} = CV/e$ होगा

इस स्थिति पर कुंजी S_2 बन्द तथा S_1 खुली हुई है तब परिपथ निम्न चित्रनुसार होगा



$R = R_1 + R_2$

$$\therefore \frac{dq}{dt} = \frac{CE - q}{RC} \text{ or } \frac{dq}{CE - q} = \frac{dt}{RC}$$

समाकलन करने पर, हमे प्राप्त होता हैं

$$\int_{CV/e}^{q_f} \frac{dq}{CE - q} = \int_{R_1C}^{2R_1C + R_2C} \frac{dt}{R_1C}$$

हल करने पर हमें प्राप्त होता है

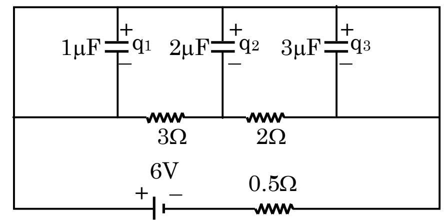
$$CE - q_f = \frac{CE}{e} - \frac{CV}{e^2}$$

$$q_f = CE - \frac{CE}{e} + \frac{CV}{e^2}$$

या $q_f = CE\left(1 - \frac{1}{e}\right) + \frac{CV}{e^2}$

Example. 55

दिये गये परिपथ में बैटरी का विद्युत वाहक बल तथा आंतरिक प्रतिरोध क्रमशः 6 V तथा 0.5 Ω है। स्थायी अवस्था में प्रत्येक संधारित्र पर आवेश की गणना कीजिए



Solution.

स्थायी अवस्था में संधारित्र में धारा का प्रवाह नही होता है इस स्थिति पर परिपथ चित्रनुसार होगा

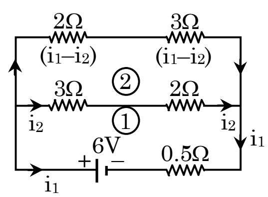
लूप 1 तथा लूप 2 में किरचॉफ वोल्टेज नियम लगाने पर

$3i_2 + 2i_2 + 0.5\,i_1 = 6$ ...(i)

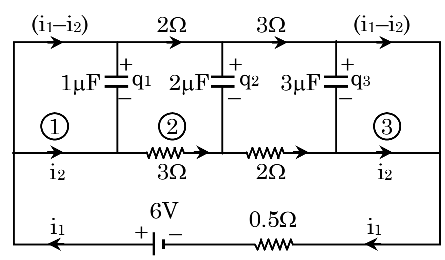
$2(i_1 - i_2) + 3(i_1 - i_2) - 2i_2 - 3i_2 = 0$ ...(ii)

इन समीकरणों को हल करने पर

$i_1 = 2$ amp. तथा $i_2 = 1$ amp.



माना स्थायी अवस्था में, चित्रनुसार धारिता 1 μF तथा 3 μF के संधारित्रें के आवेश क्रमशः q_1, q_2 तथा q_3 है।



लूप 1 में किरचॉफ वोल्टेज नियम लगाने पर

$$\frac{q_1}{1 \times 10^{-6}} = 0 \text{ या } q_1 = 0$$

लूप 2 में किरचॉफ वोल्टेज नियम लगाने पर

$$2(i_1 - i_2) + \frac{q_2}{2 \times 10^{-6}} - 3\,i_2 - \frac{q_1}{1 \times 10^{-6}} = 0$$

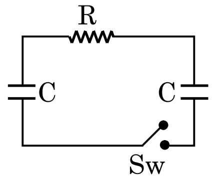
$q_2 = 2 \times 10^{-6}$ C या $q_2 = 2\mu C$

इसी प्रकार, लूप 3 में किरचॉफ वोल्टेज नियम लगाने पर

$$\frac{-q_3}{3 \times 10^{-6}} = 0 \text{ या } q_3 = 0$$

✍ Example. 56

दिये गये चित्र में, प्रत्येक संधारित्र की धारिता C के बराबर है तथा प्रतिरोध R है। जिनमें से एक संधारित्र को विभव V_0 से जोडा गया था तथा t = 0 क्षण पर कुंजी Sw को लघुपथ किया जाता है, तो ज्ञात कीजिए



(a) परिपथ में धारा I समय के फलन के रूप मे;

(b) उत्पन्न ऊष्मा का मान क्या होगा ?

Solution.

(a) किसी क्षण पर, जब कुंजी बन्द की जाती है तो किसी एक संधारित्र पर आवेश $q_0 = CV_0$ बन्द कुंजी में प्रवाहित होगा तथा प्रवाहित धारा $I = \frac{dq}{dt}$ होगी।

किरचॉफ के नियम से,

$$\frac{q}{C} + \frac{q}{C} + IR = V_0 \Rightarrow \frac{2q}{C} + R\frac{dq}{dt} = V_0$$

$$\Rightarrow \frac{dq}{CV_0 - 2q} = \frac{dt}{RC}$$

समाकलन करने पर, $\log_e \frac{q - \frac{CV_0}{2}}{-\frac{CV_0}{2}} = -\frac{2t}{RC}$

या, $q = \frac{CV_0}{2}(1 - e^{-2t/RC})$

तथा $I = \frac{dq}{dt} = \frac{V_0}{R}e^{-2t/RC}$

(b) उत्पन्न ऊष्मा Q = संधारित्र की प्रारम्भिक ऊर्जा:

$$Q = \frac{1}{2}\left(\frac{C}{2}\right)V_0^2 = \frac{CV_0^2}{4}$$

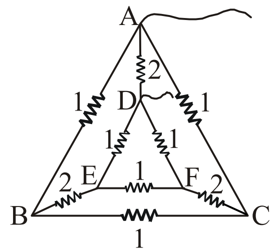
or from a knowledge of I(t)

$$Q = \int_0^\infty I^2(t)\,R\,dt = \frac{V_0^2}{R}.R\int_0^\infty e^{-4t/RC}dt$$

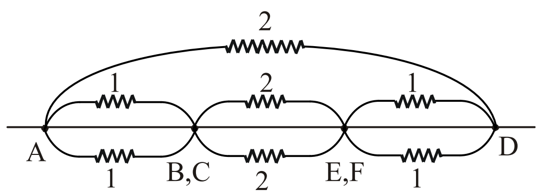
$$= \frac{1}{4}CV_0^2$$

SOLVED EXAMPLE

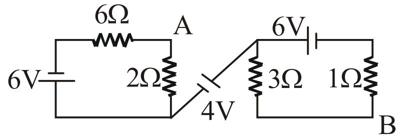
उदा. 1 चित्रानुसार 9 चालकों का नेटवर्क छः बिन्दु A, B, C, D, E तथा F से जुड़ा हुआ है। सभी प्रतिरोध ओम में हैं। A तथा D के मध्य तुल्य प्रतिरोध है।



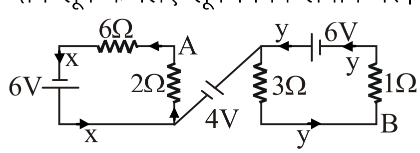
हल B तथा C सम विभव बिन्दु है तथा इसी प्रकार E व F भी 1 Ω तथा 1 Ω समान्तर में है अतः इनका परिणामी 1/2 Ω होगा इसी प्रकार 2 Ω तथा 2 Ω समान्तर में है अतः इनका परिणामी 1 Ω होगा तथा 1 Ω तथा 1 Ω समान्तर क्रम में है अतः इनका परिणामी 1/2 Ω होगा। 1/2 Ω, 1Ω, 1/2 Ω श्रेणीक्रम में है अतः इनका परिणामी 1/2 + 1 + 1/2 = 2 Ω होगा एवं 2 Ω व 2 Ω समान्तर में है अतः इनका परिणामी 1 Ω होगा।



उदा.2 प्रदर्शित नेटवर्क में, A तथा B के मध्य विभवान्तर ज्ञात कीजिये।



हल धारा का वितरण चित्रानुसार प्रदर्शित है, यह बात ध्यान में रखते हुए कि सेल में धारा का आन्तरिक तथा बाह्य प्रवाह समान होना चाहिए। लूप के बांये तथा दांये लूप के लिए लूप नियम लगाने पर।



$2x + 6x = 6$ या $x = 0.5$ A

तथा $3y + 1y = 6$

या $y = 1.5$ A

$V_{AB} = \sum ir - \sum e$

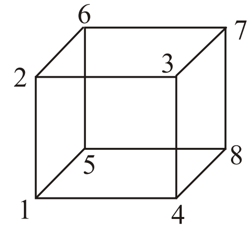
$= (-2 \times 0.5 + 3 \times 1.5) - 4$

$= -0.5$ V

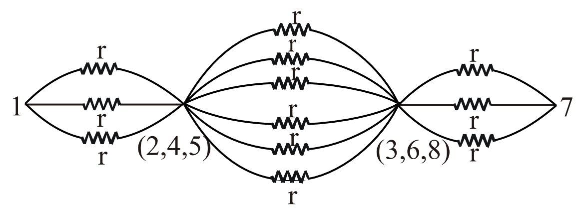
ऋणात्मक चिन्ह प्रदर्शित करता है कि बिन्दु B, A की अपेक्षा उच्च विभव पर है। अतः

$V_{BA} = -1$ V

उदा.3 तार फ्रेम से निर्मित घन का प्रतिरोध ज्ञात कीजिए जब इसे बिन्दुओं 1 तथा 7 के मध्य नापा जाता है। प्रत्येक भुजा का प्रतिरोध r है।



हल बिन्दु 1 एवं 7 के सापेक्ष समरूपता बनाते हैं कि 2, 4 एवं 5 समविभव बिन्दु है एवं 5, 6 एवं 8 समविभव बिन्दु है अतः परिपथ को चित्रानुसार बनाया जा सकता है। प्रतिरोध r, r एवं r समान्तर क्रम में है इनसे हमे r/3 मिलेगा।



r, r, r, r, r, r समान्तर क्रम में है अतः इनसे r/6 एवं r, r, r समान्तर में है इनसे r/3 मिलेगा चूंकि अब r/3, r/6, r/3 श्रेणीक्रम में अतः इनसे 5r/6 मिलेगा।

उदा. 4 दो प्रतिरोधों के प्रतिरोध ताप गुणांक α_1 तथा α_2 है, जिनके 0ºC पर प्रतिरोध R_{01} तथा R_{02} है। दो प्रतिरोध को समान्तर में जोड़ते हुए संयुक्त प्रतिरोध का ताप गुणांक ज्ञात कीजिए।

हल $R_1 = R_{01}(1 + \alpha_1 t)$

तथा $R_2 = R_{02}(1 + \alpha_2 t)$

इसी प्रकार $R = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = R_0(1 + \alpha t)$

तथा $R_o = \dfrac{R_{01}R_{02}}{R_{01} + R_{02}}$

$$\therefore \quad \frac{R_{01}R_{02}}{R_{01}+R_{02}}(1+\alpha t)$$

$$= \frac{R_{01}R_{02}(1+\alpha_1 t)(1+\alpha_2 t)}{R_{01}+R_{02}+(R_{01}\alpha_1+R_{02}\alpha_2)t}$$

$$\Rightarrow \quad (1+\alpha t) = \frac{(1+(\alpha_1+\alpha_2)t)}{1+\dfrac{R_{01}\alpha_1+R_{02}\alpha_2}{R_{01}+R_{02}}t}$$

$$= (1+(\alpha_1+\alpha_2)t)\left(1-\frac{R_{01}\alpha_1+R_{02}\alpha_2}{R_{01}+R_{02}}t\right)$$

$\Rightarrow 1 = \alpha t$

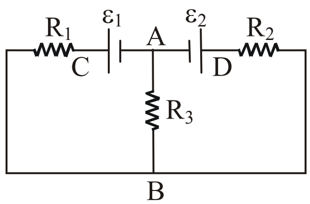
$$= 1 + 1 + (\alpha_1 + \alpha_2)t - \frac{R_{01}\alpha_1 + R_{02}\alpha_2}{R_{01} + R_{02}} t$$

$$= 1 + \frac{R_{01}\alpha_1 + R_{02}\alpha_1 + R_{01}\alpha_2 + R_{02}\alpha_2 - R_{01}\alpha_1 - R_{02}\alpha_2}{R_{01} + R_{02}} t$$

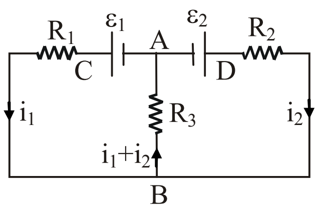
$$= 1 + \frac{R_{02}\alpha_1 + R_{01}\alpha_2}{R_{01} + R_{02}} \times t$$

$$\alpha = \frac{R_{02}\alpha_1 + R_{01}\alpha_2}{R_{01} + R_{02}}$$

उदा.5 प्रदर्शित परिपथ में तीन प्रतिरोध R_1, R_2 तथा R_3 में जाने वाली धारा का मान ज्ञात कीजिए।



(a)



(b)

हल माना कि बिन्दु A का विभव 0 है, C पर विभव ε_1 तथा D पर ε_2 होगा। माना B पर विभव V है। तीनों प्रतिरोधों से जाने वाली धारा चित्रानुसार i_1, i_2 तथा $i_1 + i_2$ है। अतः B की तरफ निर्देशित धारा B से दूर जा रही धारा के समान है।

तीनों प्रतिरोध R_1, R_2 तथा R_3 में ओम का नियम लगाने पर, हम प्राप्त करते हैं

$$\varepsilon_1 - V = R_1 i_1 \qquad \ldots(i)$$

$$\varepsilon_2 - V = R_2 i_2 \qquad \ldots(ii)$$

तथा $V - 0\ R_2\ (i_1 + i_2)$ ...(iii)

समीकरण (i) तथा (iii) को जोड़ने पर,

$$\varepsilon_1 = R_1 i_1 + R_3(i_1 + i_2)$$

$$= (R_1 + R_3)\, i_1 + R_3 i_2 \qquad \ldots(iv)$$

तथा समीकरण (ii) तथा (iii) को जोड़ने पर,

$$\varepsilon_2 = R_2 i_2 + R_3\,(i_1 + i_2)$$

$$= (R_2 + R_3)\, i_2 + R_3 i_1 \qquad \ldots(v)$$

समीकरण (iv) एवं (v) को किरचॉफ नियम से सीधे ही लिखा जा सकता है

सीकरण (iv) को $(R_2 + R_3)$ से गुणा करने पर एवं (v) को R_3 से गुणा करने पर एवं i_2 हटाने के लिए

$$i_1 = \frac{\varepsilon_1(R_2 + R_3) - \varepsilon_2 R_3}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_3) - R_3^2}$$

$$i_1 = \frac{\varepsilon_1(R_2 + R_3) - \varepsilon_2 R_3}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}$$

इसी प्रकार समीकरण (iv) एवं (v) से i_1 को हटाने पर

$$i_2 = \frac{\varepsilon_2(R_1 + R_3) - \varepsilon_1 R_3}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}$$

And so,

$$i_1 + i_2 = \frac{\varepsilon_1 R_2 + \varepsilon_2 R_1}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}$$

उदा 6 एक संधारित्र को 10 Ω के प्रतिरोध से 12 V की बैटरी से जोड़ा जाता है। यह पाया गया है कि संधारित्र के संगत विभवान्तर 1 μs में 4.0 V तक बढ़ता है। संधारित्र की धारिता ज्ञात कीजिए। (दिया है $\ell n\,(3/4) = 0.405$).

हल आवेशन के दौरान संधारित्र पर आवेश

$$Q = Q_0\,(1 - e^{-t/RC})$$

अतः, संधारित्र के सिरों पर विभवान्तर

$$V = Q/C = Q_0 / C\,(1 - e^{-t/RC})$$

यहाँ at t=1 μs, पर विभवान्तर 4 V हैं जबकि साम्य अवस्था विभवान्तर

$$Q_0/C = 12\text{ V अतः,}$$

$$4\text{V} = 12\text{ V}\,(1 - e^{-t/RC})$$

या, $$1 - e^{-t/RC} = \frac{1}{3}$$

या, $$e^{-t/RC} = \frac{2}{3}$$

या, $$\frac{t}{RC} = \text{In}\left(\frac{3}{2}\right) = 0.405$$

या, $$RC = \frac{t}{0.405} = \frac{1\mu s}{0.405} = 2.469\,\mu s$$

या, $$C = \frac{2.469\ \mu s}{10\Omega} = 0.25\,\mu F$$

उदा.7 समान्तर faces वाले ब्लॉक की सभी किनारे असमान है। इसका longest किनारा इसके shortest किनारे से दुगुना है। समान्तर फलकों (facest) के मध्य अधिकतम तथा न्यूनतम प्रतिरोध का अनुपात है

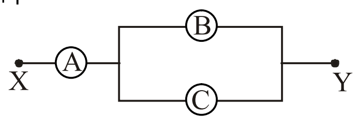
हल माना कि किनारे 2ℓ, a तथा ℓ, घटते क्रम में है अतः

$$R_{max} = \rho\frac{2\ell}{a\ell}$$

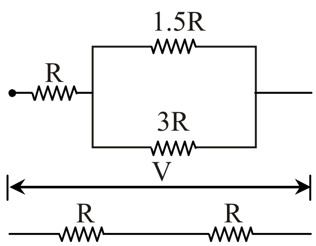
$$R_{min} = \rho\frac{\ell}{2\ell a} = \frac{\rho}{2a}$$

$$\frac{R_{max}}{R_{min}} = 4$$

उदा.8 R, 1.5 R तथा 3 R प्रतिरोध के तीन वोल्टमीटर क्रमशः A, B तथा C चित्र में दिखाये गये है। यदि कोई विभवान्तर V, X व Y के मध्य आरोपित किया जाता है तो वोल्टमीटर के मान क्रमशः V_A, V_B तथा V_C होगें।



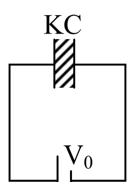
हल



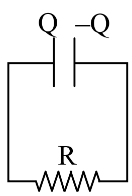
$$V_A = V_B = V_C = \frac{V}{2}$$

उदा.9 एक समान्तर प्लेट संधारित्र जिसे परावैद्युत नियतांक k के परावैद्युतांक से भरा गया है तथा V_0 विभव तक आवेशित किया जाता है। अब इसे सैल से विच्छेदित कर दे तथा पट्टिका हटा दी जाती है। यदि अब इसे प्रतिरोध से समय नियतांक τ के साथ निरावेशित कर दे तो कुछ समय बाद इसके संगत विभवान्तर V_0 है।

हल



$$Q = KCV_0$$



$$Q = Qe^{-t/\tau}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{q}{C} = \frac{Q}{C}e^{t/\tau}$$

$$V_0 = \frac{KCV_0}{C}e^{-t/\tau}$$

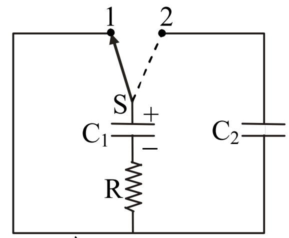
$$\Rightarrow \quad V_0 = KV_0e^{-t/\tau}$$

$$\frac{1}{K} = e^{-t/\tau}$$

or $$\log K = \frac{t}{\tau}$$

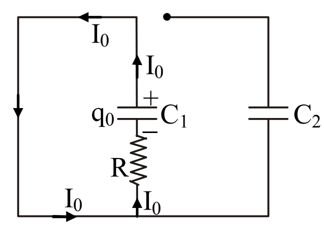
$$t = \tau \log_e K$$

उदा.10 एक आवेशित संधारित्र C_1 को प्रतिरोध R की सहायता से निरावेशित किया जाता है चित्रानुसार स्विच S को स्थिति 1 में रखकर। जब निरावेशित धारा I_0 तक गिर जाती है तो स्विच को अचानक स्थिति 2 पर कर दिया जाता है।



अतः प्रतिरोध R में उत्पन्न ऊष्मा क्या होगी तथा परिपथ में धारा I का मान समय के फलन के रूप में क्या होगा ?

हल माना संधारित्र C_1 पर आवेश q_0 है जब कुंजी की स्थिति 1 से स्थिति 2 तक शिफ्ट किया जाता है। कुंजी के शिफ्ट करने से पूर्व, परिपथ में किरचॉफ वोल्टेज नियम लगाने पर.

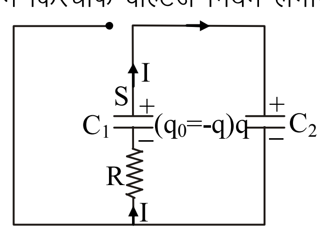


$$\frac{q_0}{C_1} - I_0 R = 0 \quad \text{or} \quad q_0 = I_0 RC_1$$

जब कुंजी को स्थिति 1 से स्थिति 2 तक शिफ्ट किया जाता है, तो संधारित्र C_1 लगातार निरावेशित होता रहता है जबकि C_2 आवेशित होने लगता है।

स्विच को स्थिति 2 पर लाने के t समय बाद संधारित्र C_2 पर आवेश यदि q एवं धारा I है।

∴ C_1 पर शेष आवेश $(q_0 - q)$ चित्रानुसार परिपथ में किरचॉफ वोल्टेज नियम लगाने पर.



$$\frac{q}{C_2} + IR - \frac{(q_0 - q)}{C_1} = 0$$

या $$IR = \frac{q_0 - q}{C_1} - \frac{q}{C_2}$$

$$= \frac{(q_0C_2 - qC_2) - qC_1}{C_1C_2}$$

परन्तु धारा, $I = \frac{dq}{dt}$ (C_2 पर आवेश वृद्धि की दर)

$$\therefore \quad R\frac{dq}{dt} = \frac{q_0C_2 - q(C_1+C_2)}{C_1C_2}$$

या $$\frac{dp}{q_0C_2 - q(C_1+C_2)} = \frac{dt}{RC_1C_2}$$

परन्तु $t = 0$ पर, $q = 0$

$$\therefore \int_0^q \frac{dp}{q_0C_2 - q(C_1+C_2)} = \int_0^1 \frac{dt}{RC_1.C_2}$$

उपरोक्त समीकरण से,

$$q = \left(\frac{q_0C_2}{C_1+C_2}\right)\left[1 - e^{-\left(\frac{C_1+C_2}{RC_1C_2}\right)t}\right]$$

$q_0 = I_0\,RC_1$ का मान रखने पर,

$$q = I_0 \cdot \frac{RC_1C_2}{C_1+C_2}\left[1 - e^{-\left(\frac{C_1+C_2}{RC_1C_2}\right)t}\right]$$

परन्तु धारा, $I = \frac{dq}{dt}$

$$\therefore \quad I = I_0 . e^{-\left(\frac{C_1+C_2}{RC_1C_2}\right)t}$$

साम्यावस्था में, संधारित्र पर उभयनिष्ठ विभवान्तर

$V = \frac{q_0+0}{C_1+C_2}$ द्वारा दिया जाता है।

$$\left(\text{using } V = \frac{C_1V_1 + C_2V_2}{C_1+C_2}\right)$$

या $$V = \frac{I_0RC_1}{C_1+C_2}$$

प्रारंभ में C_1 में संचित ऊर्जा

$$U_1 = \frac{q_0^2}{2C_1} = \frac{1}{2}I_0^2\,R^2\,C_1$$

साम्यावस्था में, दोनों संधारित्र में संचित ऊर्जा

$$U_2 = \frac{1}{2}C_1V^2 + \frac{1}{2}C_2V^2$$

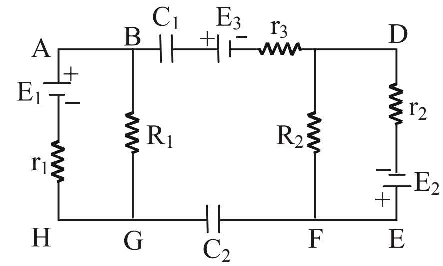
$$= \frac{1}{2}(C_1+C_2)\frac{I_0^2\,R^2\,C_1^2}{(C_1+C_2)^2}$$

$$= \frac{I_0^2\,R^2\,C_1^2}{2(C_1+C_2)}$$

प्रतिरोध R के संगत उत्पन्न ऊष्मा = आवेश के पुनः वितरण के दौरान संधारित्र में संचित ऊर्जा की हानि

$$= \frac{I_0^2\,R^2\,C_1C_2}{2(C_1+C_2)}$$

उदा.11 प्रदर्शित परिपथ में,



$R_1 = 8\Omega$, $R_2 = 5\Omega$,
$C_1 = 6\mu F$, $C_2 = 3\mu F$,
$E_1 = 5V$, $r_1 = 2\Omega$,
$E_2 = 24V$, $r_2 = 3\Omega$,
$E_3 = 14V$ तथा $r_3 = 2\Omega$.

साम्य अवस्था में C_1 तथा C_2 संधारित्रों पर आवेश की गणना करो।

हल साम्यावस्था में, संधारित्र में कोई धारा प्रवाहित नहीं होती है, इसलिऐ दिऐ गऐ परिपथ में चार अज्ञात राशियाँ हैं –

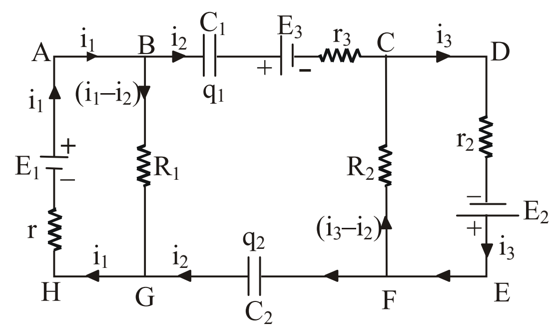
(i) बांये mesh ABGHA में धारा,

(ii) दांये mesh CDEFC में धारा,

(iii) संधारित्र C_1 पर आवेश q_1 तथा

(iv) संधारित्र C_2 पर आवेश q_2 है।

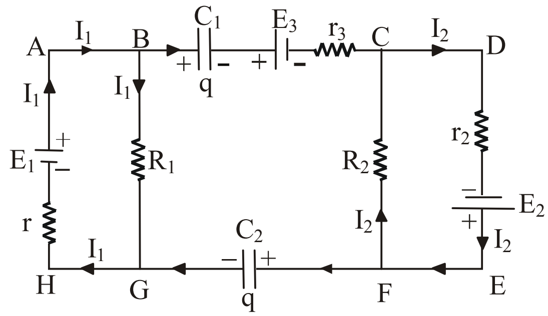
परन्तु तीन अद्वितीय समीकरणें किरचॉफ वोल्टेज नियम द्वारा प्राप्त की जा सकती है। इसका अर्थ है कि परिपथ की जानकारी के लिऐ हमें एक समीकरण की और आवश्यकता है।



किसी क्षण परिपथ में, जब साम्यावस्था नहीं पहुंचती तथा संधारित्र पर आवेश बढ़ने लगता है। संधि पर किरचॉफ धारा नियम लगाने पर, यह पाया गया है कि दोनों संधारित्रों में धारा हमेशा समरूप प्रवाहित हो रही है जैसा कि चित्र में दिखाया गया है।

अतः दोनों संधारित्र पर आवेश q_1 और q_2 के परिमाण के बराबर है। माना यह q है।

चित्र में धारा की दिशा से, यह स्पष्ट है कि यदि C_1 संधारित्र की बांयी प्लेट धनात्मक तथा दांयी प्लेट के संधारित्र C_2 की समान ध्रुवता होगी। साम्यावस्था में चित्रानुसार परिपथ दिखाया गया है,



mesh ABGHA में किरचॉफ वोल्टेज नियम लगाने पर, $I_1R_1 + I_1r_1 - E_1 = 0$ या $I_1 = 0.5\ A$

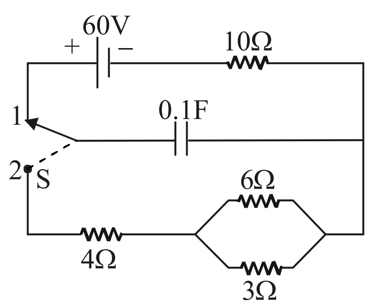
mesh CDEFC के लिऐ, $I_1r_2 - E_2 + I_2R_2 = 0$

अथवा $I_2 = 3A$

अब mesh BCFGB पर किरचॉफ वोल्टेज नियम लगाने पर,

$$+\frac{q}{C_1} + E_3 - I_2R_2 + \frac{q}{C_2} - I_1R_1 = 0 q = 10\mu C \text{ Ans.}$$

उदा.12 चित्रानुसार परिपथ में, two way स्विच S काम में लिया जाता है। पहले, स्थिति 1 में स्विच रखकर संधारित्र को आवेशित किया जाता है। जब स्विच स्थिति 2 में हो तो प्रत्येक प्रतिरोध के संगत उत्पन्न ऊष्मा की गणना करो।



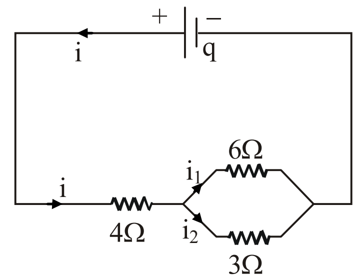
हल प्रारम्भ में स्विच 1 स्थिति में था। इसलिए, प्रारंभ में संधारित्र पर विभवान्तर बैटरी के विद्युत वाहक बल के बराबर था अर्थात् 60 वोल्ट

$\therefore$ प्रारंभ में संधारित्र में संचित ऊर्जा

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times 60^2\ J$$

$= 180\ J$

जब स्विच को स्थिति 2 में शिफ्ट किया जाता है, तो संधारित्र निरावेशित होने लगता है तथा इसमें संचित ऊर्जा प्रतिरोध के संगत ऊष्मा के रूप में ह्रास होता है। माना किसी क्षण पर संधारित्र से निरावेशित धारा i है, जैसा कि चित्र में प्रदर्शित है -



किरचॉफ नियमानुसार,

$i_1 + i_2 = I$ ...(1)

$6i_1 - 3i_2 = 0$

या $i_2 = 2i_2$ ...(2)

उपरोक्त दोनों समीकरणों से,

$$i_1 = \frac{i}{3}$$

तथा $$i_2 = \frac{2}{3}i$$

परन्तु प्रतिरोध R में उत्पन्न तापीय शक्ति $P = i^2 R$ है, जहाँ i उसमें प्रवाहित धारा है। इसलिऐ 4Ω, 6Ω अथवा 3Ω प्रतिरोध के संगत उत्पन्न ऊष्मा P_1, P_2 व P_3 ; $4i^2 : 6i_1^2 : 3i_2^2$ के अनुपात में है।

या $$P_1 : P_2 : P_3 = 4 : \frac{2}{3} : \frac{4}{3} = 6 : 1 : 2$$

परन्तु कुल उत्पन्न ऊष्मा $P_1 + P_2 + P_3 = U$ है।

$P_1 + P_2 + P_3 = U$

$\therefore$ 4Ω के संगत उत्पन्न ऊष्मा

$P_1 = 120$ जूल **उत्तर**

6Ω के संगत उत्पन्न ऊष्मा

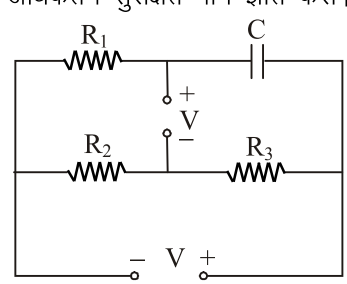
$P_2 = 20$ जूल **उत्तर**

3Ω के संगत उत्पन्न ऊष्मा

$P_3 = 40$ जूल **उत्तर**

चूंकि, निरावेशन के कारण, 10 Ω प्रतिरोध में कोई धारा प्रवाहित नहीं होती है, इसलिऐ इसके संगत उत्पन्न ऊष्मा शून्य के बराबर है। **उत्तर**

उदा.13 चित्रानुसार परिपथ में, समान्तर प्लेट संधारित्र C जिसका प्रत्येक प्लेट क्षेत्रफल A = 50 cm^2 तथा d = 1 mm की दूरी पर है। $R_1 : R_2 : R_3$ के प्रतिरोध क्रमशः 3 Ω, 2 Ω व 1 Ω है। चित्रानुसार परिपथ में दो वास्तविक स्त्रोत प्रत्येक का emf V तथा नगण्य आन्तरिक प्रतिरोध, को जोड़ा जाता है। यदि वायु की परावैद्युत सामर्थ्य $E_0 = 3 \times 10^6\ Vm^{-1}$ हो, तो V का अधिकतम सुरक्षित मान ज्ञात करो।



हल स्त्रोत के कारण, धारा प्रतिरोध R_1, R_2 एवं R_3 से प्रवाहित होती है तथा संधारित्र आवेशित हो जाता है। आवेश के कारण, संधारित्र में विद्युत क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है। जिसका परिमाण वायु के परावैद्युत सामर्थ्य E_0 पर निर्भर नहीं करता।

V का अधिकतम सुरक्षित मान संधारित्र पर अधिकतम सम्भव आवेश के संगत होता है। माना संधारित्र पर अधिकतम संभव आवेश q_0 है।

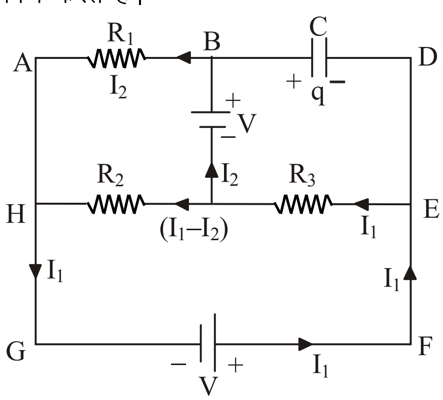
तब संधारित्र के अन्दर विद्युत क्षेत्र,

$$E_0 = \frac{q_0}{A\varepsilon_0}$$

या $q_0 = A\varepsilon_0 E_0 = 15000\ \varepsilon_0$ कुलॉम

तथा धारिता $C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} = 5\varepsilon_0$ फैरड

चूंकि, साम्यवस्था में संधारित्र से धारा का प्रवाह नहीं होता है, इसलिए, परिपथ के विभिन्न भागों से धारा चित्रानुसार होगी। अब साम्यवस्था में परिपथ का विश्लेषण करते हैं।



पहले, mesh ABJHA पर, किरचॉफ वोल्टेज नियम लगाने पर।

$$-I_2R_1 + V + R_2(I_1 - I_2) = 0$$

या $2I_1 - 5I_2 = -V$ ....(1)

mesh HJEFGH के लिए,

$$-R_2(I_1 - I_2) - R_3 I_1 + V = 0$$

या $3I_1 - 2I_2 = V$ ....(2)

समीकरण (1) तथा (2) से,

$$I_1 = \frac{7V}{11}$$

तथा $I_2 = \frac{5V}{11}$

अब, mesh BDEJB पर किरचॉफ वोल्टेज नियम लगाने पर,

$$\frac{q}{C} + I_1 R_3 - V = 0$$

या $q = \frac{4CV}{11} = \frac{20}{11}\varepsilon_0 V$

परन्तु q का अधिकतम संभव मान

$$q_0 = 1500\ \varepsilon_0$$

$\therefore$ V का अधिकतम सुरक्षित मान $= \frac{11q_0}{20\varepsilon_0}$

$= 8250$ वोल्ट $= 8.25$ kV **उत्तर**

उदा.14 एक परिवर्तित संधारित्र को इसके न्यूनतम धारिता C_0 की स्थिति में व्यवस्थित किया जाता है तथा लम्बे समय के लिए नियत विभव V के स्त्रोत से जोड़ा जाता है। जोड़े गये तारो का परिपथ R है। t = 0 पर, इसकी धारिता बढ़ती है जिससे कि एक नियत धारा I परिपथ में प्रवाहित होती है। समय t पर गणना कीजिए –

(i) स्त्रोत द्वारा दी गई शक्ति

(ii) जोड़े गऐ तारों में उत्पन्न तापीय शक्ति और

(iii) संधारित्र में संचित स्थिरवैद्युत ऊर्जा की वृद्धि की दर

(iv) तीनों परिणामों से आपको क्या जानकारी मिलती है?

हल चूंकि स्त्रोत का विभव V नियत है तथा इससे नियत धारा I वाला परिपथ बनाते हैं, इसलिए स्त्रोत द्वारा दी गई शक्ति

$$P = VI$$ **उत्तर (i)**

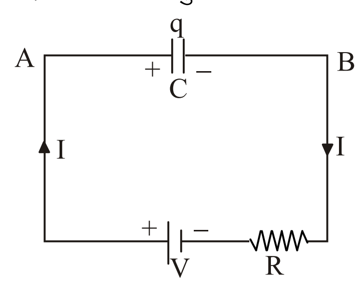
जोड़े गये तारों में उत्पन्न तापीय शक्ति,

$$H = I^2 R$$ **उत्तर (ii)**

चूंकि संधारित्र की प्रारम्भिक धारिता, C_0 के बराबर थी तथा यह लम्बे समय के लिए ôेत से जुड़ा हुआ था इसलिए संधारित्र पर प्रारम्भिक आवेश $q_0 = C_0V$ के बराबर था।

चूंकि t = 0 पर, नियत धारा I प्रवाहित होती है इसलिए समय t पर, संधारित्र पर आवेश $q = (C_0V + It)$ के बराबर होगा।

समय t पर, परिपथ चित्रानुसार होगा



संधारित्र पर विभवान्तर

$$V_C = V_A - V_B\ (V–IR)$$

$\therefore$ इस क्षण पर संधारित्र में विद्युत ऊर्जा

$$U = \frac{1}{2} qV_C$$

स्थिर वैद्युत ऊर्जा की वृद्धि की दर

$$= \frac{dU}{dt} = \frac{1}{2} V_C \frac{dq}{dt}$$

$$= \frac{1}{2}(V–IR)\ I$$

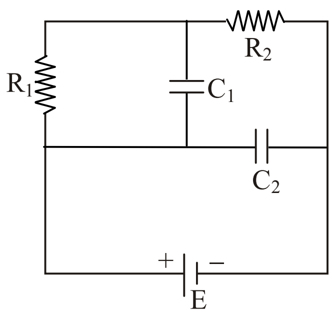
$$= \frac{1}{2}(VI - I^2R)$$ **उत्तर (iii)**

परन्तु इस क्षण संधारित्र के सिरों पर आरोपित शक्ति $P_C = P - H = (VI - I^2R)$ है जबकि संधारित्र में स्थिर वैद्युत ऊर्जा की वृद्धि की दर इसकी आधी है।

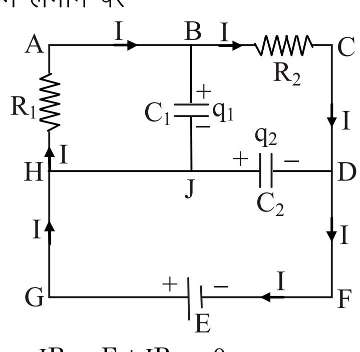
यद्यपि, आकर्षण बल संधारित्र की सतहों के मध्य उपस्थित है। जब यह सतह एक दूसरे की ओर गति करती है तो धारिता बढ़ जाती है। अतः संधारित्र के सिरों पर आरोपित शक्ति के बचे हुए भाग को संधारित्र की सतहों की गतिज ऊर्जा में वृद्धि के लिए उपयोग में लाया जाता है।

उदा.15 प्रदर्शित परिपथ में $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $C_1 = 1\ \mu F$, $C_2 = 2\mu F$ तथा $E = 6V$ है। साम्यावस्था में प्रत्येक संधारित्र पर आवेश की गणना कीजिऐ।

हल साम्यावस्था में संधारित्र में कोई धारा प्रवाहित नहीं होती है। इसलिऐ प्रत्येक संधारित्र पर आवेश नियत रहता है। माना, साम्यावास्था में परिपथ में बैटरी से ली गई धारा I तथा चित्रानुसार संधारित्र पर आवेश q_1 व q_2 है।



अब, mesh ABCDFGHA पर, किरचॉफ वोल्टेज नियम लगाने पर



$$IR_2 - E + IR_1 = 0$$

या $$I = \frac{E}{R_1 + R_2} = 2A$$

अब, जाल ABJHA पर किरचॉफ वोल्टेज नियम लगाने पर,

$$+\frac{q_1}{C_1} + IR_1 = 0$$

या $$q_1 = -2\mu C$$

(ऋणात्मक चिन्ह यह प्रदर्शित करता है कि संधारित्र C_1 पर आवेश की ध्रुवता मानी गई ध्रुवता के विपरीत है इसका अर्थ यह है कि संधारित्र की ऊपरी प्लेट ऋणात्मक जबकि नीचे की ओर प्लेट धनात्मक है)

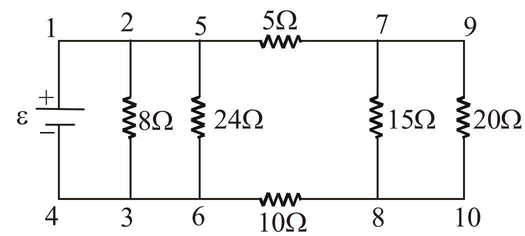
अतः C_1 पर आवेश का परिमाण $= 2\mu C$.

अब mesh HJDFGH पर किरचॉफ वोल्टेज नियम लगाने पर,

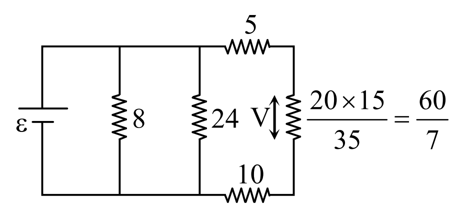
$$+\frac{q_2}{C_2} - E = 0$$

या $$q_2 = C_2E = 12\ \mu C$$ **उत्तर**

उदा.16 प्रदर्शित परिपथ में यदि $20\,\Omega$ प्रतिरोध में 180 W की शक्ति प्रदान की जाऐ तो ε का मान ज्ञात करो।



हल



$$V = \frac{\frac{60}{7} \times \varepsilon}{5 + \frac{60}{7} + 10}\ ;$$

$$V = \frac{60 \times \varepsilon}{165}$$

Heat $$-\frac{V^2}{20} = 180$$

या $$V = \sqrt{3600} = 60$$

$$\frac{60}{165}\varepsilon = 60$$

या $$\varepsilon = 165\ V$$

Exercise (Level) 1

प्रश्न धारा तथा प्रतिरोध पर आधारित

Q.1 तांबे में, प्रत्येक Cu परमाणु एक मुक्त इलेक्ट्रॉन देता है। यदि 1.1 A की धारा 1 mm व्यास के एकसमान अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल के तार में बह रही है तो इलेक्ट्रॉनों का अनुगमन वेग लगभग होगा -
(तांबे का घनत्व = 9×10^3 kg/m^3, तांबे का परमाणु भार = 63)

(A) 10.3 mm/s (B) 0.1 mm/s
(C) 0.2 mm/s (D) 0.2 cm/s

Q.2 5A की एक धारा, 10 Ω के प्रतिरोध में 4 मिनट के लिये प्रवाहित होती है। तो इस समय में प्रतिरोधक के किसी भी भाग से होकर प्रवाहित इलेक्ट्रॉनों की संख्या तथा आवेश (कूलॉम में) है -

(A) 75×10^{20}, 600C (B) 75×10^{21}, 600C
(C) 75×10^{20}, 1200C (D) 75×10^{19}, 1200C

Q.3 एक विभवान्तर V, ℓ लम्बाई के एक धात्विक तार के सिरों के मध्य विद्यमान है। तो अनुगमन वेग दुगुना होगा यदि -

(A) V को दुगुना किया जाये
(B) ℓ को दुगुना किया जाये
(C) तार के व्यास को दुगुना किया जाये
(D) तार के ताप को दुगुना किया जाये

Q.4 एक चालक में धारा समय t के साथ $I = 2t + 3t^2$ के अनुसार परिवर्तित है जहाँ I ऐम्पियर में और t सेकण्ड में है। t = 2 सेकण्ड से t = 3 सेकण्ड के दौरान चालक के एक भाग में प्रवाहित आवेश होगा-

(A) 10 C (B) 24 C (C) 33 C (D) 44 C

Q.5 कॉपर तार के सिरों के मध्य विभवान्तर बढ़ाकर तार में प्रवाहित धारा बढ़ाई जाती है। यदि n प्रति इकाई आयतन में उपस्थित आवेश वाहकों की संख्या और v आवेश वाहकों के अपवहन वेग को प्रदर्शित करता हो तो, n के सन्दर्भ में निम्न में से कौनसा कथन सही है-

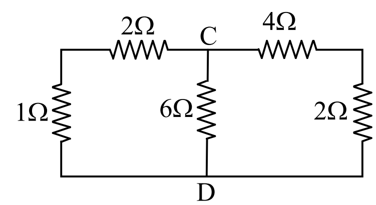
(A) n अपरिवर्तित है परन्तु v कम होता है
(B) n अपरिवर्तित है परन्तु v बढ़ता है
(C) n बढ़ता है परन्तु v कम होता है
(D) n बढ़ता है परन्तु v अपरिवर्तित रहता है

Q.6 समान लम्बाई और पदार्थ के दो चालक तार लिए गए हैं। एक तार ठोस (त्रिज्या = r) है, दूसरा एक खोखला तार है जिसकी आन्तरिक त्रिज्या r तथा बाहरी त्रिज्या 2r है। दोनों तारों के प्रतिरोधों का अनुपात होगा -

(A) 1 : 1 (B) 1 : 2 (C) 3 : 1 (D) 1 : 4

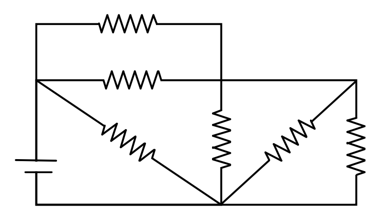
प्रश्न प्रतिरोधों के श्रेणी तथा समान्तर क्रम संयोजन पर आधारित

Q.7 दर्शाये गये प्रतिरोध के संयोजन में बिन्दुओं C तथा D के मध्य तुल्य प्रतिरोध है -



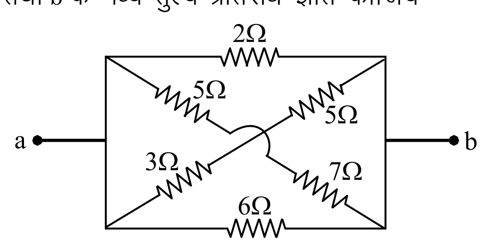
(A) 3 Ω (B) 1 Ω (C) 1.5 Ω (D) 0.5 Ω

Q.8 दर्शाये गये चित्र में प्रत्येक प्रतिरोधक 20 Ω का है तथा सेल 10 वोल्ट वि. वा. बल रखता है तथा इसका आन्तरिक प्रतिरोध नगण्य है। तो परिपथ में जूल तापन (joule heating) की दर वॉट में होगी-



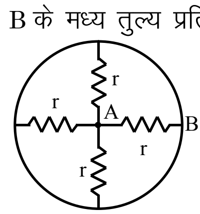
(A) 100/11 (B) 10000/11
(C) 11 (D) इनमें से कोई नहीं

Q.9 a तथा b के मध्य तुल्य प्रतिरोध ज्ञात कीजिये -



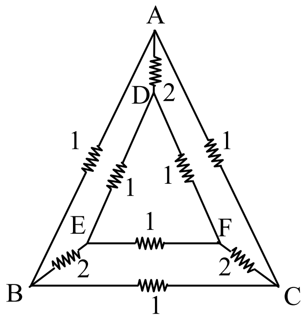
(A) $\frac{7}{8}$ Ω (B) $\frac{8}{7}$ Ω (C) $\frac{6}{7}$ Ω (D) $\frac{7}{6}$ Ω

Q.10 बिन्दु A एवं B के मध्य तुल्य प्रतिरोध है -



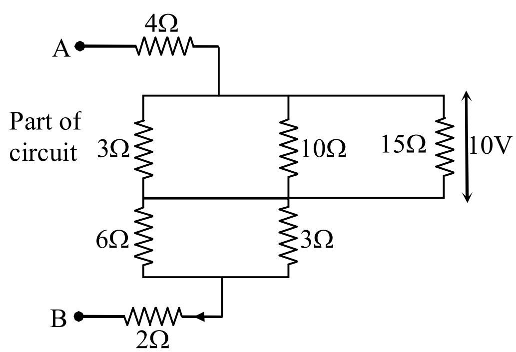
(A) 4 r (B) 2r (C) r (D) $\frac{r}{4}$

Q.11 9 चालकों का एक परिपथ छः बिन्दुओं A, B, C, D, E तथा F को चित्रानुसार जोड़ता है। यदि प्रतिरोध Ω में दिये गये हों, तो B तथा C के मध्य तुल्य प्रतिरोध ज्ञात करो -



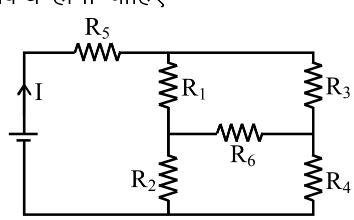
(A) $\frac{2}{15}\Omega$ (B) $\frac{7}{12}\Omega$ (C) $\frac{5}{12}\Omega$ (D) $\frac{11}{12}\Omega$

Q.12 नीचे एक परिपथ के भाग को दर्शाया गया हैं इसमें बिन्दु A एवं B के मध्य विभवान्तर तथा 10 Ω प्रतिरोध से प्रवाहित धारा का मान ज्ञात करो -



(A) 20 V, 2A (B) 50 V, 1A
(B) 40 V, 1A (D) 30 V, 1A

Q.13 दिए गए परिपथ में यह प्रेक्षित किया गया कि धारा I प्रतिरोध R_6 पर निर्भर नहीं करती अतः प्रतिरोधों के मानों में क्या संबन्ध होना चाहिए -



(A) $R_1R_2R_5 = R_3R_4R_6$

(B) $\frac{1}{R_5}+\frac{1}{R_6}=\frac{1}{R_1+R_2}+\frac{1}{R_3+R_4}$

(C) $R_1R_4 = R_2R_3$

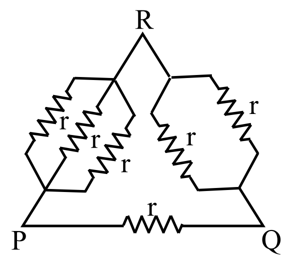
(D) $R_1R_3 = R_2R_4 = R_5R_6$

Q.14 दो समान व्यास के प्रतिरोध ρ_1 तथा ρ_2 लम्बाई क्रमशः x_1 तथा x_2 के तार श्रेणी क्रम में जोड़े गए है अतः युग्म की तुल्य प्रतिरोधकता होगी –

(A) $\frac{\rho_1x_1+\rho_2x_2}{x_1+x_2}$ (B) $\frac{\rho_1x_2-\rho_2x_1}{x_1-x_2}$

(C) $\frac{\rho_1x_2+\rho_2x_1}{x_1+x_2}$ (D) $\frac{\rho_1x_1+\rho_2x_2}{\rho_1+\rho_2}$

Q.15 प्रदर्शित परिपथ में तुल्य प्रतिरोध अधिकतम होगा -



(A) P व Q के बीच
(B) P व R के बीच
(C) R व P के बीच
(D) सभी बिन्दुओं के बीच समान

Q.16 दिये गये बेलनाकार तार की लम्बाई 100% से बढ़ायी जाती है। व्यास में कमी के कारण, तार के प्रतिरोध में परिवर्तन होगा –

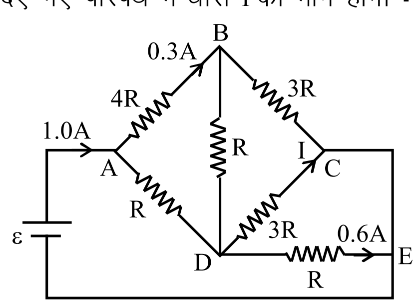
(A) 100% (B) 50%
(C) 300% (D) 200%

प्रश्न किरचॉफ नियमः शक्ति, ऊर्जा, बैटरी, वि.वा.बल, टर्मिनल वोल्टेज पर आधारित

Q.17 एक विद्युत परिपथ में 5 मिनट के लिये 3 ऐम्पियर की धारा को प्रवाहित करने के लिये, 900 जूल कार्य करना पड़ता है। तो परिपथ में स्त्रोत का वि.वा.बल ज्ञात कीजिये -

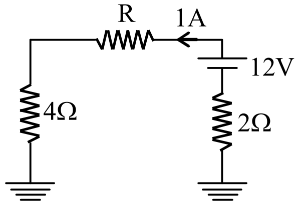
(A) 2 वोल्ट (B) 3 वोल्ट
(C) 1 वोल्ट (D) 5 वोल्ट

Q.18 दिए गए परिपथ में धारा I का मान होगा -



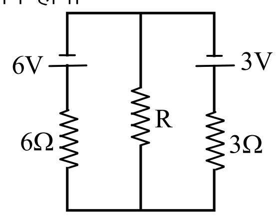
(A) 0 (B) 0.1 A
(C) 0.4 A (D) 0.2 A

Q.19 दिए गए परिपथ में प्रतिरोध R का मान होगा -



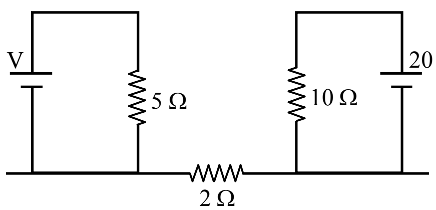
(A) 8 Ω (B) 6 Ω (C) 10 Ω (D) 12 Ω

Q.20 दिए गए परिपथ में, प्रतिरोध R का मान इस प्रकार चुना गया कि इसमें उत्पन्न शक्ति अधिकतम हो, अतः R का मान होगा –



(A) 2 Ω (B) 3 Ω (C) 6 Ω (D) 9 Ω

Q.21 2Ω प्रतिरोध में धारा ज्ञात कीजिए ?

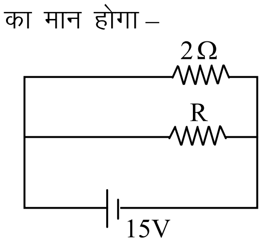


(A) 0 (B) 2 A (C) 3A (D) 5 A

Q.22 एक वैद्युत केटली में दो कुण्डलियाँ हैं। जब पहली कुण्डली को चालू किया जाता है तो यह पानी गरम करने में 15 मिनट लेती है जब दूसरी कुण्डली को चालू किया जाता है तो यह पानी गरम करने में 30 मिनट लेती है। अतः यह दोनों कुण्डलियाँ पानी गरम करने में कितना समय लेंगी जब इन्हें (i) श्रेणी क्रम (ii) समान्तर क्रम में जोड़ा जाता है ?

(A) 10 min, 45 min (B) 45 min, 10 min
(C) 30 min, 10 min (D) 20 min, 45 min

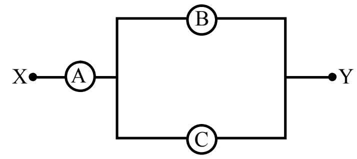
Q.23 दिये गये परिपथ में यदि ऊर्जा क्षय 150 वॉट हो तो प्रतिरोध का मान होगा –



(A) 2 Ω (B) 4 Ω (C) 6 Ω (D) 8 Ω

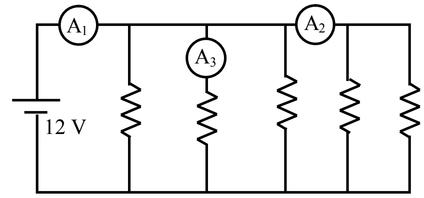
प्रश्न उपकरण पर आधारित

Q.24 A, B एवं C क्रमशः तीन प्रतिरोध R, 1.5 R एवं 3 R के वोल्टमीटर हैं। जब X एवं Y के मध्य कुछ विभवान्तर आरोपित किया जाता है, तो वोल्ट मीटर V_A, V_B तथा V_C का पाठ्यांक होगा -



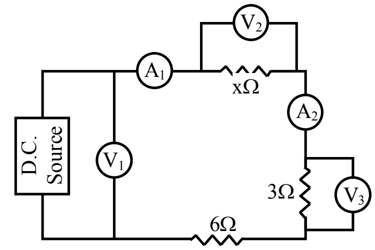
(A) $V_A = V_B = V_C$ (B) $V_A \neq V_B = V_C$
(C) $V_A = V_B \neq V_C$ (D) $V_B \neq V_A = V_C$

Q.25 परिपथ में प्रत्येक प्रतिरोध 20 Ω है। तो A_1, A_2 तथा A_3 के पाठ्यांक क्रमशः होंगे (सभी अमीटर आदर्श है)



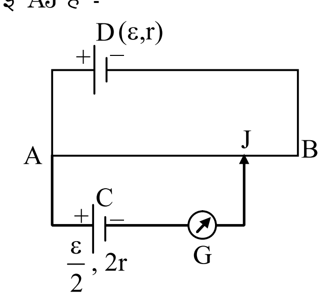
(A) 3A, 1.8A, 1.2 A (B) 3A, 1.2 A, 0.6A
(C) 3A, 0.6 A, 1.2 A (D) 3A, 0.6 A, 0.6 A

Q.26 चित्र में दिए गए परिपथ में, वोल्टमीटर V_1 का पाठ्यांक 26 वोल्ट है तथा अमीटर A_1 का पाठ्यांक 2 ऐम्पियर है। अतः प्रतिरोध x का मान होगा (सभी उपकरण आदर्श है)



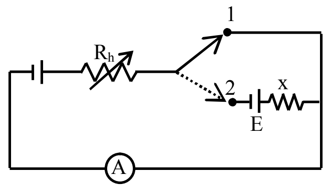
(A) 2 Ω (B) 4 Ω (C) 6 Ω (D) 8 Ω

Q.27 चित्र में, विभवमापी के तार AB जिसकी लम्बाई L और प्रतिरोध 9 r है, को विद्युत वाहक बल ε और आन्तरिक प्रतिरोध r के सेल D के साथ संयोजित किया गया है। सेल C का विद्युत वाहक बल ε/2 और इसका आंतरिक प्रतिरोध 2r है। धारामापी विक्षेप नहीं दर्शायेगा जब लम्बाई AJ है -



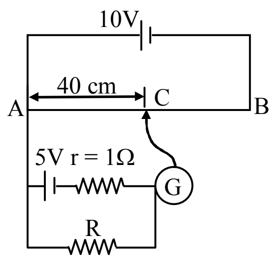
(A) $\frac{4L}{9}$ (B) $\frac{5L}{9}$ (C) $\frac{7L}{18}$ (D) $\frac{11L}{18}$

Q.28 दिए गए परिपथ में परिवर्ती प्रतिरोध R_h इस प्रकार व्यवस्थित किया गया है कि कुंजी दोनों स्थितियों में समान पाठ्यांक देती है। अमीटर का पाठ्यांक I है। प्रतिरोध x के साथ श्रेणी क्रम में लगे सेल का विद्युत वाहक बल E है। x का मान क्या होगा –



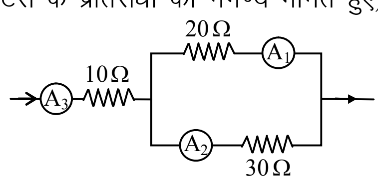
(A) $\frac{2E}{I}$ (B) $\frac{E}{I}$ (C) EI (D) 2EI

Q.29 एक विभवमापी तार AB की लम्बाई 100 cm और कुल प्रतिरोध 10 Ω है। यदि स्थिति C पर धारामापी शून्य विक्षेप दर्शाता है तब अज्ञात प्रतिरोध R का मान -



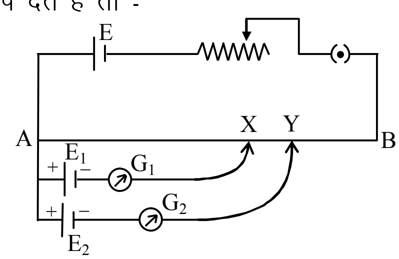
(A) 2Ω (B) 4Ω (C) 6 Ω (D) 8 Ω

Q.30 नीचे प्रदर्शित चित्र में यदि अमीटर A_1, में पाठ्यांक 2.4 A हो तो A_2 और A_3 में पाठ्यांक का मान होगा? (अमीटरों के प्रतिरोधों को नगण्य मानते हुए) -



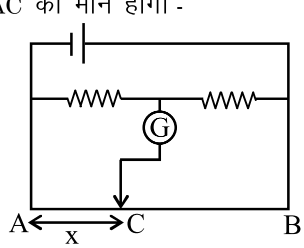
(A) 1.6 A, 2.3 A (B) 1.6 A, 4.0 A
(C) 4.0 A, 1.6 A (D) 2.3 A, 1.6 A

Q.31 उपरोक्त चित्र में विभवमापी का प्रयोग दिखाया गया है। दोनो गैल्वेनोमीटर, चित्र में दिखाये अनुसार (x) तथा (y) बिन्दुओं पर विसर्पी कुंजी के द्वारा शून्य विक्षेप देते है तो -



(A) $E_1 = E_2$ (B) $E_1 > E_2$
(C) $E_1 < E_2$ (D) इनमें से कोई नहीं

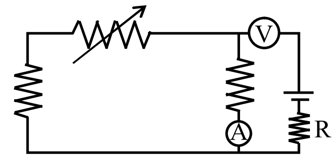
Q.32 दिए गए चित्र में गेल्वेनोमीटर से कोई धारा प्रवाहित नहीं हो रही है। यदि तार AB का अनुप्रस्थ काट व्यास दुगुना हो, तब गेल्वेनोमीटर में शून्य विक्षेप के लिए AC का मान होगा -



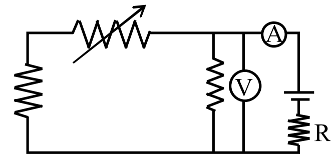
(A) x/4 (B) 4x (C) 2x (D) x

Q.33 निम्न में से कौनसा परिपथ ओम के नियम की सही पुष्टि करता है -

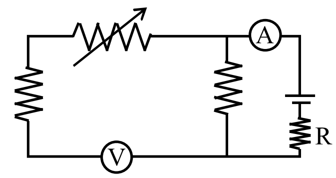
(A)



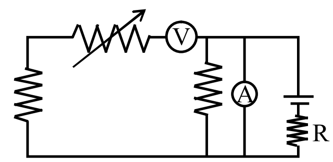
(B)



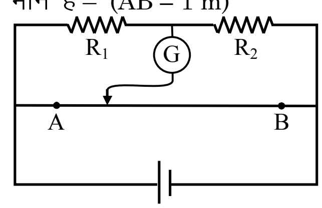
(C)



(D)



Q.34 नीचे दर्शाए चित्र में दिए गए R_1 व R_2 के लिऐ सन्तुलन बिन्दु जॉकी से, A से 40 cm पर प्राप्त होता है। R_2 को एक 10 Ω प्रतिरोध द्वारा शंटित किया जाता है, संतुलन बिन्दु 50 cm विस्थापित हो जाता है। R_1 व R_2 के मान है – (AB = 1 m)



(A) $\frac{10}{3}$ Ω, 5 Ω (B) 20 Ω, 30 Ω

(C) 10 Ω, 15 Ω (D) 5 Ω, $\frac{15}{2}$ Ω

प्रश्न मानक दर/ऊष्मा की उत्पत्ति पर आधारित

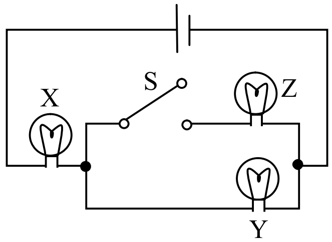
Q.35 एक बल्ब में दो फिलामेंट है। एक स्विच की सहायता से यह निर्धारित किया जाता है कि दोनों फिलामेंट में से किसी एक को ही प्रयोग में लिया गया है, या दोनों को समान्तर क्रम में लिया गया है। जब बल्ब को 15 वोल्ट की बैटरी के साथ लगाया जाता है तो बल्ब 5 W, 10 W, या 15 W शक्ति दे सकता है। अतः फिलामेंटो का प्रतिरोध होगा -
(A) 10 Ω, 20 Ω (B) 22.5 Ω, 22.5 Ω
(C) 22.5 Ω, 45 Ω (D) 45 Ω, 90 Ω

Q.36 एक नियत वि.वा.बल का सेल दो स्वतंत्र प्रतिरोधों R_1 एवं R_2 में समान समय में समान मात्रा की ऊष्मा उत्पन्न करता है जबकि दोनों प्रतिरोधो को सेल के सिरों पर बारी–बारी से लगाया जाता है। अतः सेल का आन्तरिक प्रतिरोध होगा -

(A) $\frac{R_1+R_2}{2}$ (B) $\sqrt{R_1R_2}$

(C) $\frac{|R_1-R_2|}{2}$ (D) $\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$

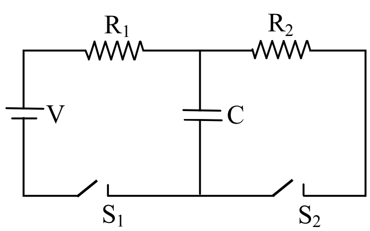
Q.37 चित्र में यदि X, Y, और Z अभिन्न लैम्प हैं, लैम्पों के चमकीलेपन पर क्या प्रभाव होता है जब स्विच S बंद किया जाता है ?



(A) X समान रहता है, Y घटता है
(B) X बढ़ता है, Y घटता है
(C) X बढ़ता है, Y समान रहता है
(D) X घटता है, Y बढ़ता है

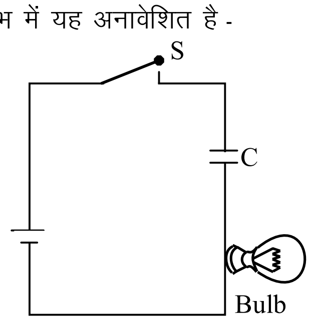
प्रश्न परिपथ में संधारित्र पर आधारित

Q.38 V वोल्ट, वि.वा.बल की एक बैटरी, प्रतिरोध R_1 तथा R_2, एक संधारित्र C तथा स्विच S_1 तथा S_2 चित्र में दर्शाये अनुसार एक विद्युत परिपथ में संयोजित हैं। तो संधारित्र C, V वोल्ट तक पूर्ण आवेशित हो जायेगा, जब -



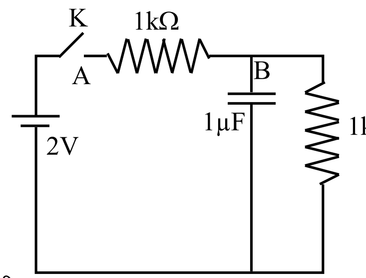
(A) S_1 तथा S_2 दोनों बन्द हों
(B) S_1 तथा S_2 दोनों खुले हों
(C) S_1 बन्द तथा S_2 खुला हो
(D) S_2 बन्द तथा S_1 खुला हो

Q.39 चित्र में दर्शाये गये परिपथ में, स्विच S को बन्द करने के पश्चात् बल्ब की चमक समय के साथ कैसे परिवर्तित होगी ? माना कि संधारित्र की धारिता अधिक है तथा प्रारम्भ में यह अनावेशित है -



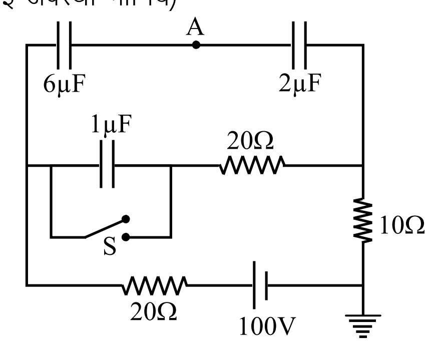
(A) चमक समय के साथ बढ़ेगी तथा एक निश्चित समय के बाद नियत हो जायेगी
(B) चमक समय के साथ घटेगी तथा कुछ देर बाद शून्य तक कम हो जायेगी
(C) चमक बढ़ेगी, नियत हो जायेगी तथा संधारित्र के अनावेशित होने के कारण फिर बढ़ जायेगी
(D) चमक नियत रहेगी जब तक संधारित्र पूर्ण आवेशित है तथा फिर यह बढ़ेगी क्योंकि संपूर्ण धारा अब बल्ब के लिये उपलब्ध है

Q.40 यदि t = 0 पर कुंजी दबाई जाती है तो प्रतिरोध AB में धारा I के संदर्भ में कौन सा कथन सत्य है-



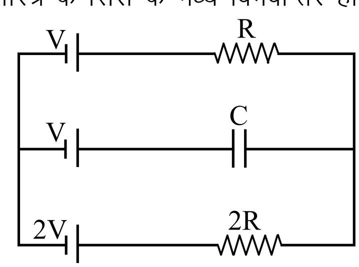
(A) सभी t पर I = 2 mA
(B) I, 1mA व 2mA के मध्य दोलन करता है
(C) सभी t पर I = 1 mA
(D) t = 0 पर, I = 2 mA और समय के साथ यह 1 mA हो जाती है

Q.41 चित्रानुसार जब स्विच S को बंद किया जाता है तो संधारित्र 2 μF व 1 μF के सिरों के मध्य वोल्टता होगी (स्थाई अवस्था मानिये)



(A) 20V, 0
(B) 40V, 0
(C) 30V, 0
(D) 10V, 0

Q.42 दिए गए परिपथ में स्थायी धारा की अवस्था में संधारित्र के सिरों के मध्य विभवान्तर होगा -



(A) V
(B) V/2
(C) V/3
(D) 2V/3

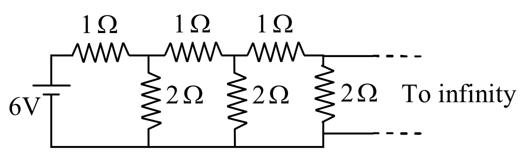
Exercise (Level) 2

केवल एक सही विकल्प प्रकार के प्रश्न

Q.1 एक कार्बन और एक एल्युमिनियम तार को श्रेणीक्रम में जोड़ा गया है। यदि 0°C ताप पर संयोजन का प्रतिरोध 30 ओम है। कार्बन और एल्युमिनियम तार का 0°C पर प्रतिरोध क्या हो जिसमें कि संयोजन का प्रतिरोध ताप के साथ परिवर्तित न हो -
$[\alpha_c = -0.5 \times 10^{-3}\ (C°)^{-1}$
तथा $\alpha_{Al} = 4 \times 10^{-3}\ (C°)^{-1}]$

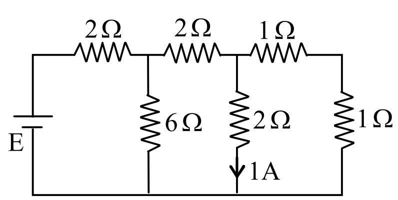
(A) $\frac{10}{3}\Omega, \frac{80}{3}\Omega$ (B) $\frac{80}{3}\Omega, \frac{10}{3}\Omega$
(C) 10 Ω, 80 Ω (D) 80 Ω, 10 Ω

Q.2 1Ω और 2Ω प्रतिरोध से एक अनन्त सीढ़ी नेटवर्क (जाल) निर्मित किया गया है। A और B के मध्य लगी 6V बैटरी का आन्तरिक प्रतिरोध नगण्य है। बैटरी के निकटतम 2Ω प्रतिरोध से प्रवाहित होने वाली धारा का मान होगा -



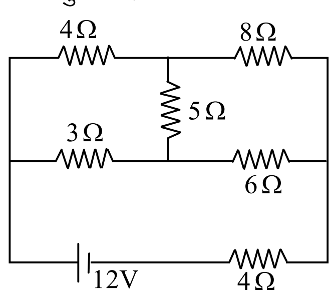
(A) 1A (B) 1.5 A (C) 2 A (D) 2.5 A

Q.3 निम्न प्रदर्शित चित्र में बैटरी का emf होगा -



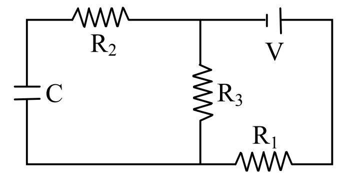
(A) 6 V (B) 12 V (C) 18 V (D) 8 V

Q.4 नीचे दिए गए चित्र में प्रतिरोध 8 Ω तथा 3 Ω में प्रवाहित धारा का अनुपात होगा -



(A) $\frac{8}{3}$ (B) $\frac{3}{8}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$

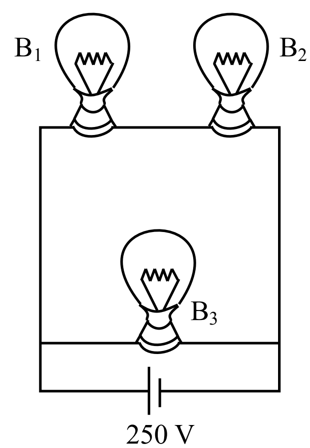
Q.5 दिए गए परिपथ में संधारित्र (C) के सिरो पर एक समान वोल्टेज गिरता है तो मान -



(A) V (B) $\frac{VR_1}{\left[R_3\left(\frac{R_1.R_3}{R_1+R_3}\right)\right]}$

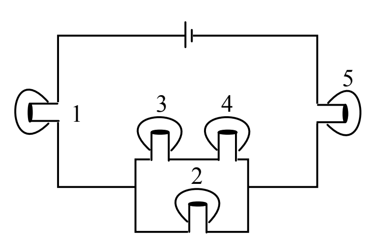
(C) $\frac{VR_3}{R_1+R_3}$ (D) $\frac{VR_1}{R_1+R_3}$

Q.6 एक 100 W का बल्ब B_1 एवं दो 60 W के बल्ब B_2 एवं B_3 एक 250 V के स्त्रोत से चित्रानुसार जोड़े जाते है। यदि बल्बों B_1, B_2 एवं B_3 की उत्पन्न शक्तियाँ क्रमशः W_1, W_2 एवं W_3 (सभी बल्बों का अंकित विभव समान हैं और वह 250 वोल्ट के बराबर है) सही विकल्प चुनिये -



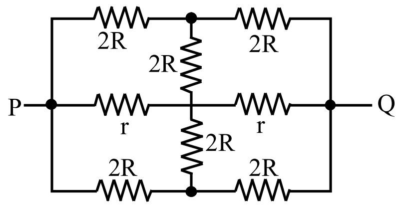
(A) $W_1 > W_2 = W_3$ (B) $W_1 > W_2 > W_3$
(C) $W_1 < W_2 = W_3$ (D) $W_1 < W_2 < W_3$

Q.7 निम्न चित्र में सभी बल्ब समान हैं, कौन सा बल्ब सबसे ज्यादा चमकेगा ?



(A) केवल 1 (B) केवल 4
(C) 2 व 3 (D) 1 व 5

Q.8 चित्र में दिखाये गये विद्युत परिपथ के बिन्दुओं P व Q के मध्य प्रभावी प्रतिरोध है -



(A) 2Rr / (R + r)
(B) 8R (R + r) / (3 R + r)
(C) 2r + 4R
(D) 5R / 2 + 2r

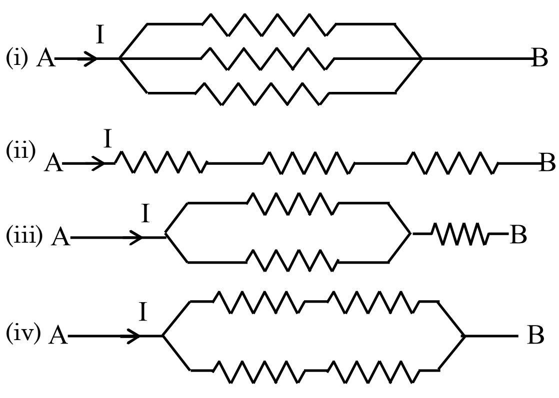
Q.9 एक लम्बे तार को 2n भागों में विभाजित किया गया है इसमें से n भागों को श्रेणीक्रम में और शेष n भागों को समान्तर क्रम में जोडा गया है। दोनों संयोजनों को एक जैसी सप्लाई से जोड़ा जाता है। तो श्रेणी तथा समान्तर क्रम संयोजनों में उत्पन्न ऊष्मा का अनुपात होगा -

(A) 1 : 1 (B) $1 : n^2$
(C) $1 : n^4$ (D) $n^2 : 1$

Q.10 विभवमापी के प्रयोग मे हम पाते है कि जब सैल के सिरे 125 cm लम्बे विभवमापी तार से जुड़े रहते है तो गैल्वेनोमीटर में धारा प्रवाहित नहीं होती है और जब 2 Ω का शंट सैल पर लगाते है तो संतुलित लम्बाई आधी रह जाती है। सैल का आन्तरिक प्रतिरोध होगा -

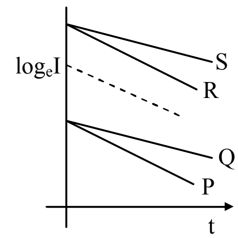
(A) 4 Ω (B) 2Ω (C) 1Ω (D) 0.5Ω

Q.11 दिए गए परिपथों में शक्ति क्षय का क्रम व्यवस्थित करो। यदि सभी परिपथों में समान धारा I प्रवाहित हो तथा प्रत्येक प्रतिरोधक तार का प्रतिरोध r है -



(A) $P_2 > P_3 > P_4 > P_1$ (B) $P_1 > P_4 > P_2 > P_3$
(C) $P_3 > P_1 > P_4 > P_2$ (D) $P_2 > P_4 > P_1 > P_3$

Q.12 एक प्रतिरोध x के साथ बाह्य बैट्री को श्रेणीक्रम में जोड़कर एक संधारित्र को आवेशित किया जाता है। बिन्दु रेखा $\log_e I$ के समय के साथ परिवर्तन को दर्शाती है। यदि प्रतिरोध को 2x में बदल दें तो नया ग्राफ होगा -



(A) P (B) Q (C) R (D) S

Q.13 किसी विभवमापी के तार की लम्बाई 100 सेमी. व प्राथमिक सेल वि.वा.बल E वोल्ट है। इसे 0.5Ω के आन्तरिक प्रतिरोध वाली बैट्री का वि.वा.बल मापने के लिये प्रयुक्त किया गया है। यदि संतुलित लम्बाई धनात्मक सिरे से ℓ = 30 सेमी. प्राप्त होती है, तो बैट्री का वि.वा.बल होगा -

(A) $\frac{30\,E}{(100-0.5)}$

(B) $\frac{30\,(E-0.5\,i)}{(100)}$, जहाँ i धारामापी के तार में प्रवाहित धारा है

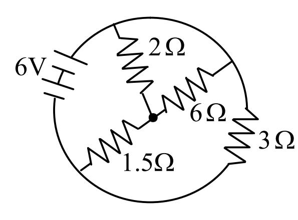
(C) $\frac{30\,E}{100}$

(D) $\frac{30\,E}{100.5}$

Q.14 एक अमीटर 1 एम्पियर तक पढ़ता है। इसका आन्तरिक प्रतिरोध 0.81 Ω है। परास 10 A तक बढ़ाने के लिए, आवश्यक शंट का मान होगा -

(A) 0.3 Ω (B) 0.9 Ω
(C) 0.09 Ω (D) 0.03 Ω

Q.15 दिखाये गये परिपथ में बैटरी द्वारा सप्लाई की गई कुल धारा का मान है –



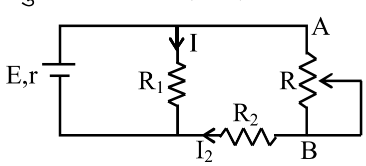
(A) 1 A (B) 2 A (C) 4 A (D) 6 A

Q.16 दो प्रतिरोधों के श्रेणी क्रम संयोजन का तुल्य प्रतिरोध S है तथा पार्श्व क्रम में संयोजित करने पर कुल प्रतिरोध का मान P है। यदि S = n P है, तो n का संभावित न्यूनतम मान क्या होगा -
(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

Q.17 समान पदार्थ के दो तारों को पार्श्व क्रम में संयोजित करके बनाए गए परिपथ से कोई विद्युत धारा प्रवाहित की जाती है। यदि तारों की लम्बाइयाँ तथा त्रिज्याऐं क्रमशः 4/3 तथा 2/3 अनुपात में है, तब इन तारों से प्रवाहित धाराओं का अनुपात होगा -
(A) 3 (B) 1/3 (C) 8/9 (D) 2

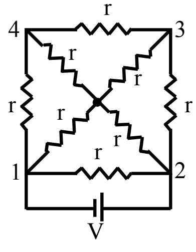
Q.18 जब एक गेल्वेनोमीटर पर 4 Ω का शंट लगाया जाता है तो विक्षेप 1/5 भाग रह जाता है। यदि गेल्वेनोमीटर पर 2 Ω का शंट ओर लगा दिया जाए तो विक्षेप होगा (यदि मुख्य धारा समान रहती है) -
(A) केवल वास्तविक विक्षेप का (8/13)
(B) वास्तविक विक्षेप का (5/13)
(C) वक्षेप का (3/4) जब केवल 4 Ω के साथ शंट हो
(D) वक्षेप का (5/13) जब केवल 4 Ω के साथ शंट हो

Q.19 चित्र में दिए गए परिपथ में, बैटरी का वि. वा. बल एवं आन्तरिक प्रतिरोध क्रमशः E एवं r है। R_1 तथा R_2 दो नियत मानों के प्रतिरोध हैं। परिवर्तित शाखा में यदि प्रतिरोध R का एक सिरा A की तरफ बढ़ता है तो R_1 में बह रही धारा I_1 एवं R_2 में में बह रही धारा I_2 निम्नानुसार परिवर्तित होते है -



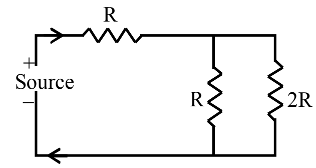
(A) I_1 बढ़ती है, I_2 घटती है
(B) I_1 बढ़ती है, I_2 बढ़ती है
(C) I_1 घटती है, I_2 बढ़ती है
(D) I_1 घटती है, I_2 घटती है

Q.20 चित्र में दिए गए परिपथ में एकांक समय में चालक 1-2 तथा 3-4 में उत्पन्न ऊष्मा की मात्रा का अनुपात होगा -



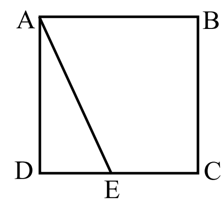
(A) 1 : 16 (B) 16 : 1 (C) 8 : 1 (D) 1 : 8

Q.21 आवेश Q समय t पर निम्न प्रकार निर्भर करता है तथा यह $Q = at - bt^2$ संबन्ध द्वारा दिया जाता है। अतः प्रतिरोध 2R में कुल उत्पन्न ऊष्मा का मान होगा। (यह मानते हुए कि धारा की दिशा नहीं बदलती है)



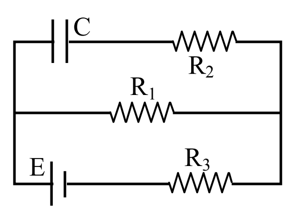
(A) $\frac{a^3R}{6b}$ (B) $\frac{a^3R}{27b}$
(C) $\frac{a^3R}{3b}$ (D) इनमें से कोई नहीं

Q.22 ABCD एक वर्ग है, जिसकी प्रत्येक भुजा 1 मीटर की है, 1 Ω प्रतिरोध के एक एकसमान तार से बनी है। एक बिन्दु E, CD पर इस प्रकार स्थित है कि यदि 1 Ω प्रतिरोध का एकसमान तार AE के सिरों पर जोड़ा जाए और A और C के सिरों पर नियत विभवान्तर आरोपित किया जाये तो B और E समविभव पर है तब सही विकल्प चुनिये -



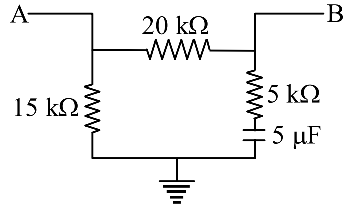
(A) $\frac{CE}{ED} = 1$ (B) $\frac{CE}{ED} = 2$
(C) $\frac{CE}{ED} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (D) $\frac{CE}{ED} = \sqrt{2}$

Q.23 धारिता C के संधारित्र पर संतृप्त आवेश का मान क्या होगा -



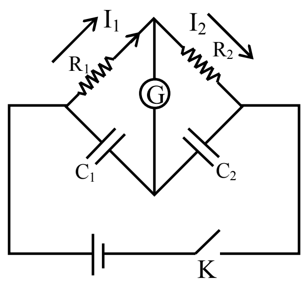
(A) CE (B) $\frac{CER_1}{R_1+R_3}$
(C) $\frac{CER_2}{R_1+R_3}$ (D) $\frac{CER_1}{R_2+R_3}$

Q.24 सिरों A तथा B के मध्य मापा गया कुल प्रतिरोध क्या होगा (स्थिर अवस्था मानते हुए)



(A) 20 kΩ (B) 10 kΩ
(C) 15 kΩ (D) 5 kΩ

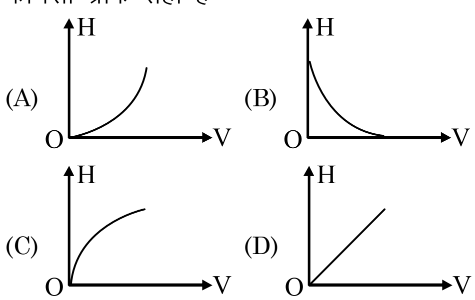
Q.25 यदि परिपथ में कुंजी को बन्द करने पर गेल्वेनोमीटर में कोई धारा नहीं बहती, तो सेतु संतुलित है। अतः संतुलन की अवस्था में -



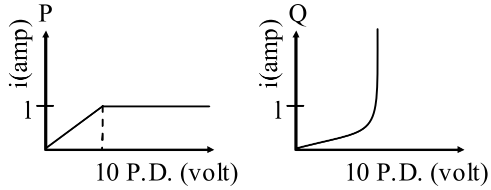
(A) $\frac{C_1}{C_2} = \frac{R_1}{R_2}$ (B) $\frac{C_1}{C_2} = \frac{R_2}{R_1}$

(C) $\frac{C_1^2}{C_2^2} = \frac{R_1^2}{R_2^2}$ (D) $\frac{C_1^2}{C_2^2} = \frac{R_2^2}{R_1^2}$

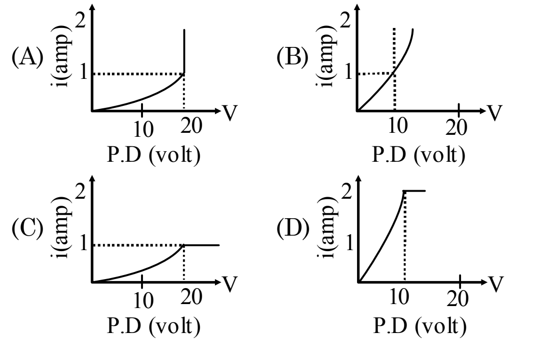
Q.26 एक संधारित्र को t = 0 पर वि.वा.बल E एवं आन्तरिक प्रतिरोध r की एक बैटरी द्वारा जोड़ा जाता है यदि किसी क्षण t पर, संधारित्र के संगत विभवान्तर V हो तथा उस क्षण तक उत्पन्न ऊष्मा H हो तो निम्न में से कौनसा ग्राफ सही है -



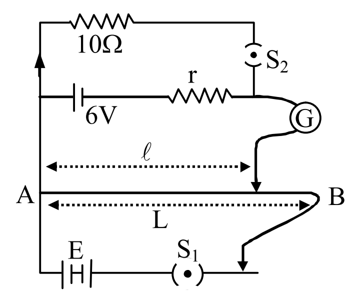
Q.27 दो धारावाही अवयवों P और Q के धारा–वोल्टता अभिलाक्षणिक वक्र नीचे प्रदर्शित है।-



नीचे दिये गये आरेखो में से कौनसा धारा-वोल्टता अभिलाक्षणिक वक्र प्रदर्शित करता है जब P और Q श्रेणीक्रम में हो -

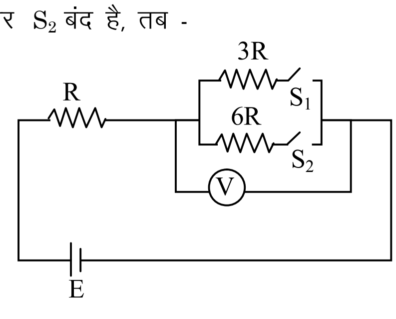


Q.28 व्यवस्थित क्रम में प्रदर्शित चित्र में जब स्विच S_2 खुला है, ℓ = L/2 के लिए धारामापी विक्षेप नहीं दर्शाता है। जब स्विच S_2 बंद है, ℓ = 5L/12 के लिए धारामापी विक्षेप नहीं दर्शाता है। 6V सेल का आंतरिक प्रतिरोध (r) और दूसरी बैटरी का विद्युत वाहक बल (E) क्रमशः है –



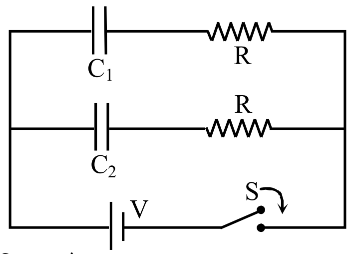
(A) 3Ω, 8V (B) 2Ω, 12V
(C) 2Ω, 24V (D) 3Ω, 12V

Q.29 चित्र में प्रदर्शित परिपथ में आदर्श वोल्टमीटर का पाठयांक V_1 होता है जब केवल S_1 बंद है, वोल्टमीटर का पाठयांक V_2 होता है जब केवल S_2 बंद है और इस वोल्टमीटर का पाठयांक V_3 होता है जब दोनों S_1 और S_2 बंद है, तब -



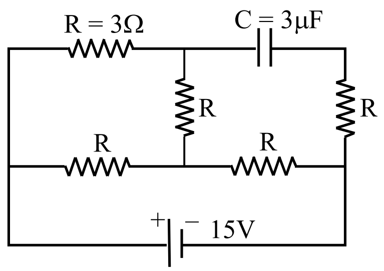
(A) $V_3 > V_2 > V_1$ (B) $V_2 > V_1 > V_3$
(C) $V_3 > V_1 > V_2$ (D) $V_1 > V_2 > V_3$

Q.30 नीचे दर्शाए परिपथ में $C_1 = 2C_2$ है। t = 0 पर स्विच S बंद है। माना कि i_1 व i_2 किसी समय t पर C_1 व C_2 से होकर प्रवाहित होने वाली धाराऐं है तो i_1/i_2 अनुपात -



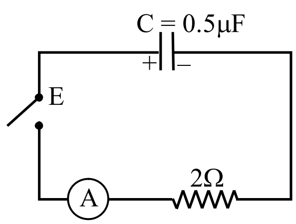
(A) नियत है
(B) समय t में वृद्धि के साथ बढ़ता है
(C) समय t में वृद्धि के साथ घटता है
(D) पहले बढ़ता है फिर घटता है

Q.31 नीचे दर्शाए परिपथ में, सेल आदर्श है, जिसका वि.वा.बल = 15 V है। प्रत्येक प्रतिरोध 3Ω का है। संधारित्र के सिरों पर विभवान्तर है –



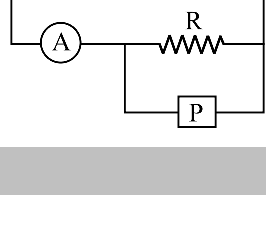
(A) शून्य (B) 9 V (C) 12 V (D) 15 V

Q.32 एक आवेशित संधारित्र को t = 0 पर कुंजी बंद कर प्रतिरोध से होकर निरावेशित होने दिया जाता है। किसी क्षण t = (In 4) μs पर अमीटर का पाठ्यांक अपने प्रारम्भिक मान के आधे तक कम हो जाता है। अमीटर का प्रतिरोध बराबर है -



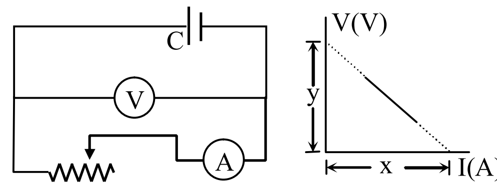
(A) 1 MΩ (B) 1 Ω (C) 2 Ω (D) 2 MΩ

Q.33 परिमित प्रतिरोध के एक अमीटर A तथा एक प्रतिरोध R को आदर्श सेल C के साथ श्रेणीक्रम में संयोजित किया गया है। एक विभवमापी P को प्रतिरोध R के समान्तर क्रम में संयोजित किया गया है। अमीटर पाठयांक I_0 है तथा विभवमापी पाठ्यांक V_0 है। अब P को एक परिमित प्रतिरोध के एक वोल्टमीटर से प्रतिस्थापित कर दिया गया है। अब अमीटर पाठयांक I है तथा वोल्टमीटर पाठयांक V है-



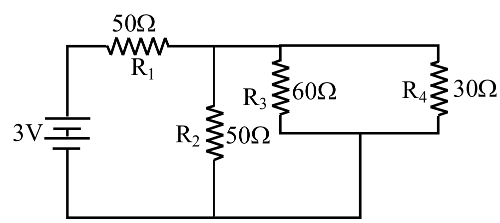
(A) $I > I_0, V < V_0$ (B) $I > I_0, V = V_0$
(C) $I = I_0, V < V_0$ (D) $I < I_0, V = V_0$

Q.34 नीचे दर्शाया परिपथ चित्र, एक सेल C का वि.वा.बल व आन्तरिक प्रतिरोध ज्ञात करने के लिऐ किऐ गऐ एक प्रयोग में उपयोग किऐ गऐ परिपथ को दर्शाता है। दर्शाया ग्राफ सेल के टर्मिनलों के मध्य के विभवान्तर V जो कि धारा नियन्त्रक को समंजित कर प्रवाहित धारा I के विरूद्ध खींचा गया है। दर्शाऐ गऐ ग्राफ में x तथा y दर्शाई गई अक्षों पर काटे गऐ अन्तःखण्ड है। सेल का आन्तरिक प्रतिरोध क्या हैं?



(A) x (B) y (C) x/y (D) y/x

Q.35 नीचे दर्शाए परिपथ में, प्रतिरोध Ω में है तथा बैटरी को आदर्श माना गया है व इसका वि.वा.बल 3.0 वोल्ट है। वह प्रतिरोध जो सर्वाधिक शक्ति व्यय करता है -



(A) R_1 (B) R_2 (C) R_3 (D) R_4

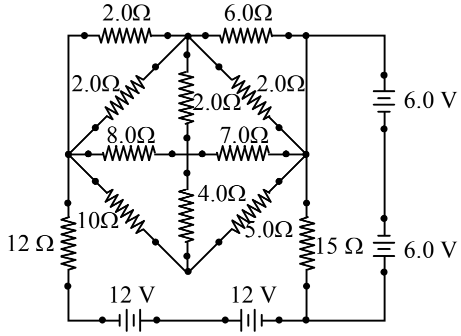
Q.36 एक विभवमापी तार की लम्बाई l है। एक सेल का वि.वा.बल E है इसे तार के धनात्मक सिरे से $l/3$ लम्बाई दूरी पर संतुलित किया गया है। यदि तार की लम्बाई $l/2$ द्वारा बढ़ाई जाती है। तो समान सेल कितनी दूरी पर संतुलित होगा -

(A) $\frac{2l}{3}$ (B) $\frac{l}{2}$ (C) $\frac{l}{6}$ (D) $\frac{4l}{3}$

Q.37 एक हीटर A, 300 W ऊष्मा देता है जब इसे एक 200 V दिष्ट धारा सप्लाई से संयोजित किया जाता है। एक दूसरा हीटर B, 600 W ऊष्मा देता है जब इसे एक 200 V दिष्ट धारा सप्लाई से जोड़ा जाता है। यदि दोनों हीटरों के श्रेणी संयोजन को 200 V दिष्ट धारा सप्लाई से जोड दिया जाऐ तो निर्गत ऊष्मा (output) होगी -

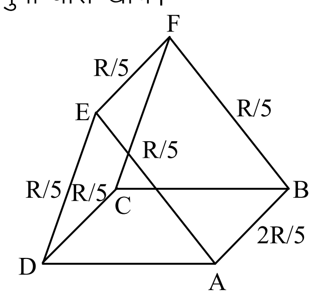
(A) 100 W (B) 450 W
(C) 300 W (D) 200 W

Q.38 नीचे दर्शाये परिपथ में 8Ω प्रतिरोध से प्रवाहित धारा है -



(A) 4A (B) 2A (C) zero (D) 2.5 A

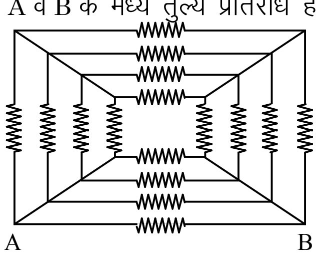
Q.39 नीचे दर्शायी व्यवस्था में धारा A पर प्रवेश करती है व D पर बाहर आती है। कुछ प्रतिरोध चित्र में दर्शाये गये हैं। तार CB के प्रतिरोध का मान क्या होना चाहिये ताकि यह तार BF में प्रवेश करने वाली धारा की दुगुनी धारा खींचे।



(A) $\left(\frac{9}{10}\right)R$ (B) $\left(\frac{8}{9}\right)R$

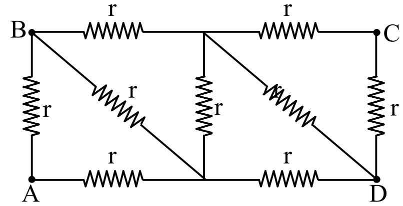
(C) $\left(\frac{7}{9}\right)R$ (D) $\left(\frac{3}{20}\right)R$

Q.40 सोलर प्रतिरोधक प्रत्येक का प्रतिरोध 16Ω है, यह परिपथ में नीचे चित्र में दर्शाये अनुसार संयोजित किये गये हैं। A व B के मध्य तुल्य प्रतिरोध है -



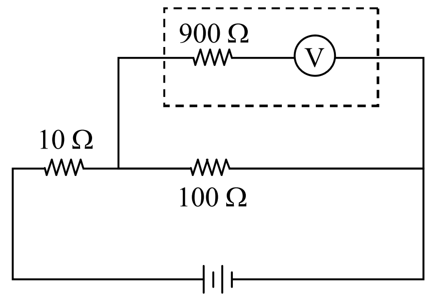
(A) 1Ω (B) 2Ω (C) 3Ω (D) 4 Ω

Q.41 नीचे चित्र में दर्शाये परिपथ के लिये, A व C के मध्य तुल्य प्रतिरोध है -



(A) $\frac{12}{11}r$ (B) $\frac{13}{11}r$ (C) $\frac{14}{11}r$ (D) $\frac{15}{11}r$

Q.42 नीचे दर्शाये परिपथ में 100 Ω प्रतिरोध के सिरों के मध्य विभवान्तर 900 Ω प्रतिरोध के एक वोल्टमीटर द्वारा मापा जाता है। विभवान्तर के मान में प्रतिशत त्रुटि है -

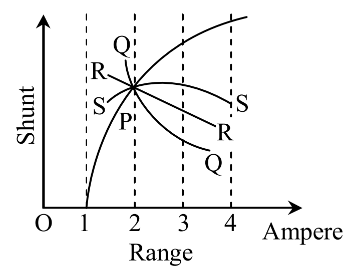


(A) $\frac{10}{9}$ (B) 0.1 (C) 1.0 (D) 10.0

Q.43 दो प्रतिरोध 400 Ω व 800 Ω नगण्य प्रतिरोध की 6 V बैटरी के साथ श्रेणीक्रम में संयोजित है। 400 Ω प्रतिरोध के सिरों पर विभवान्तर का मापन 10000 Ω प्रतिरोध के वोल्टमीटर का उपयोग कर दिया जाता है विभवान्तर के मापन में प्रतिशत त्रुटि है -

(A) 0.01 (B) 0.02 (C) 0.03 (D) 0.05

Q.44 अमीटर की परास बिना शंट I Amp. है। भिन्न शंट के उपयोग द्वारा परास परिवर्तित की जा सकती है शंट प्रतिरोध व परास के मध्य ग्राफ नीचे दर्शाये अनुसार है -



(A) P (B) Q (C) R (D) S

Exercise (Level) 3

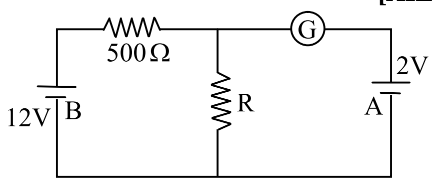
OLD EXAMINATION QUESTIONS [JEE MAIN]

Q.1 किसी चल कुण्डली धारामापी में 150 बराबर भाग है। इसकी धारा सुग्राहिता 10 भाग प्रति मिलिऐम्पियर तथा वोल्टता सुग्राहिता 2 भाग प्रति मिलिवोल्ट है। ऐसा करने के लिए कि इसके प्रत्येक भाग का पाठ्यांक 1 वोल्ट हो, इसकी कुण्डली के साथ श्रेणीक्रम में संयोजित आवश्यक प्रतिरोध का, ओम में, क्या मान होगा - **[AIEEE-2005]**

(A) 10^3 (B) 10^5

(C) 99995 (D) 9995

Q.2 दिए गए परिपथ में धारामापी G शून्य विक्षेप दर्शाता है। यदि बैटरियों A तथा B के आन्तरिक प्रतिरोध नगण्य है, तो प्रतिरोधक R का मान होगा – **[AIEEE-2005]**



(A) 200 Ω (B) 100 Ω

(C) 500 Ω (D) 1000 Ω

Q.3 समान विद्युत वाहक बल के दो स्त्रोंत किसी बाह्य प्रतिरोध R से संयोजित है। दोनों स्त्रोंतों के आन्तरिक प्रतिरोध R_1 तथा $R_2 (R_2 > R_1)$ है। यदि आन्तरिक प्रतिरोध R_2 वाले स्त्रोंत के सिरों के बीच विभवान्तर शून्य है, तो – **[AIEEE-2005]**

(A) $R = R_2 \times (R_1 + R_2)/(R_2 - R_1)$

(B) $R = R_2 - R_1$

(C) $R = R_1R_2/(R_1 + R_2)$

(D) $R = R_1R_2/(R_2 - R_1)$

Q.4 कोई ऊर्जा स्त्रोंत लोड में स्थिर धारा प्रवाहित करेगा यदि इसका आन्तरिक प्रतिरोध - **[AIEEE-2005]**

(A) लोड के प्रतिरोध के बराबर हो

(B) लोड प्रतिरोध की तुलना में बहुत अधिक हो

(C) शून्य हो

(D) शून्येतर परन्तु लोड के प्रतिरोध से कम हो

Q.5 विभवमापी के प्रयोग में किसी सेल के साथ 240 cm लम्बाई पर संतुलन होता है। सेल को 2Ω प्रतिरोध द्वारा शंट किए जाने संतुलन लम्बाई 120 cm हो जाती है। सेल का आन्तरिक प्रतिरोध है - **[AIEEE-2005]**

(A) 1 Ω (B) 0.5 Ω

(C) 4 Ω (D) 2 Ω

Q.6 एक पदार्थ 'B' का विशिष्ट प्रतिरोध पदार्थ 'A' का दुगुना है। B से बने एक वृत्तीय तार का व्यास A से बने तार का दुगुना है। तब दोनों तारों का प्रतिरोध एकसमान होने के लिए उनकी क्रमशः लम्बाइयों का अनुपात ℓ_B/ℓ_A अवश्य होना चाहिए - **[AIEEE-2005]**

(A) $\frac{1}{4}$ (B) 2

(C) 1 (D) $\frac{1}{2}$

Q.7 किरचॉफ का प्रथम नियम ($\sum i = 0$) तथा द्वितीय नियम ($\sum iR = \sum E$), जहाँ प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ है, क्रमशः इन पर आधारित है - **[AIEEE-2006]**

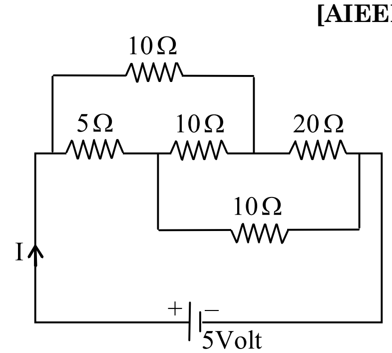
(A) संवेग का संरक्षण, आवेश का संरक्षण

(B) आवेश का संरक्षण, ऊर्जा का संरक्षण

(C) आवेश का संरक्षण, संवेग का संरक्षण

(D) ऊर्जा का संरक्षण, आवेश का संरक्षण

Q.8 5 वोल्ट के स्त्रोत से निकलने वाली धारा I होगी – **[AIEEE-2006]**



(A) 0.67 A (B) 0.17 A

(C) 0.33 A (D) 0.5 A

Q.9 व्हीटस्टोन सेतु की तीन भुजाओं में तीन प्रतिरोध P, Q और R जुड़े हैं और S_1 तथा S_2 दो प्रतिरोधों के समान्तर जोड़ से चौथी भुजा बनी है। सेतु के संतुलन के लिए दशा होगी – **[AIEEE-2006]**

(A) $\frac{P}{Q} = \frac{R(S_1 + S_2)}{2S_1S_2}$ (B) $\frac{P}{Q} = \frac{R}{S_1 + S_2}$

(C) $\frac{P}{Q} = \frac{2R}{S_1 + S_2}$ (D) $\frac{P}{Q} = \frac{R(S_1 + S_2)}{S_1S_2}$

Q.10 एक विद्युत् बल्ब 220 वोल्ट – 100 वाट चिह्नित है। जब इसे 110 वोल्ट पर जलाया जाता है, तब उपभोग में लायी गई शक्ति होगी - **[AIEEE-2006]**

(A) 25 वॉट (B) 50 वॉट

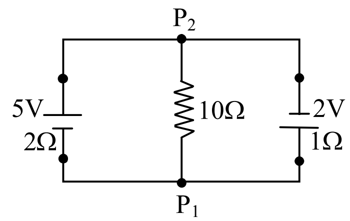
(C) 75 वॉट (D) 40 वॉट

Q.11 50ºC पर तार का प्रतिरोध 5 ओम है व 100°C पर 6 ओम है। 0ºC पर तार का प्रतिरोध होगा - **[AIEEE-2007]**

(A) 2 ओम (B) 1 ओम

(C) 4 ओम (D) 3 ओम

Q.12 चित्र में दर्शाए अनुसार किसी 10 Ω प्रतिरोधक के साथ एक 5 V बैटरी जिसका आन्तरिक प्रतिरोध 2 Ω तथा एक 2 V बैटरी जिसका आन्तरिक प्रतिरोध 1 Ω है, को संयोजित किया गया है। **[AIEEE-2008]**



10 Ω प्रतिरोधक में प्रवाहित धारा है -

(A) 0.03 A P_1 से P_2 की ओर

(B) 0.03 A P_2 से P_1 की ओर

(C) 0.27 A P_1 से P_2 की ओर

(D) 0.27 A P_2 से P_1 की ओर

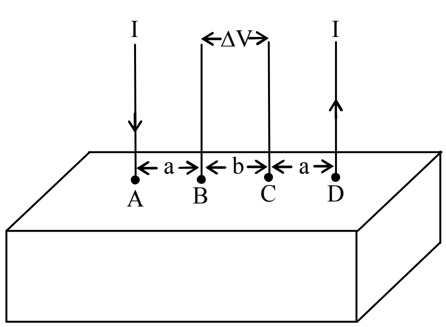
गद्यांश : (प्रश्न संख्या 13 तथा 14)

आरेख में दर्शाए प्रतिरोधकता 'ρ' के चालक पदार्थ से बने किसी गुटके पर विचार कीजिए। धारा 'I', 'A' पर प्रवेश करती है तथा 'D' से निकलती है। 'B' तथा 'C' के बीच विकसित वोल्टता 'ΔV' को ज्ञात करने के लिए हम अध्यारोपण सिद्धान्त का अनुप्रयोग करते हैं। इसमें परिकलन निम्नलिखित चरणों में किए गए हैं। **[AIEEE-2008]**

(i) धारा 'I' को 'A' से प्रवेश करते हुए लीजिए तथा यह मानिए कि यह गुटके में अर्धगोलीय पृष्ठ पर फैल जाती है।

(ii) बिन्दु A से दूरी 'r' पर विद्युत–क्षेत्र E(r) का परिकलन ओम के नियम E = ρj, जहाँ j दूरी 'r' पर धारा प्रति एकांक क्षेत्रफल है, का उपयोग करके कीजिए।

(iii) E(r) की 'r' पर निर्भरता द्वारा r पर विभव V(r) प्राप्त कीजिए।



Q.13 A पर धारा के प्रवेश के लिए, A से 'r' दूरी पर विद्युत-क्षेत्र है -

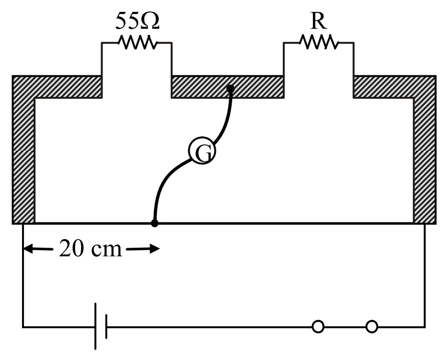
(A) $\frac{\rho I}{r^2}$ (B) $\frac{\rho I}{2\pi r^2}$ (C) $\frac{\rho I}{4\pi r^2}$ (D) $\frac{\rho I}{8\pi r^2}$

Q.14 B तथा C के बीच मापा गया ΔV है -

(A) $\frac{\rho I}{a} - \frac{\rho I}{(a+b)}$ (B) $\frac{\rho I}{2\pi a} - \frac{\rho I}{2\pi(a+b)}$

(C) $\frac{\rho I}{2\pi(a-b)}$ (D) $\frac{\rho I}{\pi a} - \frac{\rho I}{\pi(a+b)}$

Q.15 नीचे आरेख में गैल्वेनोमीटर में शून्य विक्षेप के साथ मीटर सेतु की प्रायोगिक व्यवस्था दर्शाई गई है। अज्ञात प्रतिरोधक R का मान है - **[AIEEE-2008]**



(A) 220 Ω (B) 110 Ω

(C) 55 Ω (D) 13.75 Ω

Q.16 **कथन-1 :** प्रतिरोध की तापमान निर्भरता सामान्यतया $R = R_0(1 + \alpha\Delta t)$ से दी जाती है। एक तार का प्रतिरोध 100Ω से 150Ω में परिवर्तित होता है जब उसके तापमान में 27ºC से 227ºC की वृद्धि की जाती है। इससे परिणाम निकलता है कि $\alpha = 2.5 \times 10^{-3}/°C$।

कथन-2 : $R = R_0(1 + \alpha\Delta t)$ केवल सार्थक है जब तापमान में परिवर्तन ΔT न्यून है और $\Delta R = (R - R_0) << R_0$। **[AIEEE-2009]**

(A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है; कथन-2, कथन-1 की सही व्याख्या करता है।

(B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है; कथन-2, कथन-1 की सही व्याख्या नहीं करता है।

(C) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है।

(D) कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है।

Q.17 R प्रतिरोध तथा C धारिता के संधारित्र को नगण्य आन्तरिक प्रतिरोध की एक बैटरी के साथ श्रेणीक्रम में एक कुंजी के द्वारा संयोजित किया जाता है। t = 0 पर कुंजी बंद है। यदि t सैकण्ड के पश्चात् संधारित के सिरों पर वोल्टता, R के सिरों पर वोल्टता की सात गुनी हो जाती है, तो t मान होगा- **[JEE Main Online -2012]**

(A) 3 RC ℓn 7 (B) 3 RC ℓn 2

(C) 2 RC ℓn 2 (D) 2 RC ℓn 7

Q.18 तीन प्रतिरोध 4 Ω, 6 Ω तथा 12 Ω समानान्तर जुड़े हुये है, तथा संयोजन को 1 Ω आंतरिक प्रतिरोध तथा 1.5 V की बैटरी से जोड़ा जाता है। 4 Ω के प्रतिरोध में जूल उष्मन की दर होगी - **[JEE Main Online -2012]**

(A) 0.86 W (B) 0.25 W
(C) 0.33 W (D) 0.55 W

Q.19 25 W - 220 V और 100 W - 220 V से चिन्हित दो विद्युत बल्बों को 440 V स्त्रोत से श्रेणीक्रम में जोड़ा जाता है। कौनसा बल्ब फ्यूज हो जाएगा ? **[AIEEE-2012]**

(A) 100 W (B) 25 W
(C) कोई भी नहीं (D) दोनों

Q.20 एक कमरे की सप्लाई वोल्टता 120 V है। लीड के तारों का प्रतिरोध 6Ω है। एक 60 W बल्ब पहले से ही जल रहा हैं। इस बल्ब के समान्तर में 240 W का हीटर जलाने पर बल्ब की वोल्टता में कितनी कमी आयेगी ? **[JEE-Main 2013]**

(A) 13.3 वोल्ट (B) 10.04 वोल्ट
(C) शून्य वोल्ट (D) 2.9 वोल्ट

Q.21 इस प्रश्न में प्रकथन-I एवं प्रकथन-II दिये हुए है। प्रकथनों के पश्चात् दिये गये चार विकल्पों में से, उस विकल्प को चुनिये जो कि दोनों प्रकथनों का सर्वोत्तम वर्णन करता है। **[JEE-Main 2013]**

कथन-I : परास जितना उच्चतर हैं, धारामापी का प्रतिरोध उतना ही अधिकतर है।

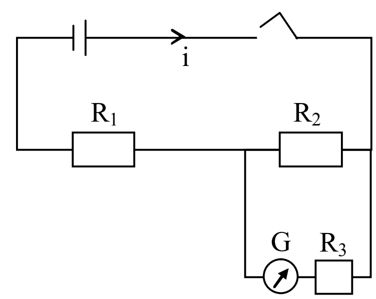
कथन-II : धारामापी की परास में वृद्धि करने के लिये, इस पर अतिरिक्त शंट का प्रयोग किया जाना आवश्यक है।

(A) कथन-I सत्य है, कथन-II गलत है।
(B) कथन-I गलत है, कथन-II सत्य है।
(C) कथन-I सत्य है, कथन-II सत्य है, कथन-II, कथन-I की **सही** व्याख्या करता है।
(D) कथन-I सत्य है, कथन-II सत्य है, कथन-II, कथन-I की सही व्याख्या **नहीं** करता है।

Q.22 एक मीटर सेतु प्रयोग में अविक्षेप बिन्दु तार के एक सिरे से 40 cm दूरी पर प्राप्त होता है जब X प्रतिरोध अन्य Y प्रतिरोध के साथ सन्तुलित होता है यदि X < Y हो तब समान सिरे से अविक्षेप बिन्दु की नई स्थिति क्या होगी यदि 3X प्रतिरोध को Y से प्रतिसन्तुलित किया जाए - **[JEE Main Online -2013]**

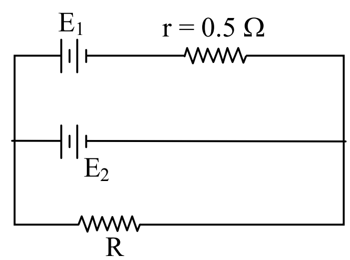
(A) 80 cm (B) 75 cm
(C) 67 cm (D) 50 cm

Q.23 अर्द्ध–विक्षेप विधि द्वारा गेल्वेनोमीटर का प्रतिरोध ज्ञात करने के लिये निम्न परिपथ का उपयोग किया जाता है, जिसमें प्रतिरोध $R_1 = 9970\ \Omega$, $R_2 = 30\ \Omega$ तथा $R_3 = 0$ है। गेल्वेनोमीटर में विक्षेप d है। $R_3 = 107\ \Omega$ के साथ विक्षेप $\frac{d}{2}$ में परिवर्तित हो जाता है। गेल्वेनोमीटर का प्रतिरोध लगभग है – **[JEE Main Online-2013]**



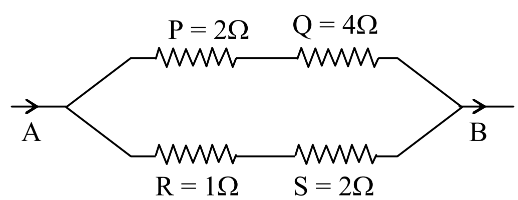
(A) 107 Ω (B) 137 Ω
(C) 107/2 Ω (D) 77 Ω

Q.24 $E_1 = 100$ V वि.वा. बल तथा $r = 0.5\ \Omega$ आन्तरिक प्रतिरोध का एक dc स्त्रोत, $E_2 = 90$ V वि.वा. बल की एक स्टोरेज बैट्री तथा एक बाह्य प्रतिरोध R के चित्रानुसार जोड़े गये हैं किस मान के लिये बैट्री से धारा प्रवाहित नहीं होगी - **[JEE Main Online -2013]**



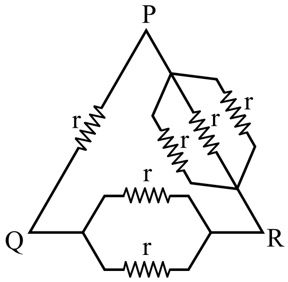
(A) 5.5 Ω (B) 3.5 Ω
(C) 4.5 Ω (D) 2.5 Ω

Q.25 चार प्रतिरोधों P,Q, R तथा S में से कौनसा ऊष्मा की अधिकतम मात्रा उत्पन्न करेगा जब एक धारा A से B तक प्रवाहित की जाती है ? **[JEE Main Online -2013]**



(A) Q (B) S (C) P (D) R

Q.26 छः एक समान प्रतिरोधों को चित्रानुसार बिदुंओं P, Q तथा R के बीच जोड़ा गया है। तब निम्न बिंदुओं के बीच कुल प्रतिरोध अधिकतम होगा - **[JEE Main Online-2013]**

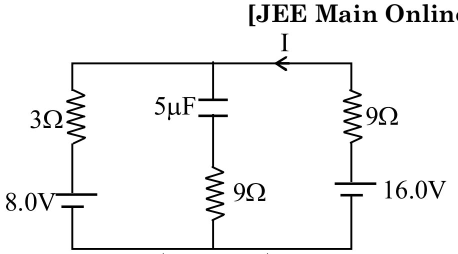


(A) P तथा R (B) P तथा Q
(C) Q तथा R (D) किन्ही भी दो बिंदओं

Q.27 विद्युत वाहक बल 220 V एक दिष्ट विद्युत धारा मुख्य सप्लाई को एक 1 Ω के प्रतिरोध द्वारा विद्युत वाहक बल 200V की एक संभारित बैटरी से जोड़ा जाता है। बैटरी के टर्मिनल को एक बाह्य प्रतिरोध 'R' से जोडा जाता है। 'R' का न्यूनतम मान, जिससे कि बैटरी में धारा प्रवाहित होकर उसे आवेशित करे, है - **[JEE Main Online-2014]**

(A) 7 Ω (B) 9 Ω
(C) 11 Ω (D) शून्य

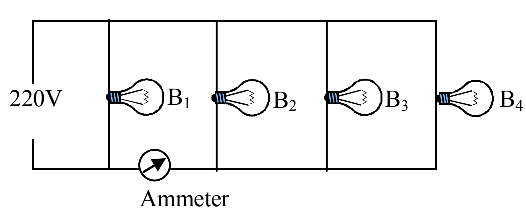
Q.28 दर्शाये गये परिपथ में 8.0 V एवं 16.0 V की दो बैटरियाँ और 3 Ω, 9 Ω एवं 9 Ω के तीन प्रतिरोध तथा 5.0 μF का एक संधारित्र है। **[JEE Main Online-2014]**



स्थायी अवस्था में परिपथ में धारा I का मान क्या है?

(A) 1.6 A (B) 0.67 A
(C) 2.5 A (D) 0.25 A

Q.29 प्रत्येक 100 W के चार बल्ब B_1, B_2, B_3 एवं B_4 200 V मेन्स से जोड़े गये हैं जैसा कि चित्र में दर्शाया गया हैं। एक आदर्श धारामापी में मापन होगा - **[JEE Main Online-2014]**



(A) 0.45 A (B) 0.90 A
(C) 1.35 A (D) 1.80 A

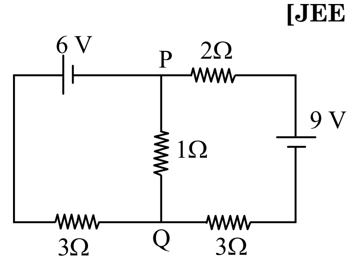
Q.30 एक बृहत भवन में, 40 W के 15 बल्ब, 100 W के 5 बल्ब, 80 W के 5 पंखे एवं 1 kW का 1 हीटर हैं। बिजली के मेन्स की वोल्टता 220 V हैं। भवन के मुख्य फ्यूज़ की न्यूनतम क्षमता होगी - **[JEE-Main 2014]**

(A) 10 A (B) 12 A
(C) 14 A (D) 8 A

Q.31 जब 0.1 m लम्बाई के एक तार के सिरों पर 5V विभवांतर आरोपित किया जाता है, इलेक्ट्रॉनों की अपवहन चाल 2.5×10^{-4} ms^{-1} है। यदि तार में इलेक्ट्रॉन घनत्व 8×10^{28} m^{-3} है, तो तार के पदार्थ की प्रतिरोधकता है – **[JEE Main -2015]**

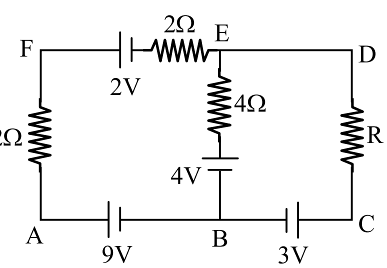
(A) 1.6×10^{-8} Ωm (B) 1.6×10^{-7} Ωm
(C) 1.6×10^{-6} Ωm (D) 1.6×10^{-5} Ωm

Q.32 चित्र में दर्शाये परिपथ में, 1 Ω प्रतिरोध में धारा है - **[JEE Main -2015]**



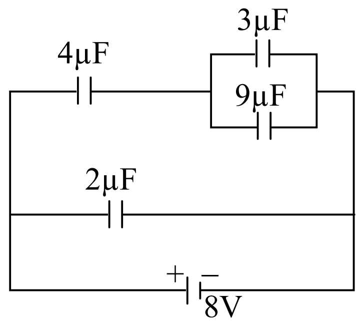
(A) 1.3 A, P से Q (B) 0 A
(C) 0.13 A, Q से P (D) 0.13 A, P से Q

Q.33 दर्शाये गये विद्युत नेटवर्क में, जब भुजा EB में 4Ω प्रतिरोध में से होकर कोई धारा प्रवाहित नहीं होती है, तो बिन्दुओं A तथा D के बीच विभवान्तर होगा : **[JEE Main Online-2015]**



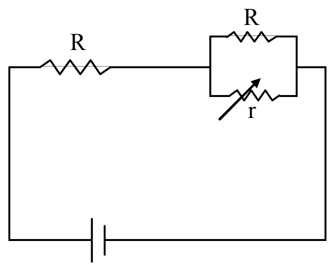
(A) 3 V (B) 5 V (C) 4 V (D) 6 V

Q.34 चित्रानुसार संधारित्रों को जोड़कर एक व्यवस्था बनायी गयी है। बिन्दु आवेश Q के कारण इससे 30 m दूरी पर स्थित बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र का परिमाण है (Q पर आवेश 4 μF तथा 9 μF संधारित्रों पर आवेशो के योग के समान है) - **[JEE Main-2016]**



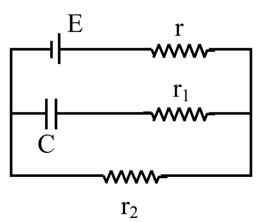
(A) 240 N/C (B) 360 N/C
(C) 420 N/C (D) 480 N/C

Q.35 दिये हुए परिपथ में r एक चर–प्रतिरोध है। यदि $r = fR$, तब r में ऊष्मा उत्पादन अधिकतम होने के लिये f का मान होगा - **[JEE Main Online-2016]**



(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) 1

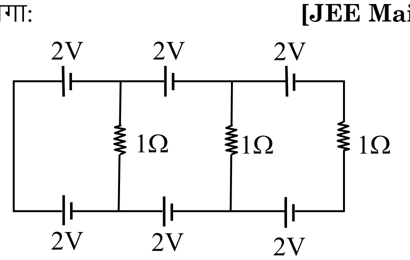
Q.36 दिये गये परिपथ में जब धारा नियत अवस्था में पहुँच जाती है तो धारिता C के संधारित्र पर आवेश का मान होगा: **[JEE Main -2017]**



(A) CE (B) $CE\frac{r_1}{(r_2+r)}$

(C) $CE\frac{r_2}{(r+r_2)}$ (D) $CE\frac{r_1}{(r_1+r)}$

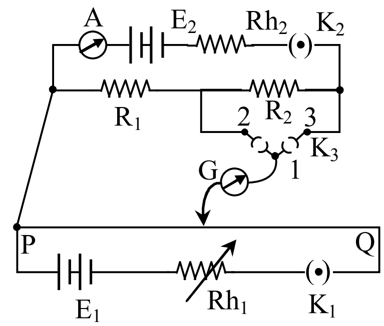
Q.37 दिये गये परिपथ में प्रत्येक प्रतिरोध में धारा मान होगा: **[JEE Main -2017]**



(A) 1 A (B) 0.25 A (C) 0.5 A (D) 0 A

Q.38 एक विभवमापी PQ, चित्र में दर्शाये अनुसार, दो प्रतिरोधों की तुलना के लिये व्यवस्थित किया जाता है। अमीटर का पाठ्यांक 1.0 A है जब द्विमार्गी कुंजी K_3 को खोला जाता है। संतुलन बिन्दु P से ℓ_1 लम्बाई पर है जब द्विमार्गी कुंजी K_3 को 2 व 1 के मध्य प्लग किया जाता है जबकि संतुलन बिन्दु P से ℓ_2 लम्बाई पर है जब K_3 को 3 व 1 के मध्य प्लग किया जाता है। प्रतिरोधों $\frac{R_1}{R_2}$ का अनुपात होगा -

[JEE Main Online-2017]

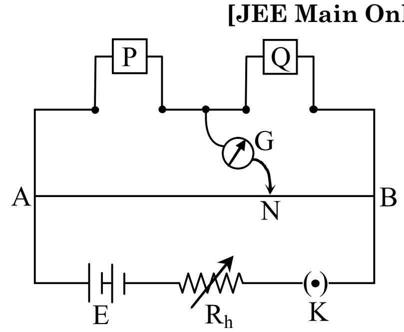


(A) $\frac{\ell_1}{\ell_1-\ell_2}$ (B) $\frac{\ell_2}{\ell_2-\ell_1}$

(C) $\frac{\ell_1}{\ell_1+\ell_2}$ (D) $\frac{\ell_1}{\ell_2-\ell_1}$

Q.39 एक मीटर ब्रिज प्रयोग में प्रतिरोध चित्रानुसार संयोजित है आरम्भिक रूप से प्रतिरोध $P = 4\Omega$ है व उदासीन बिन्दु A से 60 cm पर है अब एक अज्ञात प्रतिरोध R को P के श्रेणीक्रम में जोड़ा जाता है व उदासीन बिन्दु की नयी स्थिति A से 80 cm पर है, अज्ञात प्रतिरोध R से का मान है -

[JEE Main Online-2017]

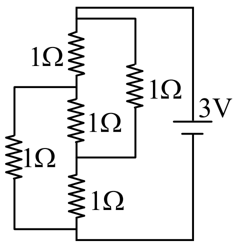


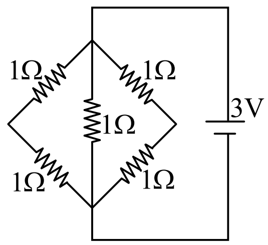
(A) $\frac{33}{5}\Omega$ (B) 6 Ω

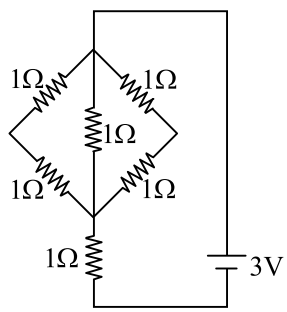
(C) $\frac{20}{3}\Omega$ (D) 7 Ω

Q.40 दर्शाया चित्र तीन परिपथों जो एक 3V बैटरी के साथ संयोजित है, को दर्शाता है। यदि अभिविन्यास I, II व III द्वारा व्ययित शक्ति क्रमशः P_1, P_2 व P_3 है, तो–

[JEE Main Online-2017]







(A) $P_2 > P_1 > P_3$ (B) $P_1 > P_2 > P_3$
(C) $P_3 > P_2 > P_1$ (D) $P_1 > P_3 > P_2$

Q.41 12 V तथा 13 V विद्युत वाहक बल की दो बैटरी को समान्तर क्रम में एक 10 Ω लोड प्रतिरोध के साथ जोड़ा गया है। दोनों बैटरी के आंतरिक प्रतिरोध क्रमशः 1 Ω तथा 2 Ω है। लोड प्रतिरोध के सिरों का विभव निम्न में से किन मानों के बीच होगा -

[JEE Main - 2018]

(A) 11.6 V तथा 11.7 V (B) 11.5 V तथा 11.6 V
(C) 11.4 V तथा 11.5 V (D) 11.7 V तथा 11.8 V

Q.42 एक विभवमापी प्रयोग के दौरान पाया गया कि जब सेल सिरों को विभवमापी तार के 52 cm लम्बाई के दोनों तरफ जोडा जाता है तो गैल्वनोमीटर में कोई धारा का प्रवाह नही होता हैं यदि सेल को 5 Ω, प्रतिरोध द्वारा शंट कर दिया जाये तो सेल के सिरों को तार के 40 cm लम्बाई के दोनों तरफ जोड़ने से संतुलन प्राप्त हो जाता है। सेल का आंतरिक प्रतिरोध होगा : **[JEE Main - 2018]**

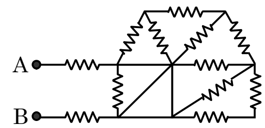
(A) 1 Ω (B) 1.5 Ω
(C) 2 Ω (D) 2.5 Ω

Q.43 प्रतिरोध को बदलने से मीटर सेतु का संतुलन बिन्दु 10 cm बाँयी तरफ खिसक जाता है। उनके श्रेणी क्रम संयोजन का प्रतिरोध 1 kΩ है। प्रतिरोध को बदलने से पहले बाँये तरफ के खाँचे का प्रतिरोध कितना था ?

[JEE Main - 2018]

(A) 990 Ω (B) 505 Ω
(C) 550 Ω (D) 910 Ω

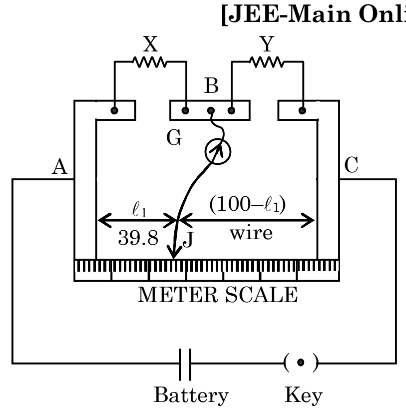
Q.44 चित्र में दर्शाये परिपथ में सभी प्रतिरोधों का मान R ओम है। बिंदु A एवं B के बीच समतुल्य प्रतिरोध का मान होगा- **[JEE-Main Online-2018]**



(A) 2 R (B) $\frac{5R}{2}$ (C) $\frac{5R}{3}$ (D) 3 R

Q.45 दिखाये गये मीटर सेतु के लिये, ज्ञात है कि प्रतिरोध Y = 12.5 Ω है तथा संतुलन (जॉकी J द्वारा) A से 39.5 cm दूरी पर प्राप्त होता है। प्रतिरोधों X तथा Y को परस्पर बदलने पर नया संतुलन बिन्दु A से ℓ_2 दूरी पर प्राप्त होता है। X तथा ℓ_2 के मान है?

[JEE-Main Online-2018]



(A) 19.15 Ω तथा 39.5 cm
(B) 8.16 Ω तथा 60.5 cm
(C) 19.15 Ω तथा 60.5 cm
(D) 5.16 Ω तथा 39.5 cm

Q.46 एक धात्विक तार के दोनों अंत सिरों के मध्य एक नियत वोल्टेज आरोपित किया जाता है यदि तार की लम्बाई को आधा व त्रिज्या को दुगुना कर दें तो तार में विकसित ऊष्मा की दर होगी -

[JEE-Main Online-2018]

(A) बढ़कर आठ गुना हो जायेगी
(B) दुगुनी
(C) आधी
(D) अपरिवर्तित

Q.47 एक तांबा छड का अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A है यह एकसमान धारा I प्रवाहित रखती है। T ताप पर यदि छड का आयतन आवेश घनत्व ρ है तो आवेश को d दूरी तय करने में कितना समय लगेगा ?

[JEE-Main Online-2018]

(A) $\frac{2\rho dA}{IT}$ (B) $\frac{2\rho dA}{I}$

(C) $\frac{\rho dA}{I}$ (D) $\frac{\rho dA}{IT}$

Q.48 कक्ष तापमान पर एक तापक तन्तु का प्रतिरोध 100 Ω है। जब इसे 220 V के स्त्रोत से जोड़ते हैं तो इसमें 2 A की एक स्थायी धारा प्रवाहित होती है और इसका तापमान कक्ष के तापमान से 500°C जादा हो जाता है तापक तन्तु के प्रतिरोध का ताप गुणांक कितना है ? **[JEE-Main Online-2018]**

(A) 1×10^{-4} °C^{-1} (B) 5×10^{-4} °C^{-1}

(C) 2×10^{-4} °C^{-1} (D) 0.5×10^{-4} °C^{-1}

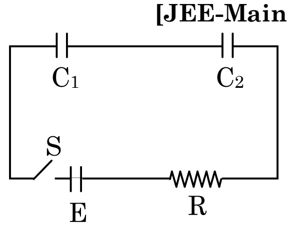
Q.49 अर्द्ध विक्षेप विधि द्वारा, एक गैल्वेनोमीटर का प्रतिरोध ज्ञात करने हेतु एक परिपथ में 6 V की बैटरी तथा एक 11 kΩ के उच्च प्रतिरोध का प्रयोग किया जाता है। गैल्वेनोमीटर की धारा सुग्रहिता (figure of merit) 60μA/डिविजन है। जब परिपथ में धारा प्रवाहित की जाती है तो, शन्ट प्रतिरोध की अनुपस्थिति में गैल्वेनोमीटर में θ = 9 डिविजन का विक्षेप होता है। विक्षेप का मान θ/2 करने के लिय, शन्ट प्रतिरोध का निकटतम मान होगा :

[JEE-Main Online-2018]

(A) 55 Ω (B) 110 Ω (C) 220 Ω (D) 550 Ω

Q.50 दिये गये परिपथ में यदि कुँजी S को t = 0 पर बन्द करते है तो संधारित्र C_1 पर आवेश का समय के साथ सम्बन्ध निम्न होगा $\left(C_{eq} = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2}\right)$

[JEE-Main Online-2018]



(A) $C_{eq}E[1 - \exp(-t/RC_{eq})]$

(B) $C_1E[1 - \exp(-tR/C_1)]$

(C) $C_2E[1 - ex(-t/RC_2)]$

(D) $C_{eq}E \exp(-t/RC_{eq})$

Q.51 25 Ω कुण्डली प्रतिरोध के एक धारामापी में पूर्ण विक्षेप के लिए 1 mA धारा चाहिये। इसे 2 A तक धारा पढ़ने योग्य अमीटर बनाने के लिये शंट प्रतिरोध का संत्रिकट मान होना चाहिये : **[JEE-Main Online-2018]**

(A) 2.5×10^{-2} Ω (B) 1.25×10^{-3}Ω

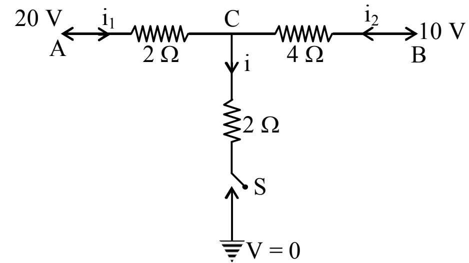
(C) 2.5×10^{-3} Ω (D) 1.25×10^{-2} Ω

Q.52 ताँबे के 5 mm² अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल के एक तार से जब 1.5 A की धारा बहती है तो इलेक्ट्रॉनों का अपवाह वेग (drift velocity) v है। यदि ताँबे में इलेक्ट्रॉनों की संख्या का घनत्व 9×10^{28}/m³ है, तो v का, mm/s में, सन्निकट मान होगा,
(दिया है, इलेक्ट्रॉन का आवेश = 1.6×10^{-19}C)

[Main-2019]

(A) 0.02 (B) 0.2 (C) 3 (D) 2

Q.53 दिये गये परिपथ में जब स्विच S को बन्द करते है, तो धारा i का मान होगा : **[Main-2019]**



(A) 4 A (B) 5 A (C) 3 A (D) 2 A

Q.54 यदि ताँबे के तार को खींचकर 0.5% से लम्बा कर दिया जाता है। यदि इसका आयतन नहीं बदलता है तो, इसके विद्युत-प्रतिरोध में प्रतिशत परिवर्तन का मान होगा : **[Main-2019]**

(A) 0.5 % (B) 2.5 % (C) 2.0 % (D) 1.0 %

Q.55 प्रतिरोध G के एक चल कुंडली धारामापी में धारा I_g पर पूर्ण विक्षेप पाया जाता है। इस धारामापी को परास 0 से $I_0(I_0 > I_g)$ धारा के अमीटर में एक शंट प्रतिरोध R_A लगाकर परिवर्तित कर सकते है। इसी धारामापी को परास 0 से V ($V = GI_0$) के वोल्टमीटर में एक श्रेणी प्रतिरोध R_V लगाकर परिवर्तित कर सकते है। तो: **[Main-2019]**

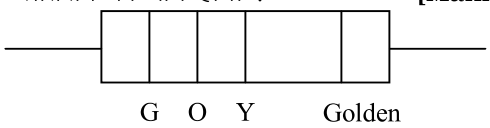
(A) $R_AR_V = G^2$ & $\frac{R_A}{R_V} = \frac{I_g}{(I_0 - I_g)}$

(B) $R_AR_V = G^2\left(\frac{I_g}{I_0 - I_g}\right)$ & $\frac{R_A}{R_V} = \left(\frac{I_0 - I_g}{I_g}\right)^2$

(C) $R_AR_V = G^2\left(\frac{I_0 - I_g}{I_g}\right)$ & $\frac{R_A}{R_V} = \left(\frac{I_g}{(I_0 - I_g)}\right)^2$

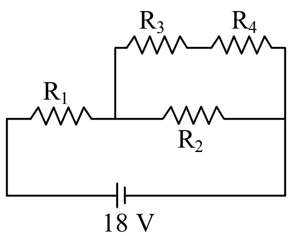
(D) $R_AR_V = G^2$ & $\frac{R_A}{R_V} = \left(\frac{I_g}{I_0 - I_g}\right)^2$

Q.56 एक कार्बन प्रतिरोध का कलर कोड निम्न है। इसके प्रतिरोध का मान होगा ? **[Main-2019]**



(A) $5.3\ M\Omega \pm 5\%$ (B) $530\ k\Omega \pm 5\%$
(C) $64\ k\Omega \pm 10\%$ (D) $6.4\ M\Omega \pm 5\%$

Q.57 दिये गये परिपथ में 18 V की सेल का आंतरिक प्रतिरोध नगण्य है। यदि $R_1 = 400\ \Omega$, $R_3 = 100\ \Omega$ a तथा $R_4 = 500\ \Omega$ हैं और R_4 पर लगे एक आदर्श वोल्टमीटर का पाठयांक 5 V है, तो R_2 का मान होगा : **[Main-2019]**



(A) $550\ \Omega$ (B) $450\ \Omega$
(C) $230\ \Omega$ (D) $300\ \Omega$

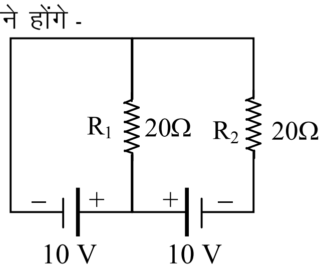
Q.58 धातु के एक एकसमान तार का प्रतिरोध $18\ \Omega$ है। इसे मोड़कर एक समबाहु त्रिभुज बनाते है। इस त्रिभुज के कोई दो शीर्षों के बीच तुल्य प्रतिरोध का मान होगा – **[Main-2019]**

(A) $12\ \Omega$ (B) $2\ \Omega$ (C) $4\ \Omega$ (D) $8\ \Omega$

Q.59 2 W के एक कार्बन प्रतिरोध को क्रमशः हरे, काले, लाल तथा भूरे रंग में कलर कोड किया गया है। अधिकतम धारा जो इस प्रतिरोध से बह सकती है, होगी - **[Main-2019]**

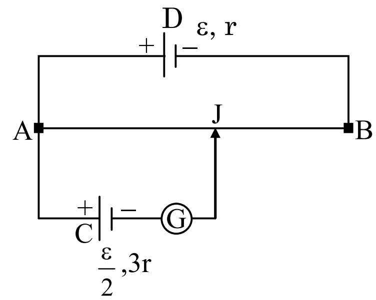
(A) 0.4 mA (B) 20 mA
(C) 63 mA (D) 100 mA

Q.60 दिये गये परिपथ में सेलों का आंतरिक प्रतिरोध शून्य है। प्रतिरोधों R_1 तथा R_2 में, क्रमशः धारा (Ampere में) के माने होंगे - **[Main-2019]**



(A) 0.5, 0 (B) 0, 1
(C) 1, 2 (D) 2, 2

Q.61 L लम्बाई तथा प्रतिरोध 12 r के एक विभवमापी तार AB को वि.वा.बल. ε तथा आन्तरिक प्रतिरोध r की एक सेल D से जोड़ते है। वि.वा.बल ε/2 तथा आन्तरिक प्रतिरोध 3r वाली एक सेल C को दिखाये गये चित्रानुसार जोड़ते हैं। वह लम्बाई AJ, जिसके लिये गैल्वेनोमापी में कोई विक्षेप नहीं होता है, होगी : **[Main-2019]**

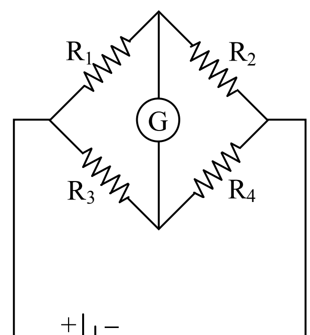


(A) $\frac{11}{12}L$ (B) $\frac{13}{24}L$ (C) $\frac{5}{12}L$ (D) $\frac{11}{24}L$

Q.62 एक अज्ञात प्रतिरोध से जब 2 mA की धारा बहती है तो 4.4 W शक्ति का क्षय होता है। यदि इस प्रतिरोध को 11 V की आदर्श बैटरी से जोड़ा जाये तो शक्ति क्षय का मान होगा - **[Main-2019]**

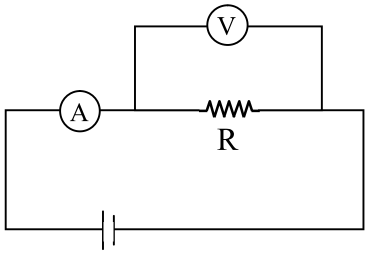
(A) 11×10^{-5} W (B) 11×10^{-3} W
(C) 11×10^{5} W (D) 11×10^{-4} W

Q.63 दिखाये गये चित्र में व्हीटस्टोन सेतु संतुलित होता है जब कार्बन प्रतिरोध R_1 का कलर कोड नांरगी, लाल तथा भूरा है। प्रतिरोध R_2 व R_4 क्रमशः $80\ \Omega$ तथा $40\ \Omega$ हैं। यह मानते हुए कि कलर कोड कार्बन प्रतिरोध का यथार्थ मान देता है, R_3 को कार्बन प्रतिरोध मानते हुए उसका कलर कोड होगा – **[Main-2019]**



(A) भूरा, नीला, भूरा (B) सलेटी, काला, भूरा
(C) लाल, हरा, भूरा (D) भूरा, नीला, काला

Q.64 चित्र में दिखाये गये प्रतिरोध R का वास्तविक मान 30Ω है। इसे एक मानक सूत्र $R = \frac{V}{I}$ का उपयोग करके मापा जाता है। यहाँ V तथा I, क्रमशः वोल्टमीटर तथा ऐमीटर की रीडिंग हैं। यदि R का मापा गया मान 5% कम आता है तो वोल्टमीटर के आंतरिक प्रतिरोध का मान होगा - **[Main-2019]**

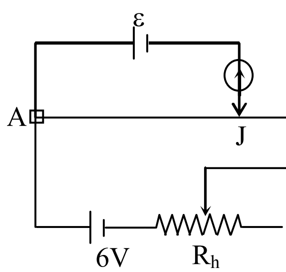


(A) 570 Ω (B) 600 Ω
(C) 350 Ω (D) 35 Ω

Q.65 दो बराबर प्रतिरोधों को जब श्रेणीक्रम में एक बैटरी से जोड़ते हैं तो ये 60 W विद्युत शक्ति का उपभोग करते हैं। यदि इन प्रतिरोधो को अब समान्तर क्रम में इसी बैटरी से जोड़ा जाये तो उपभोग की गयी शक्ति होगी : **[Main-2019]**

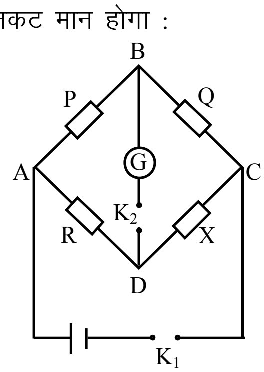
(A) 240 W (B) 60 W
(C) 30 W (D) 120 W

Q.66 दिये गये परिपथ में मीटर सेतु AB का प्रतिरोध 4 Ω है। वि.वा.बल ε = 0.5 V तथा धारा नियत्रंक के प्रतिरोध R_h = 2 Ω के लिये शून्य बिन्दु J पर प्राप्त होता है। जब इस सेल को वि.वा.बल $\varepsilon = \varepsilon_2$ की सेल से बदल देते है। तो R_h = 6Ω के लिये शून्य बिन्दु पुनः J पर मिलता है। वि.वा.बल ε_2 होगा : **[Main-2019]**



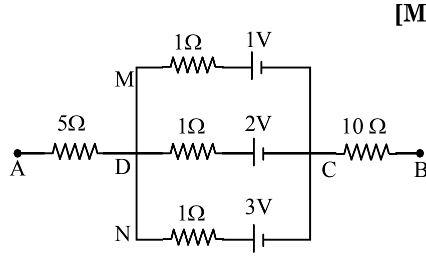
(A) 0.3 V (B) 0.6 V
(C) 0.5 V (D) 0.4 V

Q.67 एक व्हीटस्टोन सेतु में (चित्र देखिये) प्रतिरोध P तथा Q लगभग बराबर है। जब R = 400 Ω है तो सेतु संतुलित है। P तथा Q को परस्पर बदलने पर, सेतु को संतुलित रखने के लिए R का मान 405 Ω है। X का सन्निकट मान होगा : **[Main-2019]**



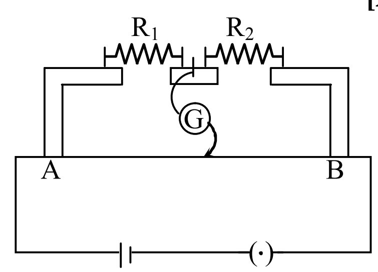
(A) 402.5 ohm (B) 401.5 ohm
(C) 403.5 ohm (D) 404.5 ohm

Q.68 दिये गये परिपथ में A तथा B के बीच विभवान्तर है : **[Main-2019]**



(A) 6 V (B) 3 V (C) 2 V (D) 1 V

Q.69 दिखाये गये चित्रानुसार मीटर सेतु के एक प्रयोग में A से 40 cm दूरी पर शून्य बिन्दु प्राप्त होता है। यदि 10 Ω के एक प्रतिरोध को R_1 के साथ श्रेणी क्रम में लगाते हैं, तो शून्य बिन्दु 10 cm विस्थापित हो जाता है वह प्रतिरोध, जिसको (R_1 + 10) Ω के साथ समान्तर क्रम में लगाने से शून्य बिन्दु पुनः अपनी आरम्भिक स्थिति में आ जाता है, होना चाहिये : **[Main-2019]**

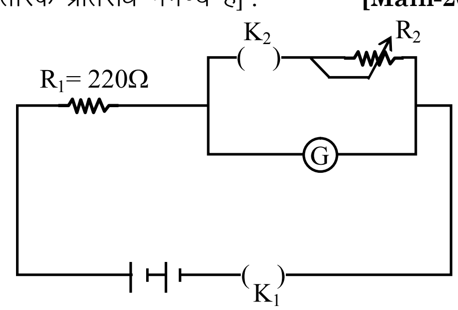


(A) 40 Ω (B) 30 Ω
(C) 20 Ω (D) 60 Ω

Q.70 एक धारामापी जिसका प्रतिरोध 20 Ω है तथा दोनों और 30 भाग हैं, की धारा सुग्राहिता 0.005 एम्पियर/भाग है। कितना प्रतिरोध श्रेणीबद्ध क्रम में लगाये कि, इसको 15V तक के एक वोल्टमीटर के रूप में प्रयोग किया जा सके ? **[Main-2019]**

(A) 120 Ω (B) 125 Ω
(C) 80 Ω (D) 100 Ω

Q.71 जब कुंजी K_1 बन्द है तथा कुंजी K_2 खुली है तो गैल्वैनोमापी में विक्षेप θ_0 है (चित्र देखिये)। K_2 को बन्द करके R_2 को 5Ω रखने पर गैल्वैनोमापी में विक्षेप $\frac{\theta_0}{5}$ हो जाता है। गैल्वैनोमापी का प्रतिरोध होगा [बैटरी का आन्तरिक प्रतिरोध नगण्य है] : **[Main-2019]**

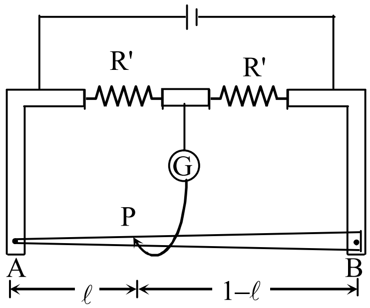


(A) 5 Ω (B) 25 Ω (C) 12 Ω (D) 22 Ω

Q.72 1 m लम्बाई व 5 Ω प्रतिरोध के विभवमापी के प्राथमिक परिपथ में एक 4 V की आदर्श सेल तथा श्रेणीक्रम में प्रतिरोध R लगाते हैं। R का वह मान, जो विभवमापी की 10 cm लम्बाई पर 5 mV का विभवान्तर दिखाता है, होगा - **[Main-2019]**

(A) 480 Ω (B) 495 Ω
(C) 490 Ω (D) 395 Ω

Q.73 एक मीटर सेतु में, 1 m लम्बाई के तार का असमान अनुप्रस्थ काट इस प्रकार है कि, इसके प्रतिरोध R का लम्बाई ℓ के साथ परिवर्तन $\frac{dR}{d\ell}$ को $\frac{dR}{d\ell} \propto \frac{1}{\sqrt{\ell}}$ से दिया जाता है। दिखाये गये चित्रानुसार दो बराबर प्रतिरोधों को जोड़ा गया हैं। जब जॉकी बिन्दु P पर है तो गैल्वैनोमापी में शून्य विक्षेप है। लम्बाई AP क्या होगी ? **[Main-2019]**



(A) 0.3 m (B) 0.25 m
(C) 0.35 m (D) 0.2 m

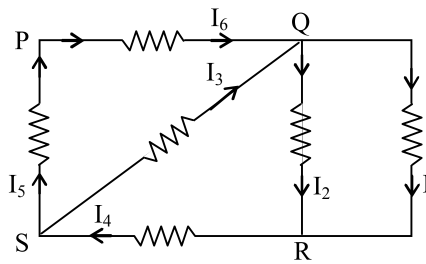
Q.74 (25 W, 220 V) तथा (100 W, 220 V) रेटिंग के दो बिजली के बल्बों को एक 220 V के स्त्रोत के साथ श्रेणीक्रम में लगाया गया है। यदि 25 W व 100 W के बल्ब द्वारा ली गयी शक्ति का मान क्रमशः P_1 व P_2 है तो : **[Main-2019]**

(A) P_1 = 4W, P_2 = 16 W
(B) P_1 = 16W, P_2 = 4 W
(C) P_1 = 9W, P_2 = 16 W
(D) P_1 = 16W, P_2 = 9 W

Q.75 50 Ω प्रतिरोध वाले एक गैल्वेनोमीटर में 25 भाग हैं। जब इसमें 4×10^{-4} A की धारा प्रवाहित करते हैं तो इसकी सुई द्वारा 1 भाग का विक्षेप होता है। इस गैल्वेनोमीटर को 2.5 V परास वाले वोल्टमीटर के रूप में उपयोग करने के लिये, इसके साथ कौन-सा प्रतिरोध जोड़ना पड़ेगा? **[Main-2019]**

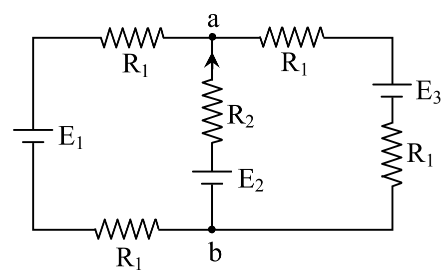
(A) 200 ohm (B) 250 ohm
(C) 6200 ohm (D) 6250 ohm

Q.76 दिखाये गये परिपथ में धारायें, $I_1 = -0.3$ A, $I_4 = 0.8$ A और $I_5 = 0.4$ A प्रवाहित हो रही है। धाराओं I_2, I_3 तथा I_6 के मान क्रमशः होंगे : **[Main-2019]**



(A) 1.1 A, – 0.4 A, 0.4 A (B) – 0.4 A, 0.4 A, 1.1 A
(C) 0.4 A, 1.1 A, 0.4 A (D) 1.1 A, 0.4 A, 0.4 A

Q.77 दिखाये गये परिपथ में, R_1 = 1.0 Ω, R_2 = 2.0 Ω, E_1 = 2V और $E_2 = E_3$ = 4V हैं। बिन्दुओं 'a' एवं 'b' के बीच विभवान्तर लगभग (V में) है : **[Main-2019]**



(A) 3.7 (B) 2.7 (C) 2.3 (D) 3.3

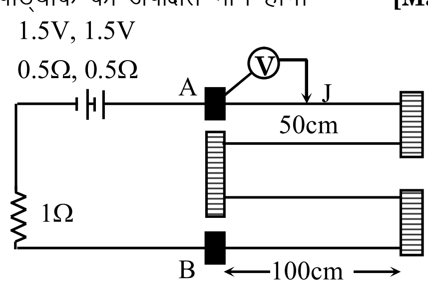
Q.78 A 200Ω के एक प्रतिरोध का एक निश्चित वर्ण संकेत है। यदि लाल वर्ण को हरे वर्ण से विस्थापित कर देते हैं तो नया प्रतिरोध होगा : **[Main-2019]**

(A) 100 Ω (B) 500 Ω
(C) 400 Ω (D) 300 Ω

Q.79 आंतरिक प्रतिरोध r की एक सेल एक बाह्य प्रतिरोध R में धारा प्रवाहित करती है। सेल द्वारा प्रतिरोध को प्रदान की गयी शक्ति का मान अधिकतम होगा, जब : **[Main-2019]**

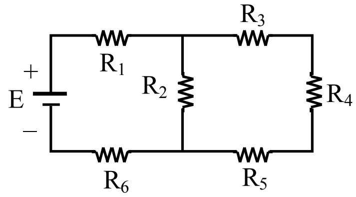
(A) R = 1000r (B) R = 0.001r
(C) R = 2r (D) R = r

Q.80 दिखाये गये परिपथ में एक चार तार वाले विभवमापी के 400 cm लम्बे तार को A तथा B के बीच में लगाया गया है (चित्र देखिये)। इस विभवमापी तार का एकाकी लम्बाई प्रतिरोध r = 0.01Ω/cm है। यदि एक आदर्श वोल्टमीटर को चित्रानुसार जॉकी J के साथ सिरे A से 50 cm दूरी पर लगाते हैं, तो वोल्टमीटर के पाठ्यांक का अपेक्षित मान होगा **[Main-2019]**



(A) 0.75 V (B) 0.25 V
(C) 0.50 V (D) 0.20 V

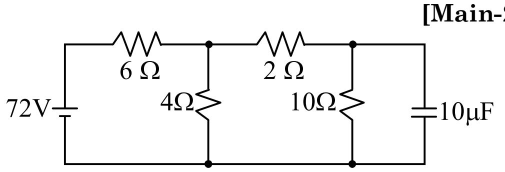
Q.81 चित्र में दिखाई गयी बैटरी से निकाली धारा का मान (एम्पियर में) क्या होगा? दिया गया है : $R_1 = 15\ \Omega$, $R_2 = 10\ \Omega$, $R_3 = 20\ \Omega$, $R_4 = 5\ \Omega$, $R_5 = 25\ \Omega$, $R_6 = 30\ \Omega$, E = 15V **[Main-2019]**



(A) 7/18 (B) 20/3
(C) 9/32 (D) 13/24

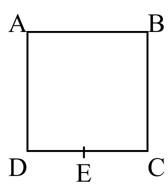
Q.82 एक चल कुंडली धारामापी का प्रतिरोध 50 Ω है तथा यह 4 mA धारा से पूर्ण विक्षेप दिखाता है। इसे 5 kΩ प्रतिरोध का उपयोग करके एक वोल्टमीटर बनाते हैं। इस वोल्टमीटर से अधिकतम नापे जा सकने वाले वोल्टेज का निकटतम मान होगा : **[Main-2019]**
(A) 40 V (B) 10 V
(C) 15 V (D) 20 V

Q.83 दिये गये परिपथ में संधारित्र पर आवेश ज्ञात कीजिए: **[Main-2019]**



(A) 200 μC (B) 10 μC
(C) 60 μC (D) 2 μC

Q.84 प्रतिरोध R के एक तार को चित्रानुसार एक वर्ग ABCD में मोड़ा गया है। बिन्दु E तथा C के बीच प्रभावी प्रतिरोध का मान होगा : (E भुजा CD का मध्यबिन्दु है) **[Main-2019]**



(A) $\frac{3}{4}R$ (B) $\frac{1}{16}R$
(C) $\frac{7}{64}R$ (D) R

Q.85 माध्य प्रतिरोध (तापमान औसत) 20 Ω की एक विद्युत केतली में 20°C के 1 kg पानी को उबालते हैं। विद्युत आपूर्ति की rms वोल्टता 200 V है। केतली से ऊष्मा हानि को नगण्य मानते हुए, पानी को पूर्णतया वाष्पित होने में लगभग समय लगेगा : **[Main-2019]**
[पानी की विशिष्ट ऊष्मा = 4200 J/(kg °C),
पानी की गुप्त ऊष्मा = 2260 kJ/kg]
(A) 10 मिनट (B) 22 मिनट
(C) 3 मिनट (D) 16 मिनट

Q.86 एक धारामापी का प्रतिरोध 50 Ω है तथा इससे अधिकतम 0.002 A धारा प्रवाहित हो सकती है। इसको 0–0.5 A परास के अमीटर में परिवर्तित करने के लिये इसमें कितना प्रतिरोध जोड़ना चाहिये ? **[Main-2019]**
(A) 0.2 ohm (B) 0.002 ohm
(C) 0.02 ohm (D) 0.5 ohm

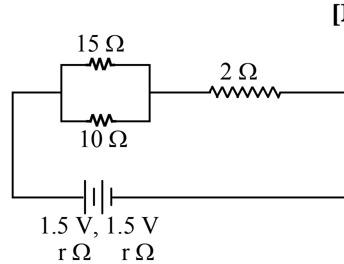
Q.87 किसी चालक में यदि चालक इलेक्ट्रॉनों की संख्या प्रति एंकाकी आयतन $8.5 \times 10^{28}\ m^{-3}$ है और माध्य मुक्त समय 25 *fs* (फेम्टो–सेकेण्ड) है तो उसकी करीबी प्रतिरोधकता है : ($m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg) **[Main-2019]**
(A) $10^{-5}\ \Omega m$ (B) $10^{-7}\ \Omega m$
(C) $10^{-8}\ \Omega m$ (D) $10^{-6}\ \Omega m$

Q.88 3Ω प्रतिरोध वाले एक धातु के तार को खींचकर उसकी पुरानी लम्बाई का दोगुना एक समान तार बनाया गया है। इस नये तार को मोड़कर तथा दोनों सिरें जोड़कर एक वृत्त बनाते हैं। यदि इस वृत्त के दो बिन्दु केन्द्र से 60° का कोण बनाते हैं तो इन दोनों बिन्दुओं की बीच तुल्य प्रतिरोध होगा : **[Main-2019]**
(A) $\frac{5}{2}\Omega$ (B) $\frac{5}{3}\Omega$ (C) $\frac{7}{2}\Omega$ (D) $\frac{12}{5}\Omega$

Q.89 एक चल कुण्डली धारामापी 10^{-4} A की पूर्ण विक्षेप पैमाना धारा अनुमत करता है। उपरोक्त धारामापी को 0-5 V परास के वोल्टमीटर में रूपांतरित करने के लिये 2 MΩ के श्रेणी प्रतिरोध की आवश्यकता है। तब इस धारामापी को 0-10 mA परास के अमीटर में बदलने के लिये आवश्यक शंट प्रतिरोध का मान ज्ञात करें : **[Main-2019]**
(A) 10 Ω (B) 500 Ω
(C) 100 Ω (D) 200 Ω

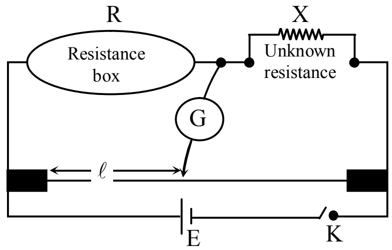
Q.90 अनुप्रस्थ काट की त्रिज्या 5 mm वाले ताँबे (प्रतिरोधकता = $1.7 \times 10^{-8}\ \Omega m$) के एक चालक से 5 A की धारा प्रवाहित होती है। यदि आवेशों का अपवाह वेग 1.1×10^{-3} m/s है तो उनकी गतिशीलता होगी : **[Main-2019]**
(A) $1.0\ m^2/Vs$ (B) $1.8\ m^2/Vs$
(C) $1.5\ m^2/Vs$ (D) $1.3\ m^2/Vs$

Q.91 दिये गये परिपथ में, एक आदर्श वोल्टमीटर को जब 10 Ω प्रतिरोध के सिरों पर लगाते हैं तो वह 2V मापता है। प्रत्येक सेल का आंतरिक प्रतिरोध r होगा : **[Main-2019]**



(A) 1 Ω (B) 0.5 Ω
(C) 1.5 Ω (D) 0 Ω

Q.92 एक मीटर सेतू प्रयोग के लिये, परिपथ तथा संगत परीक्षण सारणी चित्र में दिये गये हैं।

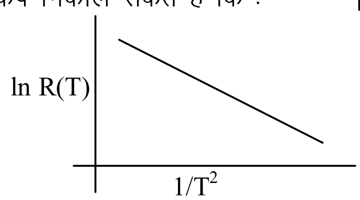


Sl. No.	R (Ω)	ℓ (cm)
1.	1000	60
2.	100	13
3.	10	1.5
4.	1	1.0

इनमें कौन सा पाठ्यांक असंगत है? **[Main-2019]**

(A) 3 (B) 4 (C) 2 (D) 1

Q.93 एक प्रयोग में, एक पदार्थ के प्रतिरोध का तापमान के फलन में (किसी परास में) ग्राफ बनाया जाता हैं दिखाये गये चित्रानुसार यह एक सरल रेखा है। इससे निष्कर्ष निकाल सकते है कि : **[Main-2019]**



(A) $R(T) = R_0 e^{T^2/T_0^2}$ (B) $R(T) = \frac{R_0}{T^2}$

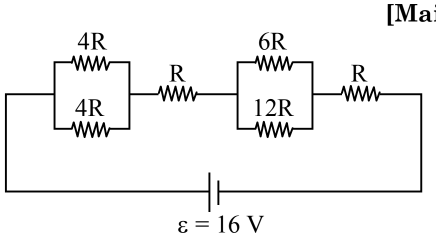
(C) $R(T) = R_0 e^{-T^2/T_0^2}$ (D) $R(T) = R_0 e^{-T_0^2/T^2}$

Q.94 त्रिज्याओं a तथा b (b > a) के दो समकेन्द्रीय चालक गोलों के बीच एक ρ प्रतिरोधकता का पदार्थ भर दिया जाता है। इन गोलों के बीच प्रतिरोध का मान होगा : **[Main-2019]**

(A) $\frac{\rho}{2\pi}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$ (B) $\frac{\rho}{4\pi}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$

(C) $\frac{\rho}{2\pi}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$ (D) $\frac{\rho}{4\pi}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$

Q.95 दर्शाये गये प्रतिरोधकों के परिपथ को, 16 V के एक डी.सी. (D.C.) स्त्रोत से जोड़ा गया है। परिपथ द्वारा उपभुक्त शक्ति 4 वॉट है तो, R का मान होगा : **[Main-2019]**



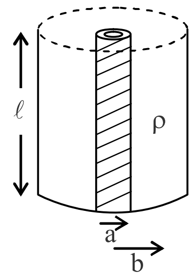
(A) 16 Ω (B) 1 Ω (C) 8 Ω (D) 6 Ω

Q.96 चार चालक पदार्थ, तांबा, टंगस्टन, मर्करी, तथा मुल्यमिनियम प्रातिरोधकता $\rho_C > \rho_T > \rho_M$ तथा ρ_A सहित विचारित करें तो - **[JEE Main 2020]**

(A) $\rho_A > \rho_T > \rho_C$ (B) $\rho_C > \rho_A > \rho_T$

(C) $\rho_A > \rho_M > \rho_C$ (D) $\rho_M > \rho_A > \rho_C$

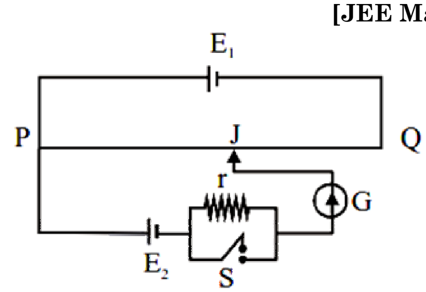
Q.97 एक टॉर्च बैटरी की लम्बाई ℓ है यह पतली a त्रिज्या की बेलनाकार बार तथा 'b' त्रिज्या के बेलनाकार कोश से बनी है इनके मध्य ρ प्रतिरोधकता का एक विद्युत अपघव्य भरा है। यदि बैटरी R मान के एक प्रतिरोध से संयोजित है तो R, में अधिकतम जूल उष्मा उत्पन्न होगी, R के किस मान के लिये - **[JEE Main 2020]**



(A) $R = \frac{2\rho}{\pi\ell}\ell n\left(\frac{b}{a}\right)$ (B) $R = \frac{\rho}{\pi\ell}\ell n\left(\frac{b}{a}\right)$

(C) $R = \frac{\rho}{2\pi\ell}\left(\frac{b}{a}\right)$ (D) $R = \frac{\rho}{2\pi\ell}\ell n\left(\frac{b}{a}\right)$

Q.98 एक विभवमापी तार PQ की लम्बाई 1 m है इसे एक मानक सेल E_1 से जोडा गया है अन्य सेल E_2 का वि वा बल 1.02 V है इसे एक प्रतिरोधक 'r' तथा स्विच S से जोडा जाता है (देखे चित्र) स्विच S के खुला होने पर अविक्षेप स्थिति से Q से 49 cm पर प्राप्त होता है। विभवमापी तार में विभव प्रवणता है – **[JEE Main 2020]**



(A) 0.02 V/cm (B) 0.04 V/cm

(C) 0.01 V/cm (D) 0.03 V/cm

Q.99 दो प्रतिरोध 400 Ω व 800 Ω को एक 6 V बैटरी के सिरों पर क्षेणीक्रम में जोडा जाता है 400 Ω प्रतिरोध के सिरों पर विभवांतर को 10 kΩ वोल्टमीटर से मापन करने पर प्राप्त मान है **[JEE Main 2020]**

(A) 2.05 V (B) 1.95 V

(C) 2 V (D) 1.8 V

Q.100 एक तार से प्रवाहित धारा समय पर = $\alpha_0 t + \beta t^2$ के अनुसार निर्भर करती है जहां $\alpha_0 = 20$ A/s तथा $\beta = 8$ As^{-2} तार के किसी भाग से 15 s में गुजरने वाले आवेश की मात्रा ज्ञात करें :- **[JEE Main 2021]**

(A) 2250 C (B) 11250 C
(C) 2100 C (D) 260 C

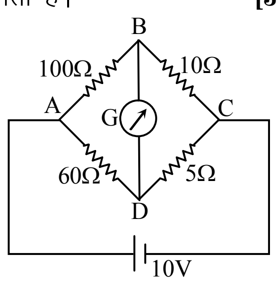
Q.101 एक तार का प्रतिरोध 1Ω है इसकी लम्बाई 1m है। इसे इसकी लम्बाई 25% बढने तक खींचा गया है। प्रतिरोध में होने वाला प्रतिशत परिवर्तन, निकटतम पूर्णाकों में ज्ञात करे। **[JEE Main 2021]**

(A) 56% (B) 25% (C) 12.5% (D) 76%

Q.102 एक चालक तार की लम्बाई 'ℓ', अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A. तथा विद्युत प्रतिरोधकता ρ है यह एक बैटरी के टर्मिनलों के मध्य जोड़ा गया है एक विभवांतर V इसके सिरों के मध्य विकसित हो जाता है। एक विद्युतधारा प्रवहित होने का कारण बनता है। यदि समान पदार्थ के तार की लम्बाई को दुगुना तथा अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल को आधा कर दें तो परिणामी धारा क्या होगी - **[JEE Main 2021]**

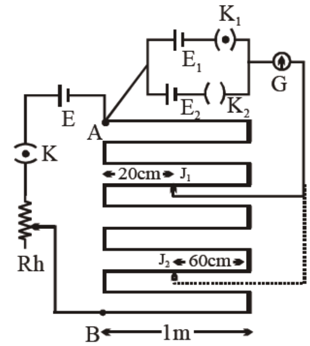
(A) $\frac{1}{4}\frac{VA}{\rho\ell}$ (B) $\frac{3}{4}\frac{VA}{\rho\ell}$ (C) $\frac{1}{4}\frac{\rho\ell}{VA}$ (D) $4\frac{VA}{\rho\ell}$

Q.103 एक व्हीटस्टोन ब्रिज को चार भुजायें चित्र में दर्शाये अनुसार प्रतिरोध रखती है। एक गेल्वेनोमीटर का प्रतिरोध 15 Ω यह BD के मध्य संयोजित किया गया है। गेल्वेनोमीटर से प्रवाहित धारा की गणना करें जब AC के सिरों पर 10 V का एक विभवांतर व्यवस्थित किया जाता है। **[JEE Main 2021]**

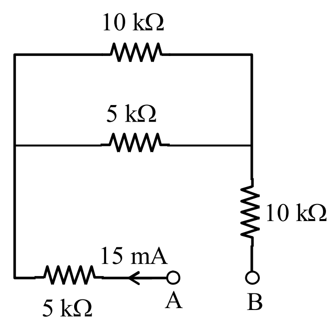


(A) 2.44 μA (B) 2.44 mA
(C) 4.87 mA (D) 4.87 μA

Q.104 विभवमापी के दिये गये परिपथ में E के सिरों पर विभवांतर E_1 व E_2 से अधिक है, AB की लम्बाई 10 m है कुँजी K_1 (के बंद होने पर), जोकि को बिन्दु J_1 पर स्पर्श कराने पर गेल्वेनोमीटर में शून्य विक्षेप की स्थिति प्राप्त होती है। अब प्रथम बैटरी (E_1) को द्वितीय बैटरी (E_2) से प्रति स्थापित किया जाता है तथा K_1 को खोलकर व K_2 को बंद कर कार्यशील किया जाता है। गेल्वेनोमीटर J_2 पर शून्य विक्षेप देता है। $\frac{E_1}{E_2}$ का मान $\frac{a}{b}$ जहां a = ______ **[JEE Main 2021]**



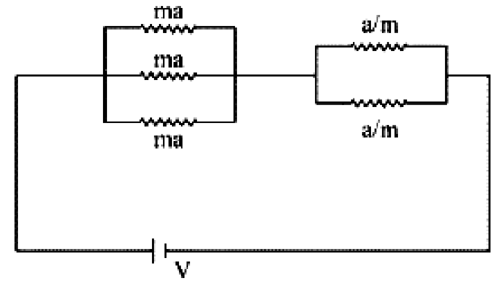
Q.105 15 mA की एक धारा, विद्युत परिपथ में प्रवाहित है, दर्शाये चित्रानुसार। बिन्दु A व B के मध्य विभवांतर क्या होगा - **[JEE Main 2022]**



(A) 50 V (B) 75 V
(C) 150 V (D) 275 V

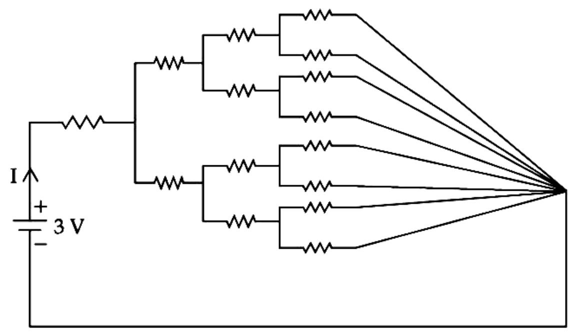
Q.106 एक बेलनाकार तार की त्रिज्या r = 4.0 mm है इसमें धारा घनत्व 1.0×10^6 A/m^2 है तार के बाह्य भाग में, त्रिज्य दूरी $\frac{r}{2}$ व r के मध्य धारा xπ A है। जहां x _________ है। **[JEE Main 2022]**

Q.107 दिये गये परिपथ में a एक स्वैच्छिक नियतांक है m का वह मान, जिसके लिये तुल्य परिपथ प्रतिरोध न्यूनतम है, $\sqrt{\frac{x}{2}}$ होगा, तो x का मान__________ है। **[JEE Main 2022]**

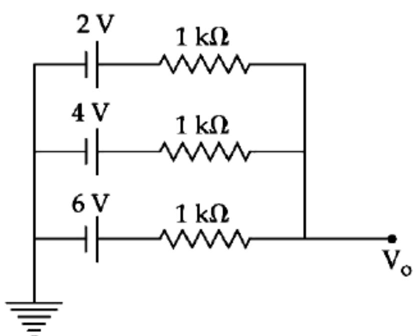


Q.108 नीचे चित्र में दर्शाये सभी प्रतिरोध 1 Ω (प्रत्येक) हैं। धारा I का मान $\frac{a}{5}$ A है तो a का मान ______ है।

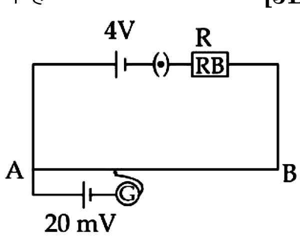
[JEE Main 2022]



Q.109 नीचे दिये गये चित्र में, V_0 का मान ________V होगा। **[JEE Main 2022]**



Q.110 चित्र में दर्शाये अनुसार एक विभवमापी तार का प्रतिरोध 20 Ω तथा लम्बाई 300 cm है यह एक प्रतिरोध बॉक्स (R.B.) तथा 4 V वि.वा.बल के मानक सेल से जुड़ा है। परिपथ के प्रतिरोध बॉक्स में R प्रतिरोध प्रविष्ट कराने पर 20 mV के एक सेल के लिये, अविक्षेप बिन्दु 60 cm पर प्राप्त होता है R का मान Ω में है - **[JEE Main 2022]**



Q.111 एक विद्युत बल्ब 220 V, 100 W रेटेड है यह अन्य बल्ब 220 V, 60 W रेटेड के साथ श्रेणीक्रम में संयोजित है। यदि संयोजन के सिरो पर वोल्टेज 220 V है तो 100 W बल्ब द्वारा शक्ति उपभोग ____ W है।

[JEE Main 2022]

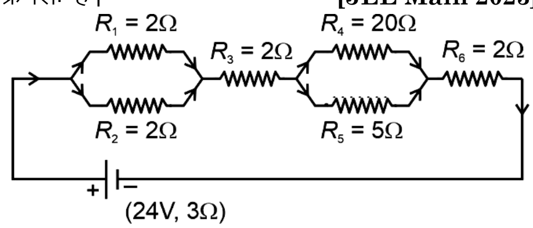
Q.112 एक नियमित n भुजाओं को एक बहुभुज जो R प्रतिरोध की एक समान तार का बना है इसके निकटवर्ती दो कोनों के मध्य तुल्य प्रतिरोध क्या होगा

[JEE Main 2023]

(A) $\frac{(n-1)R}{(2n-1)}$ (B) $\frac{(n-1)R}{(n^2)}$

(C) $\frac{(n-1)R}{n}$ (D) $\frac{n^2R}{n-1}$

Q.113 चित्र में दर्शाये अनुसार प्रतिरोधों के एक नेटवर्क को 24 V की एक बैटरी जिसका आंतरिक प्रतिरोध 3 Ω है के साथ संयोजित किया गया है प्रतिरोध R_4 व R_5 से होकर प्रवाहित धारा क्रमशः I_4 व I_5 है I_4 व I_5 के मान क्रमशः है। **[JEE Main 2023]**



(A) $I_4 = \frac{8}{5}$ A और $I_5 = \frac{2}{5}$ A

(B) $I_4 = \frac{24}{5}$ A और $I_5 = \frac{6}{5}$ A

(C) $I_4 = \frac{2}{5}$ A और $I_5 = \frac{8}{5}$ A

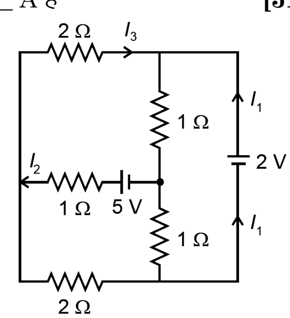
(D) $I_4 = \frac{6}{5}$ A और $I_5 = \frac{24}{5}$ A

Q.114 एक समरुप धात्विक तार 2 A की एक धारा रखती है। जब 3.4 V बैटरी को इसके सिरो के मध्य संयोजित किया जाता है। समरुप धात्विक तार का द्रव्यमान 8.92×10^{-3} kg है इसका घनत्व 8.92×10^3 kg/m³ है तथा प्रतिरोधकता 1.7×10^{-8} Ω –m है तो तार की लम्बाई है। **[JEE Main 2023]**

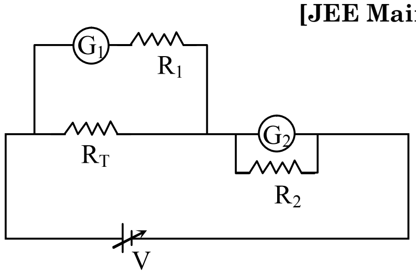
(A) $\ell = 100$ m (B) $\ell = 6.8$ m

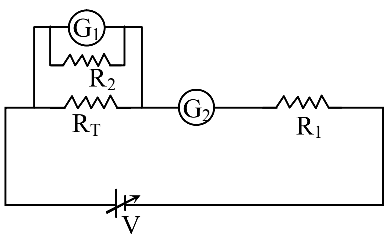
(C) $\ell = 10$ m (D) $\ell = 5$ m

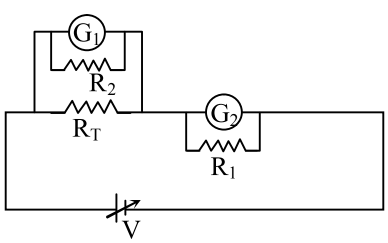
Q.115 नीचे दर्शाये गये परिपथ में, धारा I_1, का परिमाण _______ A है **[JEE Main 2023]**

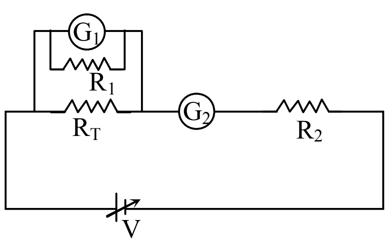


Q.116 एक विद्यार्थी को ओम का नियम सत्यापन के लिये किये गये एक प्रयोग में एक परिवर्ती वोल्टेज स्त्रोत V प्रदान किया गया है एक परीक्षण प्रतिरोध $R_T = 10\ \Omega$ दो एकसमान गेल्वेनोमीटर G_1 व G_2 तथा दो अतिरिक्त प्रतिरोध $R_1 = 10\ M\Omega$ तथा $R_2 = 0.001\ \Omega$ प्रदान किये गये हैं, इनमें से सर्वाधिक उपयुक्त परिपथ है **[JEE Main 2023]**

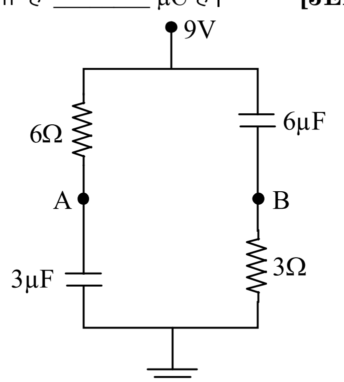
(A)


(B)


(C)


(D)


Q.117 नीचे दिये गये चित्र में, 6 μF संधारित्र में संग्रहित आवेश, जब बिंदु A व B को संयोजक तार द्वारा जोडा जाता है ________ μC है। **[JEE Main 2024]**

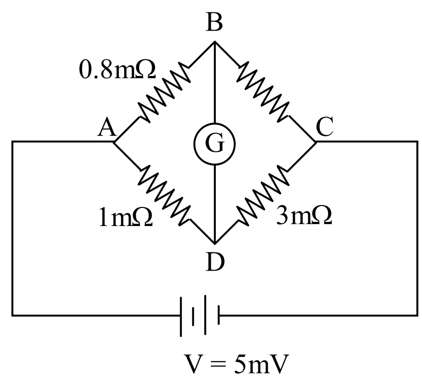


Q.118 एक मीटर ब्रिज में जब एक प्रतिरोध बांये गेप में 2 Ω है तथा दांये गेप में अज्ञात प्रतिरोध है, तब संतुलन लम्बाई 40 cm पर पायी जाती है अज्ञात प्रतिरोध को 2 Ω प्रतिरोध से शंट करने पर, संतुलन लम्बाई द्वारा परिवर्तित होगी **[JEE Main 2024]**

(A) 22.5 cm (B) 20 cm

(C) 65 cm (D) 62.5 cm

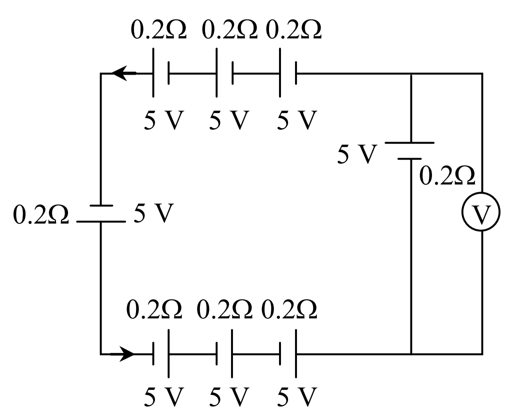
Q.119 एक अर्द्धचालक की प्रतिरोधकता का ताप गुणांक α के मापन के लिये, की गई विद्युतीय व्यवस्था नीचे चित्र में दर्शायी गई है। भुजा BC अर्द्धचालक से बनी है। प्रयोग 25°C ताप पर किया जा रहा है तथा अर्द्धचालक भुजा का प्रतिरोध 3 mΩ है भुजा BC को 2°C/s की एक नियत दर से ठण्डा किया जा रहा है। यदि गेल्वेनोमीटर G, 10 s, पश्चात कोई विक्षेप नही दर्शाता है तो α है – **[JEE Main 2024]**



(A) -1×10^{-2} °C^{-1} (B) -2.5×10^{-2} °C^{-1}

(C) -1.5×10^{-2} °C^{-1} (D) -2×10^{-2} °C^{-1}

Q.120 नीचे दर्शाय परिपथ व्यवस्था में, आदर्श वोल्टमीटर (V) का पाठयांक है– **[JEE Main 2024]**



(A) 0 V (B) 5 V

(C) 10 V (D) 3 V

Q.121 एक 16Ω तार को एक वर्ग लूप निर्मित करने के लिये मोडा गया है एक 9 V बैटरी 1 Ω आंतरिक प्रतिरोध के साथ हे, इसे इसकी किसी एक भुजाओं के मध्य संयोजित किया गया है। यदि 4 μF संधारित्र को इसके किसी विकर्ण के मध्य संयोजित किया गया है संधारित्र द्वारा संग्रहित ऊर्जा $\frac{x}{2}$ μ J होगी जहां x = ________ है

[JEE Main 2024]

Q.122 एक बैटरी के आन्तरिक प्रतिरोध के मापन के लिये विमवमापी का उपयोग किया जाता है, R = 10 Ω, के लिये संतुलन बिंदु ℓ = 500 cm पर प्राप्त होता है व R = 1 Ω के लिये संतुलन बिंदु ℓ = 400 cm. पर प्राप्त होता है तो बैटरी का अंतरिक प्रतिरोध लगभग है–

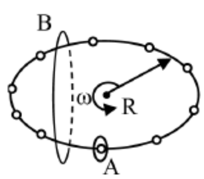
[JEE Main 2024]

(A) 0.2 Ω (B) 0.4 Ω
(C) 0.1 Ω (D) 0.3 Ω

Q.123 एक गेल्वेनोमीटर 30 Ω प्रतिरोध की एक कुण्डली रखता है इसे पूर्ण पैमाना विक्षेप के लिये 20 mA धारा आवश्यक है यदि इस गेल्वेनोमीटर का उपयोग कर अधिकतम 3 A धारा का मापन किया जाना है इसके लिये आवश्यक शंट जो, जोडा जाता है, $\frac{30}{X}$ Ω है जहॉ X का मान है– **[JEE Main 2025]**

(A) 447 (B) 298 (C) 149 (D) 596

Q.124



N समदुरस्थ आवेश, प्रत्येक का मान q है यह एक R त्रिज्या के वृत पर स्थित है। यह वृत इसकी अक्ष के पारित ω कोणिय वेग के साथ घूर्णन कर रहा है। एक बडा ऐम्पिरियन लूप B इस पूरे वृत को परिबद्व करता है जबकि एक लघु ऐम्पिरियन लूप A एक छोटे भाग को परिबद्व करता है, दिये गये ऐम्पिरियन लूपों के लिये परिबद्व धाराओं के मध्य अंतर $I_A - I_B$ है–

[JEE Main 2025]

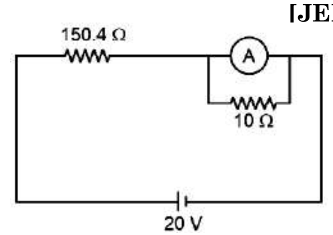
(A) $\frac{N^2}{2\pi}q\omega$ (B) $\frac{2\pi}{N}q\omega$ (C) $\frac{N}{2\pi}q\omega$ (D) $\frac{N}{\pi}q\omega$

Q.125 एक तार का प्रतिरोध R है इसे एक समबाहु त्रिभुज के रूप में मोडा गया है व एकसमान तार को एक वर्ग के रूप में मोडा गया है। त्रिभुज के अंतर सिरों के मध्य प्रतिरोध का वर्ग के अंत सिरों के मध्य प्रतिरोध से अनुपात है। **[JEE Main 2025]**

(A) 9/8 (B) 8/9 (C) 27/32 (D) 32/27

Q.126 नीचे दर्शाये गये चित्र में 150.4 Ω का एक प्रतिरोध को 240 Ω प्रतिरोध के एक अमीटर A के साथ श्रेणीक्रम में संयोजित किया गया है। 10 Ω का एक शंट प्रतिरोध अमीटर के साथ समांतर में जोडा जाता है। अमीटर का पाठयांक ________ mA है।

[JEE Main 2025]



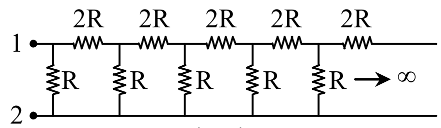
Q.127 सेलों के वि. व. बल 1 V व 2 V है व इनके आंतरिक प्रतिरोध क्रमश: 2 Ω व 1 Ω है यह एक 6 Ω बाह्य प्रतिरोध के साथ श्रेणीक्रम में जोडे जाते है। परिपथ में कुल धारा I_1 है। अब समान सेलों को समांतर संयोजन में जोडकर समान बाह्य प्रतिरोध के साथ जोडा जाता है। इस स्थिति में खींची गई कुल धारा I_2 है तो $\left(\frac{I_1}{I_2}\right)$ का मान $\frac{x}{3}$ है। x का मान ___ है।

[JEE Main 2025]

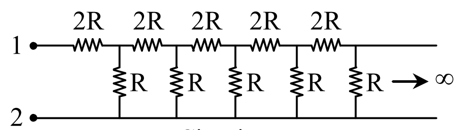
Exercise (Level) 4

Part-A : एक या एक से अधिक सही विकल्प प्रकार के प्रश्न

Q.1 नीचे चित्र में दो परिपथ दर्शाये गये हैं यह परिपथ A व परिपथ B कहलाते है। 1 व 2 के मध्य परिपथ A का तुल्य प्रतिरोध x, व परिपथ B का तुल्य प्रतिरोध y है।



Circuit A



Circuit B

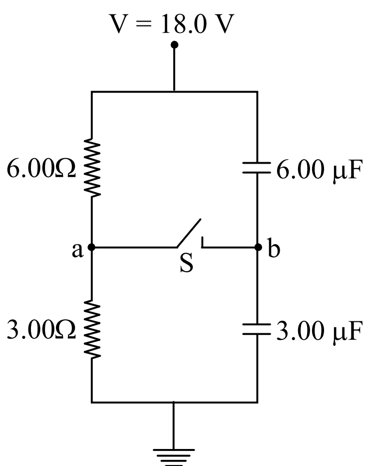
(A) $y > x$

(B) $y = (\sqrt{3} + 1)\, R$

(C) $xy = 2R^2$

(D) $y - x = 2R$

Q.2 नीचे चित्र में दर्शाये परिपथ का अध्ययन कीजिये व निम्न में से सही विकल्प चुनें।



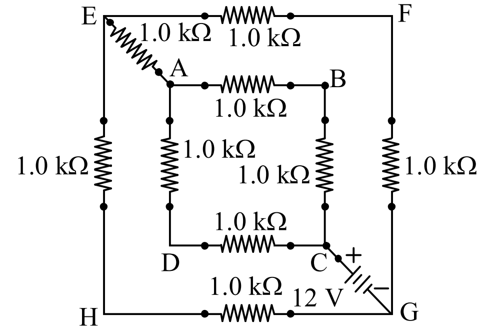
(A) चित्र में बिन्दु b के सापेक्ष, बिन्द a का विभव जब स्विच S खुला है, –6V है

(B) बिन्दु a व b समान विभव पर है जब S खुला है

(C) स्विच S से प्रवाहित आवेश जब यह बन्द है, 54 μC है

(D) जमीन के सापेक्ष b का विभव जब S बन्द है, 8V है

Q.3 दिये गये परिपथ में (चित्र में दर्शाये अनुसार)



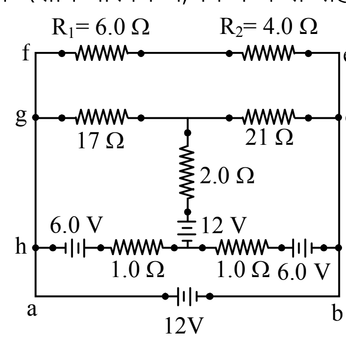
(A) C व G के मध्य तुल्य प्रतिरोध 3 kΩ है

(B) स्त्रोत द्वारा प्रदान की गई धारा 4 mA है

(C) स्त्रोत द्वारा प्रदान की गई धारा 8 mA है

(D) बिन्दुओं G व E के मध्य विभवान्तर 4V है

Q.4 नीचे दर्शाये परिपथ में, निम्न में से सही विकल्प चुनें-



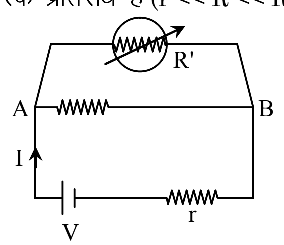
(A) R_1 के सिरों पर विभवपतन 3.2 V है

(B) R_2 के सिरों पर विभवपतन 5.4 V है

(C) R_1 के सिरों पर विभवपतन 7.2 V है

(D) R_2 के सिरों पर विभवपतन 4.8 V है

Q.5 नीचे चित्र के दर्शाया एक सरल परिपथ विचरित करें इसमें एक परिवर्ती प्रतिरोध R' प्रयुक्त है। R', R_0 से अनन्त तक परिवर्तित हो सकता है। r बैटरी का आन्तरिक प्रतिरोध है ($r << R << R'$).



(A) AB के सिरों पर विभवान्तर R' से के परिवर्तित होने पर नियत रहता है

(B) R' के परिवर्तित होने पर R' से प्रवाहित धारा नियत रहती है

(C) धारा I, R' पर सवंदी रूप से निर्भर करती है

(D) $I \geq \dfrac{V}{r + R}$ सदैव

Q.6 जब चालक से कोई धारा नहीं गुजरती है, तो–

(A) मुक्त इलेक्ट्रॉन गति नही करते

(B) मुक्त इलेक्ट्रॉनों की औसत चाल एक लम्बे समय तक के लिए शून्य होती है

(C) मुक्त इलेक्ट्रॉनों की औसत वेग एक लम्बे समय तक के लिए शून्य होता है

(D) सभी मुक्त इलेक्ट्रॉनों के वेगों का औसत किसी क्षण पर शून्य होता है

Q.7 एक असमान अनुप्रस्थ काट के एक तार में से एक धारा गुजरती है। निम्न में से कौनसी राशियाँ अनुप्रस्थ काट-क्षेत्रफल पर निर्भर नहीं करती–

(A) एक दिये हुए समय-अन्तराल में जाने वाला आवेश

(B) अपवहन वेग

(C) धारा घनत्व

(D) मुक्त इलेक्ट्रॉन घनत्व

Q.8 दो प्रतिरोध जिनके प्रतिरोध समान है, श्रेणी में जुड़े है और इस संयोजन से एक धारा को गुजारा जाता है। ताप-परिवर्तन के साथ प्रतिरोध में परिवर्तन को नगण्य मानिये, एक दिये हुए समय-अन्तराल में

(A) प्रतिरोधों में बराबर मात्रा में तापीय ऊर्जा उत्पन्न होगी

(B) असमान मात्रा में तापीय ऊर्जा उत्पन्न हो सकती है

(C) प्रतिरोधों में ताप वृद्धि समान होगी

(D) प्रतिरोधों में ताप वृद्धि समान हो सकती है

Q.9 10 A व 20 A अंकित दो फ्यूज तार भिन्न-भिन्न तरीकों से जोड़े जाते है। तो -

(A) समान्तर क्रम संयोजन में 30 A के फ्यूज की भाँति कार्य करता है

(B) समान्तर क्रम संयोजन में 10 A के फ्यूज की भाँति कार्य करता है

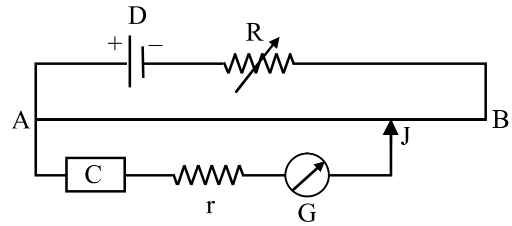
(C) श्रेणी संयोजन में 10 A के फ्यूज की भाँति कार्य करता है

(D) श्रेणी संयोजन में 20 A के फ्यूज की भाँति कार्य करता है

Q.10 विभवमापी तार के अनुप्रयोग में बैटरी का वि.वा.बल प्राथमिक परिपथ में 20 वोल्ट और इसका आन्तरिक प्रतिरोध 5 Ω है। एक प्रतिरोध बॉक्स (बैटरी और विभवमापी तार के श्रेणीक्रम में) जिसका प्रतिरोध 120 Ω से 170 Ω तक परिवर्तित कर सकते है। विभवमापी तार का प्रतिरोध 75 Ω है। इस विभवमापी का उपयोग करके दिये गये में कौनसा विभवान्तर माप सकते हैं -

(A) 5V (B) 6V (C) 7V (D) 8V

Q.11 नीचे दिऐ गऐ विभवमापी परिपथ में, विभवमापी तार AB का प्रतिरोधी R_0 है। C सेल का आन्तरिक प्रतिरोध r है। धारामापी G, जॉकी J की किसी भी स्थिति के लिऐ शून्य विक्षेप नहीं देता। निम्न में से कौनसा एक इसका कारण नहीं हो सकता ?



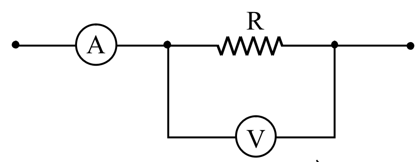
(A) $r > R_0$

(B) $R >> R_0$

(C) C का वि.वा.बल > D का वि.वा.बल

(D) C का ऋणात्मक टर्मिनल A से जुड़ा हुआ है

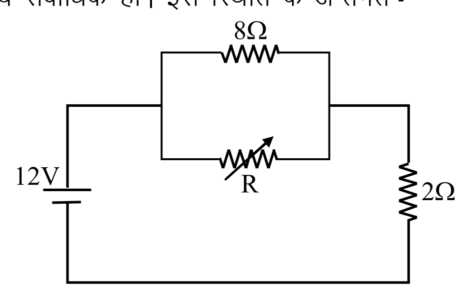
Q.12 नीचे दर्शाऐ परिपथ में अमीटर व वोल्टमीटर के पाठ्यांक क्रमशः 4 A व 20 V है। मीटर आदर्श नहीं हैं, तो R है -



(A) 5 Ω (B) 5 Ω से कम

(C) 5 Ω से अधिक (D) 4 Ω से 5 Ω के मध्य

Q.13 नीचे दर्शाऐ परिपथ चित्र में R का मान इस प्रकार समंजित किया गया है ताकि 2 Ω प्रतिरोध में शक्ति व्यय सर्वाधिक हो। इस स्थिति के अर्न्तगत -



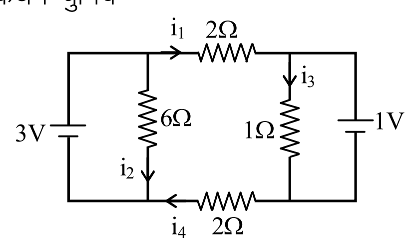
(A) R = 0

(B) R = 8 Ω

(C) 2 Ω प्रतिरोध व्ययित शक्ति 72 W है

(D) 2 Ω प्रतिरोध में व्ययित शक्ति 8 W है

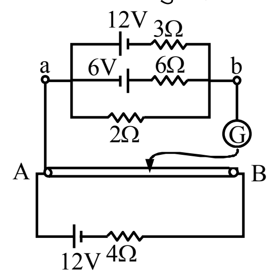
Q.14 नीचे दर्शाये परिपथ में इसकी विभिन्न शाखाओं में प्रवाहित धारायें दर्शायी गई है। इनके सम्बन्ध में सही कथन चुनिये -



(A) $i_1 = \frac{1}{2}$ A (B) $i_4 = \frac{1}{2}$ A

(C) $i_2 = \frac{1}{2}$ A (D) $i_3 = 1$A

Q.15 एक विभवमापी परिपथ में 10 m लम्बाई का एक समान तार जो 20 Ω प्रतिरोध रखता है को A व B के मध्य दृढ़ रूप से लगाया गया है, नीचे दर्शाये अनुसार। संयोजक तारों के प्रतिरोध को नगण्य मानते हुये, निम्न में से सही कथन चुनिए



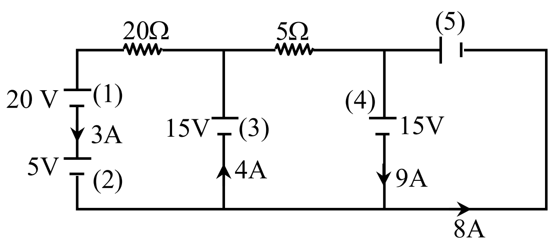
(A) A से अविक्षेप बिन्दु की दूरी 5 m है

(B) A से अविक्षेप बिन्दु की दूरी 3 m है

(C) अविक्षेप बिन्दु पर, 4 Ω से प्रवाहित धारा 0.5 A है

(D) अविक्षेप बिन्दु पर, 3Ω से प्रवाहित धारा 3A है

Q.16 नीचे दिऐ गऐ नेटवर्क में, बैटरियाँ जो आवेशित हो रही है -



(A) 1 व 3 (B) 1, 3 व 5

(C) 1 व 4 (D) 1, 2 व 5

Q.17 सैल का वि.वा.बल है -

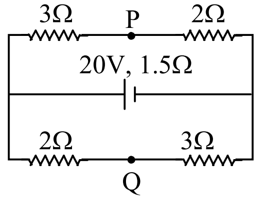
(A) इसके दो सिरों के बीच विभवान्तर

(B) इसके दो सिरों के बीच विभवान्तर, जब इससे कोई धारा नहीं बहती

(C) सैल पर एक ओम प्रतिरोध जोड़ने पर उत्पन्न ऊष्मा

(D) उस परिपथ में जिसमें सैल जोड़ा गया है में ली गयी विद्युत के प्रति कूलॉम पर कुल कृत कार्य

Q.18 दिये हुए परिपथ में :



(A) बैटरी से प्रवाहित धारा 5.0 ऐम्पियर है

(B) P और Q का विभव समान है

(C) P, Q से 2.5 V उच्च है

(D) Q, P से 2.5 V उच्च है

Part-B : कथन व कारण प्रकार के प्रश्न

निम्न प्रश्नों के साथ दो वाक्य दिये गये है जिन्हे कथन व कारण के रूप में लिखा गया है इनका उत्तर देते समय आपको निम्न पाँच विकल्पों में से किसी एक को चुनना है -

(A) यदि दोनों कथन व कारण सत्य है तथा कारण, कथन का सही स्पष्टीकरण है।

(B) यदि दोनों कथन व कारण सत्य है परंतु कारण, कथन का सही स्पष्टीकरण नहीं है।

(C) यदि कथन सत्य है लेकिन कारण असत्य है।

(D) यदि कथन असत्य है लेकिन कारण सत्य है।

Q.19 **कथन :** यदि चालन की लम्बाई को दुगुना कर दें, (विभवान्तर को अपरिवर्तित रखते हुये) तो अपवहन वेग, मूल मान का आधा हो जाता है।

कारण : नियत विभवान्तर पर, अपवहन वेग चालक की लम्बाई के व्युत्क्रमानुपाती होता है।

Q.20 **कथन :** बल्बों की एक चेन में 50 बल्ब श्रेणीक्रम में जोड़े जाते हैं इनमें से एक बल्ब अब फ्यूज हो जाता है। यदि शेष 49 बल्बों को पुनः समान सप्लाई के साथ श्रेणीक्रम में जोड़ा जाता है तब कमरे में प्रकाश बढ़ जाता है।

कारण : 49 बल्बों का प्रतिरोध 50 बल्बों से कम होगा।

Q.21 **कथन :** धारा एक धात्विक तार से होकर गुजरती है यह लाल तप्त गर्म हो जाती है जब इसके आधे भाग पर ठण्डा पानी उडेला जाता है, शेष आधा भाग अधिक गर्म हो जाता है।

कारण : ताप कम होने के साथ प्रतिरोध घट जाता है इससे तार में प्रवाहित धारा बढ़ जाती है।

Q.22 **कथन :** तीन पिन पर कार्य करने वाली एक घरेलू विद्युत युक्ति, ऊपरी पिन को हटा देने के बावजूद भी कार्य करना जारी रखेगी।

कारण : तीसरे पिन को केवल एक सुरक्षा युक्ति के रूप में प्रयोग किया जाता है।

Q.23 **कथन :** विद्युत युक्तियों के घरेलू समान्तर संयोजन में, कुल शक्ति उपभोग अलग-अलग युक्तियों की रेटेड शक्तियों के जोड़ के बराबर होता है।

कारण : घरेलू समान्तर संयोजन में, प्रत्येक युक्ति पर वोल्टता समान होती है, जो कि विद्युत युक्ति के उचित रूप से कार्य करने के लिए आवश्यक है।

Q.24 **कथन :** जब सेल खुले परिपथ में हो तो सेल के विद्युत अपघट्य के अन्दर उपस्थित एक परीक्षण आवेश पर कोई बल नहीं होता।

कारण : जब सेल खुले परिपथ में होता है तो सेल के अन्दर कोई विद्युत क्षेत्र नहीं होता।

Q.25 **कथन :** विभवमापी प्रयोग में चालक सेल का विद्युत वाहक बल अज्ञात सेल के विद्युत वाहक बल से अधिक होना चाहिए।

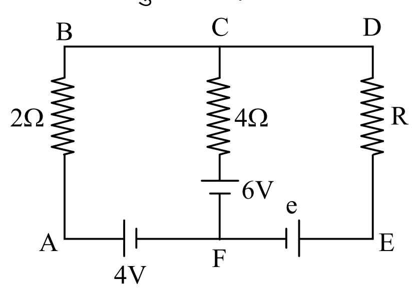
कारण : विभवमापी तार पर विभव पतन अज्ञात सैल के विद्युत वाहक बल से कम नही होना चाहिए।

Q.26 **कथन :** यथार्थ मापन के लिए अधिक लम्बाई का विभवमापी उपयोग में लिया जाता है।

कारण : विद्युत वाहक बल के एक दिये हुए óोत के साथ अधिक लम्बाई के विभवमापी के लिए विभव प्रवणता कम हो जाती है।

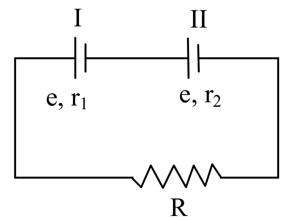
Part-C : स्तम्भ सुमेलन प्रश्न

Q.27 चित्र में एक परिपथ दर्शाया गया है R एक अशून्य परिवर्ती लेकिन परिमित प्रतिरोध है e एक अज्ञात वि. वा. बल है जिसकी ध्रुवतायें चित्र में दर्शायी जाती है। निम्न स्तम्भों को सुमेल करें।



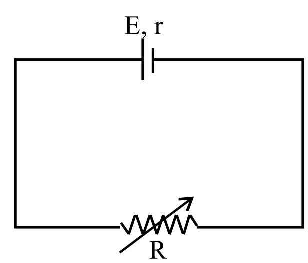
स्तम्भ-I	स्तम्भ-II
(A) 4Ω प्रतिरोध से प्रवाहित धारा शून्य हो सकत है	(P) सम्भव है यदि $e = 6V$
(B) 4Ω से प्रवाहित धारा F से C की ओर हो सकती है	(Q) सम्भव है यदि $e > 6$ V
(C) 4Ω से प्रवाहित धारा C से F की ओर हो सकती है	(R) सम्भव है यदि $e < 6$ V
(D) 2Ω से प्रवाहित धारा B से A की ओर हो सकती है	(S) शून्य से अनन्त तक e के किसी भी मान के लिये सम्भव

Q.28 समान वि.वा.बल. 'e' लेकिन भिन्न–भिन्न आन्तरिक प्रतिरोध r_1 व r_2 के दो सेल एक बाह्य प्रतिरोध R से क्षैणीक्रम में जुड़े हुऐ है।



स्तम्भ I	स्तम्भ II
(A) R से प्रवाहित धारा का मान	(P) दूसरे सेल के सापेक्ष विभवपात शून्य है
(B) जब बाह्य प्रतिरोध R, $r_1 - r_2$ है	(Q) $\dfrac{2e}{R + r_1 + r_2}$
(C) जब बाह्य प्रतिरोध R, $r_1 + r_2$ है	(R) प्रथम सेल के सापेक्ष विभवपात शून्य है
(D) जब बाह्य प्रतिरोध R, $r_2 - r_1$ है	(S) प्रतिरोध R के सापेक्ष अधिकतम शक्ति प्राप्त होती है

Q.29 नीचे दर्शाए परिपथ के सम्बन्ध में R के विभिन्न मानों के साथ विभिन्न घटको पर इसके प्रभाव को स्तम्भ-I में दर्शाया गया है। स्तम्भ-I का स्तम्भ-II से सही मिलान करें :

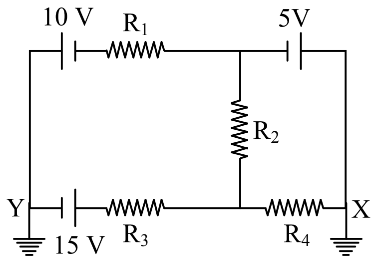


स्तम्भ I	स्तम्भ II
(A) सेल के सिरो पर टर्मिनल विभवान्तर अधिकतम होगी	(P) $r > R$
(B) प्रतिरोध R को प्रदान की गई शक्ति, अधिकतम संभावित शक्ति से कम होगी	(Q) $r < R$
(C) सेल में अधिकतम शक्ति क्षय होगा	(R) $R = \infty$
(D) आयनों का अधिकतम गति से सेल में विद्युत अपघट्य में अपवहन होगा	(S) $R = 0$

Part-D : गद्यांश पर आधारित वस्तुनिष्ठ प्रश्न

गद्यांश # 1 (Q. 30 से 32)

नीचे चित्र में दर्शाया परिपथ विचरित करें।



Q.30 R_2 से प्रवाहित धारा शून्य है यदि $R_4 = 2\Omega$ व $R_3 = 4\Omega$ इस स्थिति में -

(A) R_3 से प्रवाहित धारा 2.5 A है

(B) R_4 से प्रवाहित धारा 3A है

(C) (a) व (b) दोनों सही हैं

(D) (a) व (b) दोनों गलत है

Q.31 मानाकि $R_1 = 2\Omega$, प्रतिरोध R_1 से प्रवाहित धारा है -

(A) 2A (B) 2.5 A (C) 3.5 A (D) शून्य

Q.32 मानाकि $R_1 = 2\Omega = R_4$, $R_3 = 4\Omega$, परिपथ से प्रवाहित धारा यदि R_2 को हटा दिया जाता है (बिन्दु X पर भूसम्पर्कन हटा दिया जाता है)

(A) 2A (B) 3A (C) 1A (D) 2.5A

गद्यांश # 2 (Q.33 से 37)

प्रयोगशाला में, किसी परिपथ अवयव के सिरों पर वोल्टता को वोल्टमीटर द्वारा मापा जा सकता है। एक वोल्टमीटर का प्रतिरोध उच्च होता है तथा इसे परिपथ अवयव के समांतर क्रम में जोड़ा जाना चाहिए, जिसकी वोल्टता मापी जानी है। गलत तरीके से जोड़े जाने पर यह परिपथ को प्रभावित करेगा, इसमें बाधा डालेगा और परिपथ अवयव से गुजरने वाली धारा को रोकता है, जिसमें से इसे मापा जाता है।

एक प्रयोग किया जाता है जिसमें एक वोल्टमीटर को वोल्टता मापने के लिए प्रयुक्त किया जाता है। परिपथ में संधारित्र और एक प्रकाश बल्ब है। बल्ब व संधारित्र बैटरी द्वारा श्रेणी में जुड़े हुए है तथा वोल्टमीटर को भिन्न-भिन्न स्थितियों में रखा जाता है पहली स्थिति में संधारित्र के सिरों पर, दूसरी सिथति में प्रकाश बल्ब से तथा तीसरी स्थिति में बैटरी से (चित्र 1 देखिए) प्रत्येक 10 सेकण्ड में वोल्टमीटर का पाठ्यांक नोट किया जाता है। पहली स्थिति के लिए समय के फलन के रूप में वोल्टता को चित्र 2 में दर्शाया गया है।

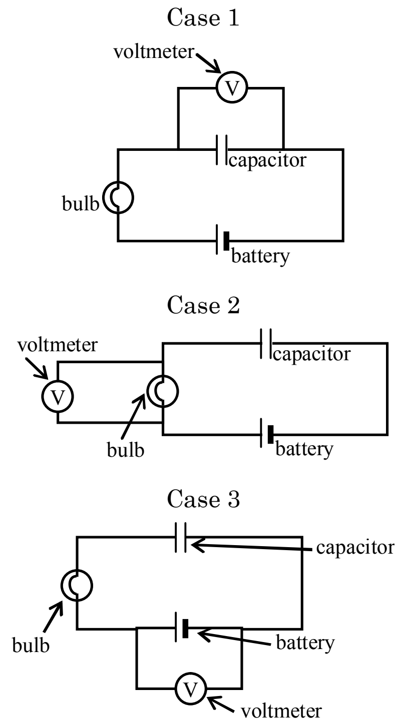


Figure – 1

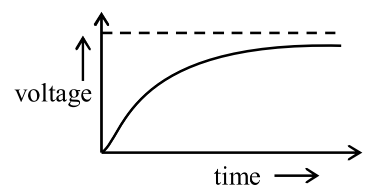


Figure – 2

(**Note :** यह मानिये कि बैटरी का कोई आंतरिक प्रतिरोध नही है तथा प्रकाश बल्ब का प्रतिरोध नियत है)

Q.33 चित्र 1 में दिखाये गये परिपथ में से कौनसी स्थिति इंगित करती है कि संधारित्र पूर्ण रूप से आवेशित है –

I. संधारित्र से जुड़ा हुआ एक वोल्टमीटर नियत वोल्टता पढ़ता है

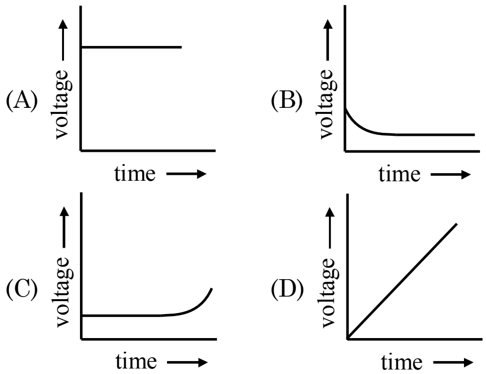
II. परिपथ में लगा हुआ प्रकाश बल्ब चमकना बन्द कर देता है

III. बल्ब की वोल्टता बैटरी की वोल्टता के बराबर हो जाती है

(A) केवल I (B) केवल III

(C) केवल I एवं II (D) I, II एवं III

Q.34 निम्न में से कौनसा ग्राफ गद्यांश में वर्णित प्रयोग के दौरान बैटरी की वोल्टता को समय के फलन के रूप में सही व्यक्त करता है ?



Q.35 जैसे-जैसे संधारित्र आवेशित हो रहा है, प्रकाश बल्ब पर वोल्टता समय के साथ कैसे परिवर्तित होगी –

(A) यह कम होगी, क्योंकि जैसे-जैसे संधारित्र की प्लेटें आवेश से भरती है, ये और अधिक आवेश को रोकेगी जिससे धारा कम होगी और बल्ब पर वोल्टता कम होगी

(B) यह उतनी ही रहेगी, क्योंकि जैसे-जैसे संधारित्र की प्लेटों पर आवेश बढ़ता है, यह धारा को रोकता है तथा धारा को समान बनाये रखने के लिए बैटरी की निर्गत् वोल्टता बढ़ जायेगी

(C) यह बढ़ जायेगी, क्योंकि जैसे-जैसे संधारित्र की प्लेटों पर आवेश बढ़ता है, और अधिक आवेश प्रेरित होगा, जो बल्ब पर अधिक वोल्टता उत्पन्न करेगा

(D) यह बढ़ जायेगी, क्योंकि जैसे-जैसे संधारित्र की प्लेटों पर आवेश बढ़ता है, संधारित्र पर वोल्टता कम हो जायेगी और इसलिए प्रकाश बल्ब की वोल्टता बढ़ जायेगी

Q.36 चित्र 1 में दर्शाये गये प्रकाश बल्ब को पहले दो समरूप प्रतिरोधों, जो श्रेणी में जुड़े है, से प्रतिस्थापित किया जाता है और फिर उन्ही दोनों प्रतिरोधों (अब समान्तर क्रम में) से प्रतिस्थापित किया जाता है। दोनों स्थितियों में संधारित्र को आवेशित होने में लिया गया कुल समय मापा जाता है, जो की पहली स्थिति में अधिक पाया जाता है। यह निष्कर्ष निकाला जा सकता है कि –

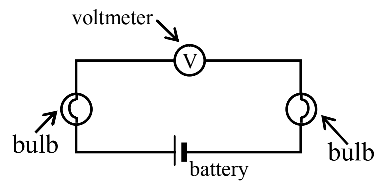
(A) जब परिपथ का प्रतिरोध बढ़ता है तो संधारित्र की धारिता बढ़ती है

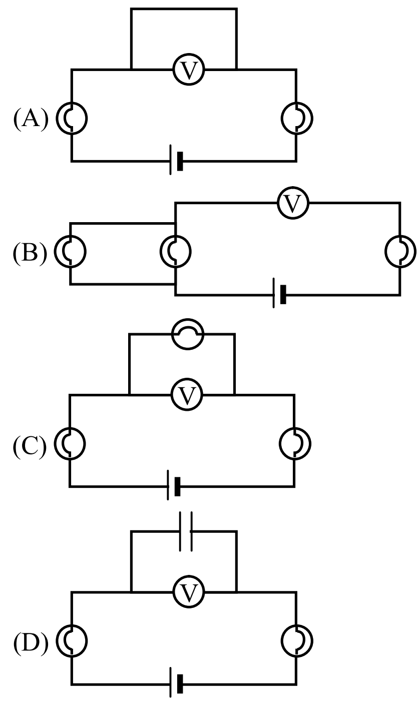
(B) प्रतिरोधों की उपस्थिति संधारित्र की प्लेटों पर अंतिम वोल्टता को प्रभावित करती है

(C) प्रतिरोधों द्वारा अधिक आवेश अवशोषित किया जाता है, जैसे–जैसे परिपथ का प्रतिरोध बढ़ता है

(D) प्रतिरोधों की उपस्थिति आवेश के प्रवाह में बाधा डालती है अतः परिपथ में धारा को कम करती है

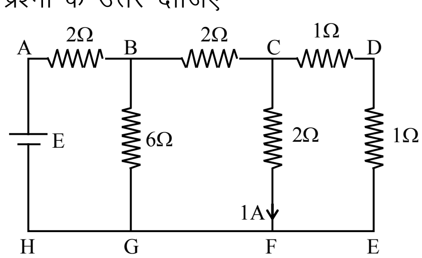
Q.37 नीचे दिये गये चित्र में, एक वोल्टमीटर को श्रेणी में एक परिपथ से जोड़ा जाता है जिसमें एक बैटरी व दो बल्ब श्रेणी में है। बल्ब, जो कि वोल्टमीटर की अनुपस्थिति में चमक रहे थे, अचानक चमकना बन्द कर देते है। परिपथ को किस प्रकार से संशोधित किया जा सकता है ताकि वोल्टमीटर को हटाये बिना बल्ब पुनः उनकी पहली वाली चमक के साथ स्थायी रूप से चमकते रहे ?





गद्यांश # 3 (Q. 38 से 40)

चित्र में प्रतिरोधों का नेटवर्क व बैट्री दर्शाई गई है। यदि शाखा CF से 1A धारा प्रवाहित होती है, तब निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए

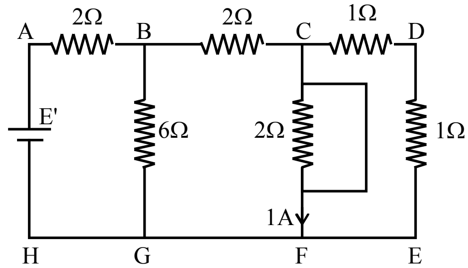


Q.38 प्रवाहित धारा–

(A) शाखा DE में 1A है (B) शाखा BC में 2A है

(C) शाखा BG में 4A है (D) A व B दोनों

Q.39 उपरोक्त परिपथ में यदि शाखा CF के समान्तर शून्य प्रतिरोध का तार जोड़ देते है। तब प्रवाहित धारा -



(A) शाखा DE में 0.5A है
(B) शाखा BC में 1A है
(C) शाखा BG में 0.5A है
(D) शाखा AB में 1.5A है

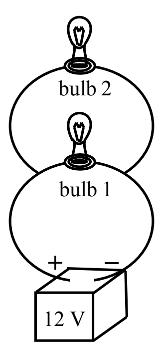
Q.40 प्रश्न संख्या **39** में बैट्री का वि.वा.बल E′ है -
(A) 9 V (B) 12 V
(C) $\frac{14}{3}$ V (D) 16 V

गद्यांश # 4 (Q. 41 से 43)

चित्रानुसार एक 12 वोल्ट की बैटरी दो विद्युत बल्बों से जुडी है। बल्ब 1 का प्रतिरोध 3 Ω, जबकी बल्ब 2 का प्रतिरोध 6Ω है। बैटरी का आन्तरिक प्रतिरोध शून्य है तथा सभी चालक तारो का प्रतिरोध शून्य है।

जब विद्युत बल्ब को प्लग में ढीला या हटाया जाता है तो उस परिपथ की उस शाखा में धारा शून्य होती है। यदि बल्ब 2 को ढीला किया जाता है तो चित्रानुसार नीचे वाले लूप में ही धारा प्रवाहित होती है जो एक बैटरी व एक विद्युत बल्ब रखता है जब तुल्य प्रतिरोध $R_{eq} = R_1 + R_2$ हो तो विद्युत बल्ब से अधिक धारा प्रवाहित होगी।

इसके विपरीत, जब दो प्रतिरोध तारो को समान्तर में जोड़ा जाता है तो तुल्य प्रतिरोध निम्न राशि द्वारा दिया जाता है $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$



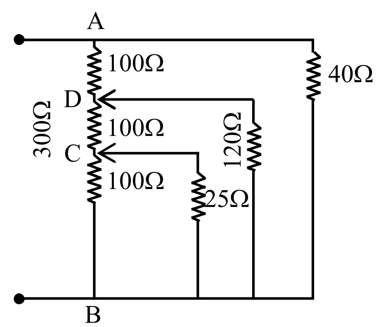
Q.41 जब विद्युत बल्ब 1 लगा हो तो 12-वोल्ट की बैटरी 24 दिनों में dead (मृत) हो जाती है जब दोनो बल्ब लगे हो तो 12 वोल्ट की बैटरी कितने दिन में dead (मृत) होगी:
(A) 12 दिन (B) 14 दिन
(C) 16 दिन (D) 18 दिन

Q.42 जब बल्ब 2 को अब लगाया जाता है तो इसके परिणामस्परूप बल्ब 1 होगा –
(A) बन्द (B) धुंधला (कम चमकीला)
(C) समान तीव्रता वाला (D) अधिक तीव्रता वाल

Q.43 जब दोनो विद्युत बल्बो को लगाया जाता है तो बैटरी से धारा प्रवाहित होगी ।
(A) 1.2 एम्पियर (B) 2 एम्पियर
(C) 4 एम्पियर (D) 6 एम्पियर

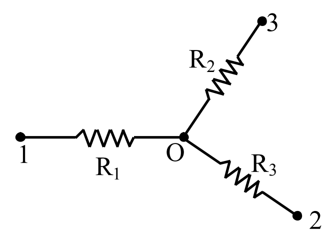
Part-E : संख्यात्मक उत्तर/विषय परख प्रकार के प्रश्न

Q.44 A तथा B के मध्य एक लम्बे प्रतिरोधक का प्रतिरोध 300 Ω है तथा इसे प्रत्येक एक तिहाई भाग के बाद चित्रानुसार जोड़ा जाता है।

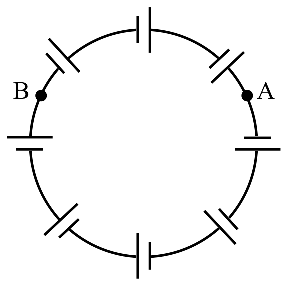


(a) बिन्दु A तथा B के मध्य तुल्य प्रतिरोध क्या होगा ?
(b) यदि A व B के मध्य विभवान्तर 320 V हो तो बिन्दु B तथा C के मध्य विभवान्तर क्या होगा ?
(c) क्या भाग (b) का उत्तर बदल जाएगा यदि 40 Ω प्रतिरोध को हटा लिया जाए।

Q.45 प्रतिरोध R_1 में से बह रही धारा का मान क्या होगा यदि प्रतिरोध $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 20\ \Omega$ तथा $R_3 = 30\ \Omega$ हो तथा बिन्दु 1, 2 तथा 3 के विभव क्रमशः $V_1 = 10$ V, $V_2 = 6$ V तथा $V_3 = 5$ V हों। यदि यह $n \times 10^{-1}$ Amp. है, तो n ज्ञात करें।



Q.46 (a) धारा के विभिन्न वि. वा. बल के N स्त्रोत चित्रानुसार जुड़े हुए हैं। प्रत्येक स्त्रोत का वि. वा. बल उनके आन्तरिक प्रतिरोध के समानुपाती है। यदि $E = \alpha R$ जहाँ α एक समानुपाती नियतांक है तथा यदि तार का प्रतिरोध नगण्य हो तो ज्ञात करो



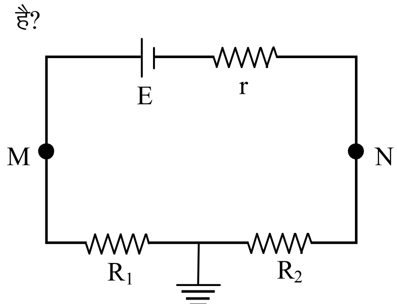
(i) परिपथ में धारा का मान

(ii) बिन्दु A तथा B के मध्य विभवान्तर जो कि परिपथ को n एवं N-n भागों मे बाँट रहे हो।

(b) एक 6 V बैटरी का आन्तरिक प्रतिरोध 10 Ω है। जबकि यह पूर्णतया निरावेशित है। जैसे ही बैटरी आवेशित होती है इसका आन्तरिक प्रतिरोध 1 Ω तक गिर जाता है। बैटरी पूर्ण अनावेशित अवस्था में आवेशक से जुड़ी हुई है जो कि इसके सिरों पर विभव को नियत 9V रखता है। अतः बैटरी से धारा का मान ज्ञात करो। (a) कनेक्शन के ठीक बाद (b) बहुत समय पश्चात, जब यह पूर्ण आवेशित हो जाऐ।

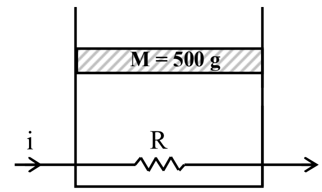
Q.47 (a) दिये गये परिपथ में बिन्दु M एवं N के विभव ज्ञात करो यदि E = 12V, $R_1 = 3\Omega$, $R_2 = 2\Omega$ एव $r = 1\Omega$.

(b) जब एक सेल को बाह्य प्रतिरोध R से जोड़ा जाता है तो इसकी दक्षता 60% है। इसकी दक्षता क्या होगी यदि बाह्य प्रतिरोध को छह गुना बढ़ा दिया जाए। सेल का आंतरिक प्रतिरोध $r = 1\Omega$ है?



Q.48 एक वैद्युत केटली, जिसे चाय बनाने के काम में लिया जाता है, 800 cc पानी को उबालने में 2 मिनट का समय लेती है, यदि कमरे का तापमान 25°C हो। (a) यदि शक्ति उपभोग की दर 1 रूपया प्रति यूनिट (1 unit = 1000 watt–hour) हो तो 800 cc पानी को उबालने में कितना खर्च आएगा। (b) यदि कमरे का ताप 5°C तक गिर जाए तो यह खर्चा कितना हो जाएगा ?

Q.49 एक प्रतिरोध कुण्डली जो कि एक बाह्य बैटरी से जुड़ी हुई है एक रूद्धोष्म सिलेण्डर के अन्दर जुड़ी हुई है। जिसमें एक घर्षण रहित पिस्टन लगा हुआ है तथा इसमें एक आदर्श गैस है। धारा i = 2A कुण्डली से प्रवाहित होती है जिसका प्रतिरोध R = 10 Ω है। किस वेग v (m/s में) से पिस्टन ऊपर की तरफ गति करें ताकि अन्दर भरी हुई गैस का तापमान अपरिवर्तित रहे। माना कि वायुमण्डल की दाब शून्य है। $g = 10\ m/s^2$



Q.50 कई सेल हैं, प्रत्येक सेल का वि. वा बल 2V एवं आन्तरिक प्रतिरोध 0.5 Ω हो तथा 8A की अधिकतम धारा प्राप्त करनी हो जबकि बाह्य प्रतिरोध 5Ω है।

(a) अतः सेलों की न्यूनतम संख्या क्या हो कि हमारा लक्ष्य पूरा हो जाए।

(b) इन्हें किस प्रकार जोड़ा जाए।

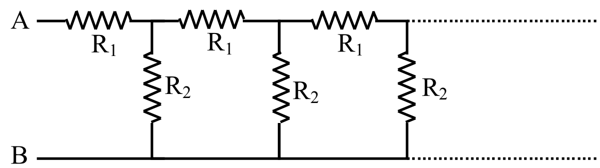
Q.51 (a) एक चालक तापमान अप्रभावित है तथा इसका प्रतिरोध R है तथा कुल ऊष्मीय धारिता C है। समय t = 0 पर इसे dc विभव V से जोड़ दिया जाता है। अतः तापमान T की समय t पर निर्भरता क्या होगी, यह मानते हुए कि ऊष्मीय उत्सर्जन शक्ति संबन्ध $q = K(T - T_0)$ के अनुसार हो रहा है जहाँ K एक नियतांक है तथा T_0 वातावरण का ताप है जो कि चालक के प्रारम्भिक ताप के बराबर है।

(b) यदि किसी तापमान अप्रभावित प्रतिरोध R में धारा I बह रही है। साम्य अवस्था में बाह्य वातावरण को दी गई ऊष्मा हानि दर $\lambda(T - T_0)$ है जहाँ λ एक नियतांक है तथा T प्रतिरोध का तापमान है तथा T_0 वातावरण का तापमान साम्यावस्था पर है। यदि रेखीय प्रसार गुणांक α हो, तो साम्य अवस्था पर प्रतिरोध में विकृति

$= \left(\frac{\text{लम्बाई में परिवर्तन}}{\text{प्रारम्भिक लम्बाई}}\right)$ कितनी होगी।

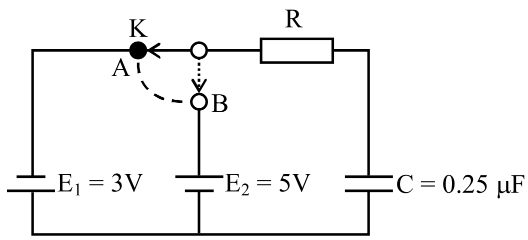
Q.52 एक बैट्री श्रेणीक्रम में 12 सेलों को रखती है, प्रत्येक सेल का वि.वा.बल E तथा आन्तरिक प्रतिरोध r है। बैट्री में कुछ सेल गलत (उल्टी) ध्रुवता से जुड़े हुये है। यह बैट्री 2E वि.वा.बल तथा 2r आन्तरिक प्रतिरोध के अन्य स्त्रोत से जोड़ी गई है। जब बैट्री तथा स्त्रोत एक दूसरे से जोड़े जाते है परिपथ में एक अमीटर 3 amp पढ़ता है तथा जब वे एक दूसरे के विपरीत होते है तो समान दिशा में 2 amp पढ़ता है। बैट्री में कितने सेल उल्टे जुड़े है ज्ञात कीजिये।

Q.53 एक अनन्त संयोजन क्रम पर विचार कीजिए :-

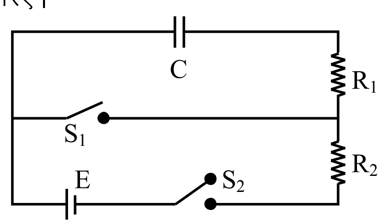


A और B के मध्य विभवान्तर लगाया गया है। यदि प्रत्येक खण्ड के बाद विभवान्तर आधा होता जाता हो, तो R_2/R_1 का अनुपात ज्ञात कीजिए।

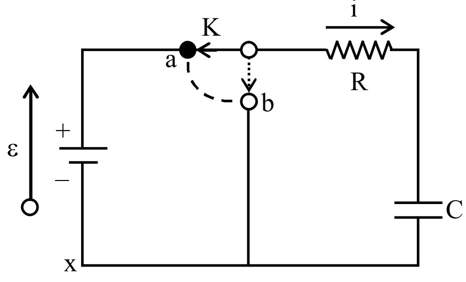
Q.54 वि.वा.बल E_1 तथा E_2 की दो बैटरीयाँ एवं संधारित्र C तथा प्रतिरोध R परिपथ में दर्शाए अनुसार जुड़े है। यदि कुंजी K को A से B की ओर विस्थापित किया जाता है तो प्रतिरोध में उत्पन्न ऊष्मा Q (μJ में) का मान ज्ञात करो।



Q.55 यदि परिपथ में दिए गए संधारित्र को विभवान्तर V तक आवेशित किया जाता है ताकि इस पर आवेश CV हो जाए जबकि स्विच S_1 एवं S_2 खुलें हुए है। स्विच S_1, t = 0 पर बंद किया जाता है। $t = R_1 C$ पर स्विच S_1 को खोल देते है तथा S_2 को बंद कर देते है। संधारित्र पर समय $t = 2\ R_1C + R_2C$ पर आवेश ज्ञात करिए।



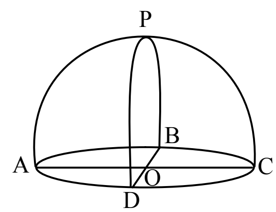
Q.56 यदि कुंजी K को a से b पर विस्थापित किया जाए तो कितने समय नियतांक के बाद संधारित्र में एकत्रित ऊर्जा इसकी साम्यवस्था की ऊर्जा की $\frac{1}{e^4}$ गुना हो जाएगी ?



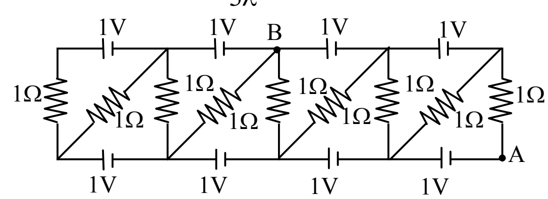
Q.57 एक वोल्टमीटर की कुण्डली का प्रतिरोध 50.0Ω है इसके श्रेणी क्रम में 1.15 kΩ का प्रतिरोध जोड़ा जाता है तो यह 12 वोल्ट तक विभव को पढ़ सकता है। यदि यही कुण्डली एक अमीटर को बनाने के लिए काम में ली जाती है जो कि 260 mA धारा को माप सकता है तो इसके शंट प्रतिरोध का मान क्या होना चाहिए ? यदि यह $0.5 \times n$ है, तो n ज्ञात करो।

Q.58 एक R_V प्रतिरोध का वोल्टमीटर एवं R_A प्रतिरोध का अमीटर श्रेणी क्रम में वि. वा बल E की बैटरी के सिरों पर जोड़े जाते है तथा बैटरी का आन्तरिक प्रतिरोध नगण्य है। जब प्रतिरोध R वोल्टमीटर के समान्तर में लगा हुआ है तो अमीटर का पाठ्यांक तीन गुना हो जाता है जबकि वोल्टमीटर का पाठ्यांक एक तिहाई रह जाता है। यदि $R_v = \lambda\, R_A$ है, तो λ का मान ज्ञात करें।

Q.59 a = 2 cm त्रिज्या के अर्द्धगोले का जाल (नेटवर्क) प्रति एकांक लम्बाई प्रतिरोध r = 0.8 Ω/m के चालक तार से निर्मित किया गया है। OP के मध्य तुल्यात्मक प्रतिरोध ज्ञात करो।



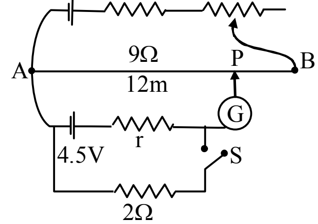
Q.60 चित्र में प्रदर्शित परिपथ के लिए विभवान्तर $V_B - V_A$ ज्ञात करो। यदि यह $\frac{22}{3\lambda}$V है तो λ ज्ञात करें।



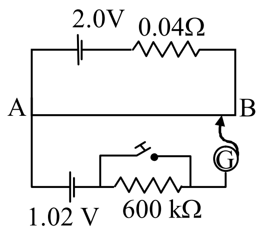
Q.61 विभवमापी के प्राथमिक परिपथ में धारानियंत्रक को 0 से 10 Ω. तक परिवर्तित कर सकते है। प्रारंभ में इसका प्रतिरोध न्यूनतम (शून्य) है।

(a) तार AP की वह लम्बाई ज्ञात करो कि धारामापी शून्य विक्षेप दर्शाता है।

(b) अब धारा नियंत्रक अधिकतम प्रतिरोध (10Ω) पर रखा है और स्विच S बन्द है। संतुलित लम्बाई 8 m पायी जाती है। 4.5V सेल का आंतरिक प्रतिरोध r ज्ञात करो।



Q.62 2.0 वोल्ट वि.वा.बल और 0.04Ω के आंतरिक प्रतिरोध का एक सेल चित्रानुसार से विभवमापी के प्रतिरोधक तार AB के सिरो पर विभवान्तर उत्पन्न करता है। नियत वि.वा.बल 1.02 V का मानक सेल (बहुत कम एम्पियर के लिए धारा) तार की 67.3 सेमी पर संतुलन बिन्दु देता है। मानक सेल से प्राप्त बहुत कम धारा को निश्चित करने के लिए 600kΩ का उच्च प्रतिरोध इसके श्रेणीक्रम में रखते है जिसे संतुलन बिन्दु के समीप short कर दिया जाता है। मानक सेल को अज्ञात वि.वा.बल E के एक सेल द्वारा बदल दिया जाता है और उसी तरह से मापा गया संतुलन बिन्दु तार पर 82.3 सेमी पर प्राप्त होता है।



(a) E का मान क्या है?

(b) 600 kΩ का उच्च प्रतिरोध रखने का उदेश्य क्या है?

(c) क्या संतुलन बिन्दु उच्च प्रतिरोध के द्वारा प्रभावित होता है।

(d) क्या संतुलन बिन्दु वाहक सेल के आंतरिक प्रतिरोध के द्वारा प्रभावित होता है

(e) यदि विभवमापी के वहक सेल का वि.वा. बल 1.0V की बजाए 2.0 V हो तब भी क्या यह तरीका कारगर होगा ?

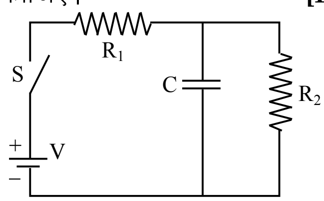
Q.63 एक प्रतिरोध R को एक परिपथ में अन्य प्रतिरोधो के साथ श्रेणी क्रम में जोड़ दिया जाता है जिससे कुल प्रतिरोध 50 Ω हो जाता है। तो परिपथ में धारा का मान 0.5 ampere से बदल जाता है। यदि इसे उस परिपथ (अन्य प्रतिरोधो के) में समान्तर क्रम में जोड़ा जाये तो परिपथ में धारा का मान 1 amp से बदल जाता है, तो प्रतिरोध R का मान ज्ञात कीजिऐ।

Q.64 एक कुल आवेश Q समय अन्तराल T के दौरान प्रतिरोध R से होकर इस तरह प्रवाहित होता है कि $0 \rightarrow T$ के लिए धारा तथा समय में ग्राफ, परास $0 \rightarrow \pi$ में ज्या वक्र के लूप के समान होता है। प्रतिरोध में उत्पन्न कुल ऊष्मा ज्ञात कीजिऐ।

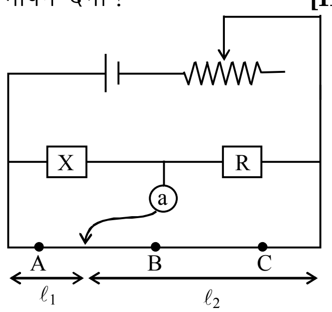
Exercise (Level) 5

OLD EXAMINATION QUESTIONS [JEE ADVANCED]

Q.1 दिये गये परिपथ में समय $t = 0$ पर स्विच S बन्द किया जाता है। संधारित्र पर किसी क्षण t पर आवेश Q, $Q(t) = Q_0(1 - e^{-\alpha t})$ व्यजंक से दिया जाता हैं। Q_0 व α के मान, चित्र में दिखाये गये प्राचलों R_1, R_2, C, V के पदों ज्ञात कीजिए। **[IIT-JEE 2005]**



Q.2 R_1, R_2, तथा R_3 प्रतिरोधों का प्रयोग करके एक अज्ञात प्रतिरोध का मान ज्ञात किया जाता है। यदि इनके अनुरूप शुन्य विक्षेप स्थिति क्रमशः A, B तथा C पर आती है तो उक्त तीनों में से कौनसी स्थिति अधिक सही मापन देगी ? **[IIT-JEE 2005]**



Q.3 100 Ω प्रतिरोध के एक गेल्वेनोमीटर का उपयोग 0.1 Ω प्रतिरोध की सहायता से अमीटर बनाने में किया गया है। गेल्वेनोमीटर का 100 μA पर अधिकतम् विक्षेपण होता है। वह न्यूनतम् धारा ज्ञात कीजिये जिस पर गेल्वेनोमीटर अधिकतम विक्षेपण दिखाता है– **[IIT-JEE 2005]**

(A) 100.1 mA (B) 1000.1 mA
(C) 10.01 mA (D) 1.001 mA

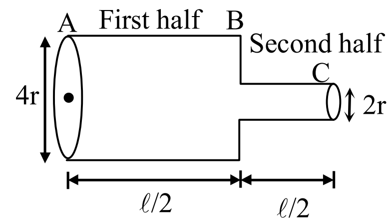
Q.4 एक 4 μF संधारित्र 2.5 MΩ के एक प्रतिरोध के साथ श्रेणी में 12 V बैटरी से जुड़ा हुआ है। वह समय ज्ञात कीजिए। जिसके पश्चात! संधारित्र पर विभवान्तर प्रतिरोध पर विभवान्तर का 3 गुना हो जाता है। [दिया हुआ है ln(2) = 0.693] **[IIT-JEE 2005]**

(A) 13.86 s (B) 6.93 s
(C) 7 s (D) 14 s

Q.5 एक आदर्श गैस एक बन्द दृढ़ एवं ऊष्मीय लूप से कुचालक पात्र में भरी है। 100 Ω प्रतिरोध की एक कुण्डली जो 5 मिनट में 1A धारा ले जाती है, गैस को ऊष्मा प्रदान करती है। गैस की आन्तरिक ऊर्जा में परिवर्तन होगा - **[IIT-JEE 2005]**

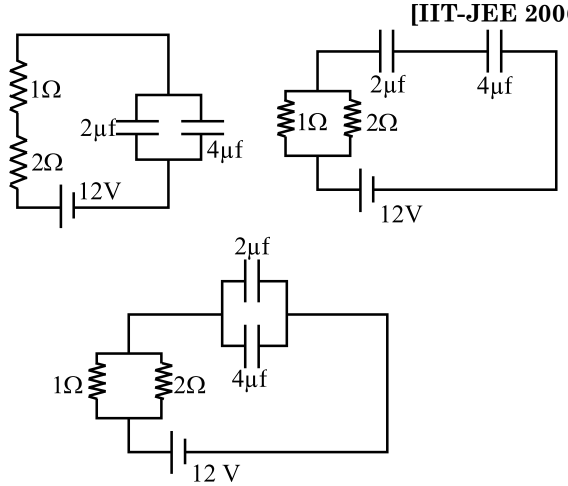
(A) 10 kJ (B) 30 kJ
(C) 20 kJ (D) 0 kJ

Q.6 चित्र में प्रदर्शित बेलनाकार अवयव पर विचार करो। अवयव से प्रवाहित धारा I और बेलनाकार पदार्थ की प्रतिरोधकता ρ है। दिये गये में से सही विकल्प चुनो - **[IIT-JEE 2006]**



(A) द्वितीय आधे में शक्ति क्षय पहले आधे में शक्ति क्षय की चार गुनी है
(B) पहले आधे में विभवपात दूसरे आधे में विभवपात का दुगना है
(C) दोनों आधे भागों में धारा घनत्व बराबर है
(D) दोनों आधे भागों में विद्युत क्षेत्र बराबर है

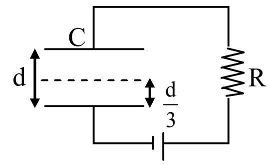
Q.7 दिये गये परिपथ के लिए समय नियतांक है – **[IIT-JEE 2006]**



(A) 18 μs, $\frac{8}{9}$ μs, 4μs (B) 18 μs, 4 μs, $\frac{8}{9}$ μs

(C) 4μs, $\frac{8}{9}$ μs, 18 μs (D) $\frac{8}{9}$ μs, 18μs, 4μs

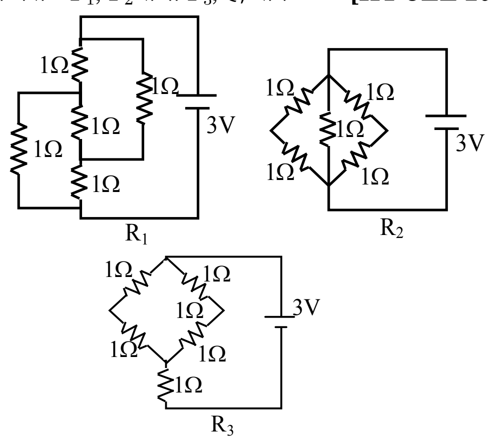
Q.8 एक सान्तर प्लेट संधारित C, जिसकी प्लेटों का क्षेत्रफल इकाई तथा दूरी d है, K = 2 परावैद्युतांक के एक द्रव से भरा हुआ हैं। प्रारंभ में द्रव का स्तर d/3 है। माना कि द्रव स्तर नियत चाल V से कम हो रहा है, तो समय t के फलन के रूप में समय नियतांक है। **[IIT-JEE 2008]**



(A) $\frac{6\varepsilon_0 R}{5d+3Vt}$ (B) $\frac{(15d+9Vt)\varepsilon_0 R}{2d^2-3dVt-9V^2t^2}$

(C) $\frac{6\varepsilon_0 R}{5d-3Vt}$ (D) $\frac{(15d-9Vt)\varepsilon_0 R}{2d^2+3dVt-9V^2t^2}$

Q.9 चित्र में तीन प्रतिरोधक अभिविन्यास R_1, R_2 तथा R_3 को दर्शाया गया है जो 3V की बैटरी से जुड़े हुये है। यदि अभिविन्यास R_1, R_2 तथा R_3 द्वारा व्ययित ऊष्मा क्रमशः P_1, P_2 तथा P_3, है, तब - **[IIT-JEE 2008]**



(A) $P_1 > P_2 > P_3$ (B) $P_1 > P_3 > P_2$

(C) $P_2 > P_1 > P_3$ (D) $P_3 > P_2 > P_1$

कथन प्रकार के प्रश्न : (Q.10 से 11)

(A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है, तथा कथन-2, कथन-1 के लिये सही स्पष्टीकरण है

(B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है; कथन-2, कथन-1 के लिये सही स्पष्टीकरण नहीं है

(C) कथन-1 सत्य है, कथन- 2 असत्य है

(D) कथन-1 असत्य, कथन-2 सत्य है

Q.10 **कथन-1:** मीटर सेतु के एक प्रयोग में, एक अज्ञात प्रतिरोध के लिये शून्य बिन्दु मापा जाता है। अब, अज्ञात प्रतिरोध को उच्च तापमान पर व्यवस्थित एक परिबद्ध पात्र के अन्दर रखा जाता है। मानक प्रतिरोध के मान को कम करके, शून्य बिन्दु उसी बिन्दु पर प्राप्त किया जा सकता है जिस पर पहले पाया गया था।

कथन-2: धातु का प्रतिरोध ताप में वृद्धि के साथ बढ़ता है। **[IIT-JEE 2008]**

Q.11 **कथन-1:** प्रायोगिक उद्देश्य के लिये विद्युत परिपथ में पृथ्वी को शून्य विभव पर सन्दर्भ (reference) के रूप में लिया जाता है।

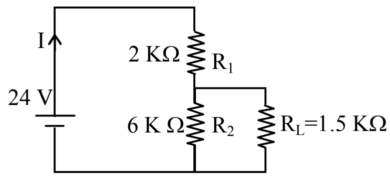
कथन-2: R त्रिज्या के एक गोले, जिसकी सतह पर आवेश Q एकसमान रूप से वितरित है, का विद्युत विभव $\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$ द्वारा दिया गया है। **IIT-JEE 2008]**

Q.12 **स्तम्भ II** में कुछ निकाय दिये गये हैं जो किसी प्रक्रम से गुजरते हैं। **स्तम्भ I** प्रक्रम में हो सकने वाले सम्भव बदलावों को दर्शाता है। **स्तम्भ I** में दिये गये वक्तव्यों को **स्तम्भ II** के उचित प्रक्रमों से मिलाइए। **[IIT-JEE 2009]**

	स्तम्भ I	**स्तम्भ II**
(A)	निकाय की ऊर्जा बढ़ती है	(P) **निकायः** प्रारम्भ में अनावेशित संधारित्र **प्रक्रमः** निकाय को बैटरी से जोड़ा जाता है
(B)	निकाय को यांत्रिक ऊर्जा प्रदान की जाती है, जो निकाय के हिस्सों के यादृच्छिक गति (random motion) की ऊर्जा में बदल जाती है	(Q) **निकायः** रूद्धोष्म पात्र जिसमें रूद्धोष्म पिस्टन लगाा है, में रखी गैस **प्रक्रमः** पिस्टन द्वारा गैस को संपीडीत किया जाता है
(C)	निकाय की आन्तरिक ऊर्जा उसकी यांत्रिक ऊर्जा में	(R) **निकायः** दृढ़ पात्र में रखी गैस **प्रक्रमः** ठण्डे बाहरी वातावरण के कारण गैस ठण्डी हो रही है
(D)	निकाय का द्रव्यमान घटता है	(S) **निकायः** स्थिर अवस्था में एक भारी नाभिक **प्रक्रमः** नाभिक दो लगभग बराबर द्रव्यमान में विखंडित होता है और कुछ न्यूट्रॉन उत्सर्जित होते हैं
		(T) **निकायः** एक प्रतिरोधक (resistive) तार का लूप **प्रक्रमः** लूप को समय के साथ बदल रहे चुम्बकीय क्षेत्र (जो लूप के तल के लम्बवत है) में रखा जाता है

Q.13 नीचे दर्शाये परिपथ के लिये -

MCQ **[IIT-JEE 2009]**



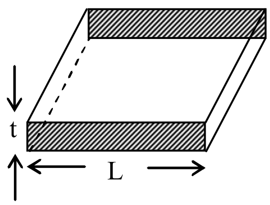
(A) बैटरी से प्रवाहित धारा I, 7.5 mA है

(B) R_L के सिरों पर विभवान्तर 18 V है

(C) R_1 व R_2 में व्ययित शक्तियों में अनुपात 3 है

(D) R_1 व R_2 को अन्तःपरिवर्तित किया जाये तो R_1 में व्ययित शक्ति 9 के गुणक द्वारा घट जायेगी

Q.14 ρ प्रतिरोधकता के पदार्थ से बनी व L भुजा व t मोटाई की एक पतली वर्गाकार पट्‌टीका पर विचार कीजिये। दो परस्पर विपरीत फलकों (चित्र में छायांकित भाग से दर्शाया) के मध्य का प्रतिरोध है - **[IIT-JEE 2010]**



(A) L के सीधा समानुपाती

(B) t के सीधा समानुपाती

(C) L पर निर्भर नहीं

(D) t पर निर्भर नहीं

Q.15 प्रदीपन (Incandescent) बल्ब, दिमाग में यह रखकर डिजायन किये जाते है कि ताप बढ़ने के साथ इनके फिलामेन्ट का प्रतिरोध बढ़ ज़ाता है। यदि सामान्य कमरा ताप पर 100 W, 60 W व 40 W बल्बों के फिलामेन्ट क्रमशः R_{100}, R_{60} व R_{40} प्रतिरोध रखते हैं तो इन प्रतिरोधों के मध्य सम्बन्ध होगा -

[IIT-JEE 2010]

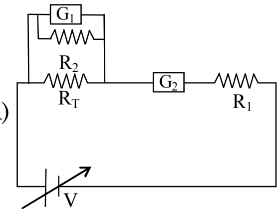
(A) $\frac{1}{R_{100}} = \frac{1}{R_{40}} + \frac{1}{R_{60}}$ (B) $R_{100} = R_{40} + R_{60}$

(C) $R_{100} > R_{60} > R_{40}$ (D) $\frac{1}{R_{100}} > \frac{1}{R_{60}} + \frac{1}{R_{40}}$

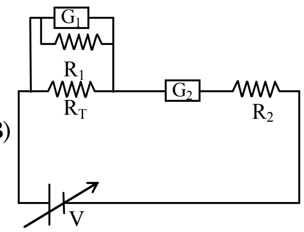
Q.16 ओम के नियम के सत्यापन के लिये एक विद्यार्थी को एक परीक्षण प्रतिरोध R_T एक उच्च प्रतिरोध R_1 व एक लद्यु प्रतिरोध R_2 व एक समान धारामापी G_1 व G_2 तथा एक परिवर्ती वोल्टेज स्त्रोत V प्रदान किये गये है। प्रयोग के लिये सही परिपथ दर्शाने वाला विकल्प है -

[IIT-JEE 2010]

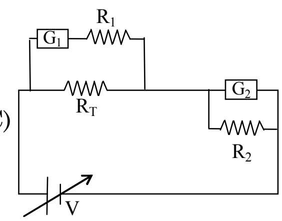
(A)



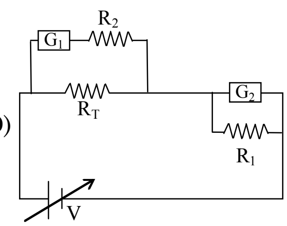
(B)



(C)



(D)

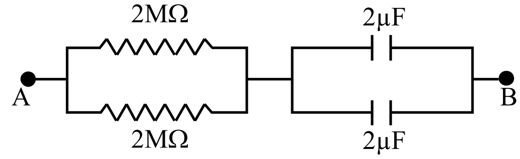


Q.17 जब दो एकसमान बैटरियों प्रत्येक का आन्तरिक प्रतिरोध 1 Ω को एक R प्रतिरोध के सिरों के मध्य श्रेणीक्रम में संयोजित किया जाता है तो R में ऊष्मा उत्पन्न होने की दर J_1 है। जब इन्हीं बैटरीयो को R के सिरों पर समान्तर में जोड़ा जाता है, तब यह दर J_2 है। यदि $J_1 = 2.25\ J_2$ है तो R का मान Ω में है ?

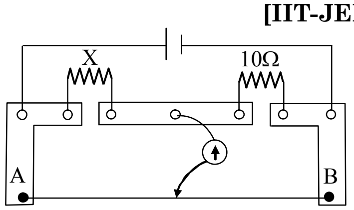
[IIT-JEE 2010]

Q.18 एक 10 वोल्ट की बैटरी A और B बिन्दुओं पर नीचे दिये गये परिपथ में समय t = 0 पर जोडी जाती है। यदि संधारित्र पर प्रारम्भ में कोई भी आवेश न हो तो कितने समय (सेकण्ड में) में संधारित्र पर वोल्टता 4 V होगी ? (लीजिए : $\ell n\ 5 = 1.6$, $\ell n\ 3 = 1.1$]

[IIT-JEE 2010]

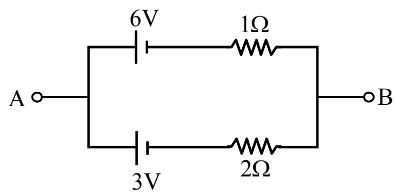


Q.19 एक मीटर–ब्रिज एक विशेष 10 ओम प्रतिरोधक का प्रयोग करते हुए एक अज्ञात प्रतिरोध 'X' को ज्ञात करने के लिए, दर्शाये अनुसार व्यवस्थित है। गैल्वेनोमीटर अविक्षेप बिन्दु दर्शाता है जब टेपिंग–कुंजी 52 cm चिन्ह पर है। सिरा–संशोधन A व B सिरों के लिए क्रमशः 1 cm व 2 cm है। 'X' का ज्ञात मान है - **[IIT-JEE 2011]**

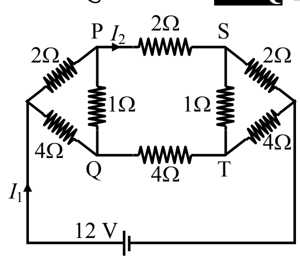


(A) 10.2 ohm (B) 10.6 ohm
(C) 10.8 ohm (D) 11.1 ohm

Q.20 भिन्न वि.वा.बल एवं भिन्न आतंरिक प्रतिरोधो वाली दो बैटरियां दर्शाए अनुसार जुडी हुई है। AB के सिरों पर वोल्टता वोल्ट में होगी – **[IIT-JEE 2011]**

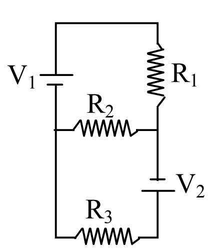


Q.21 नीचे चित्र में दर्शाये प्रतिरोध नेटवर्क के लिये, निम्न में से सही कथन चुनिऐ - **MCQ** **[IIT-JEE 2012]**



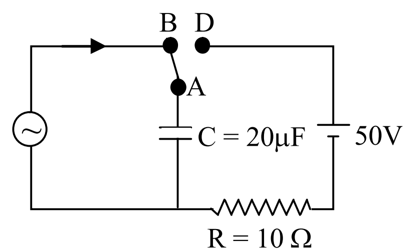
(A) PQ से प्रवाहित धारा शून्य है
(B) $I_1 = 3A$
(C) S पर विभव Q पर विभव से कम है
(D) $I_2 = 2A$

Q.22 विद्युत वाहक बल V_1 तथा V_2 वाली दो बैटरी तथा तीन प्रतिरोध R_1, R_2 व R_3 चित्र में दर्शाए गए क्रम के अनुसार जुड़े हुए हैं। प्रतिरोध R_2 में बहने वाली विद्युत धारा शून्य होगी, यदि - **MCQ** **[JEE-Advance-2014]**



(A) $V_1 = V_2$ तथा $R_1 = R_2 = R_3$
(B) $V_1 = V_2$ तथा $R_1 = 2R_2 = R_3$
(C) $V_1 = 2V_2$ तथा $2R_1 = 2R_2 = R_3$
(D) $2V_1 = V_2$ तथा $2R_1 = R_2 = R_3$

Q.23 चित्र में दर्शाए गये परिपथ में समय t = 0 पर बिन्दु A को स्विच द्वारा बिन्दु B से जोड़ा जाता है। इससे परिपथ में एक प्रत्यावर्ती धारा $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$ चित्र में दिखाई गई दिशा में बहने लगती है, जहाँ $I_0 = 1A$ तथा $\omega = 500$ rad s^{-1}। समय $t = 7\pi/6\omega$ पर स्विच को बिन्दु B से हटाकर बिन्दु D से जोड़ा जाता है। इसके पश्चात् सिर्फ A तथा D जुड़े हुए हैं। संधारित्र को पूरी तरह आवेशित करने के लिए बैटरी से कुल आवेश Q प्रवाहित होता है। यदि C = 20 μF, R = 10 Ω तथा बैटरी 50 V विद्युत वाहक बल वाली आदर्श बैटरी हो, तब सही विकल्प/विकल्पों को चुनिए। **MCQ** **[JEE-Advance-2014]**



(A) संधारित्र पर समय $t = \frac{7\pi}{6\omega}$ से पहले अधिकतम आवेश का परिमाण 1×10^{-3} C है।
(B) बाँयें परिपथ में समय $t = \frac{7\pi}{6\omega}$ से ठीक पहले विद्युत धारा दक्षिणावर्ती (clockwise) है।
(C) बिन्दु A को बिन्दु D से जोड़ने के तुरन्त पश्चात् प्रतिरोध R में विद्युत धारा का मान 10 A है।
(D) $Q = 2 \times 10^{-3}$ C.

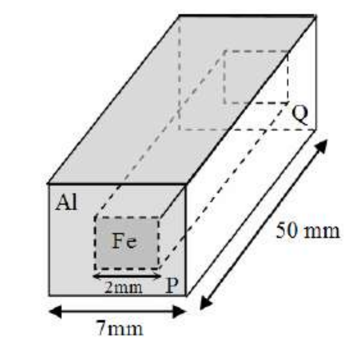
Q.24 एक गैल्वनोमीटर 0.006 A की धारा प्रवाहित करने पर पूर्ण विक्षेप देता है। इसके साथ 4990 Ω का प्रतिरोध लगाने पर इसे 0-30 V परास वाले वोल्टमापी (voltmeter) में परिवर्तित किया जा सकता है। गैल्वनोमीटर के साथ $\frac{2n}{249}$ Ω का प्रतिरोध लगाने पर यह 0-1.5 A परास वाले धारामापी (ammeter) में परिवर्तित हो जाता है। n का मान है। **[JEE-Advance-2014]**

Q.25 विद्युत केतली का हीटर L लम्बाई तथा d व्यास वाले एक तार से बना है। इससे 0.5 kg जल के तापमान में 40 K की वृद्धि करने के लिए 4 मिनट का समय लगता है। इस हीटर के स्थान पर एक नया हीटर उपयोग में लाया जाता है जिसमें L लम्बाई तथा 2d व्यास वाले उसी पदार्थ के दो तार लगे हैं। इसी समान मात्रा के जल के तापमान में 40 K की वृद्धि करने में कितने मिनट लगेंगे ? तारों के संयोजन की विधि विकल्पों में दी गई है ?

MCQ [JEE-Advance-2014]

(A) 4 यदि दोनों तार समान्तर में हैं
(B) 2 यदि दोनों तार श्रेणी (series) में हैं
(C) 1 यदि दोनों तार श्रेणी में हैं
(D) 0.5 यदि दोनों तार समान्तर में हैं

Q.26 वर्ग अनुप्रस्थ काट वाली एक एल्यूमिनियम छड़ में चित्रानुसार एक वर्गाकार छेद किया जाता है तथा इसे आयरन (Fe) से भर दिया जाता है। Al तथा Fe की विद्युतीय प्रतिरोधकता क्रमशः 2.7×10^{-8} Ωm तथा 1.0×10^{-7} Ωm है। संयुक्त छड़ की दोनों भुजाओं P तथा Q के बीच विद्युत प्रतिरोध है -

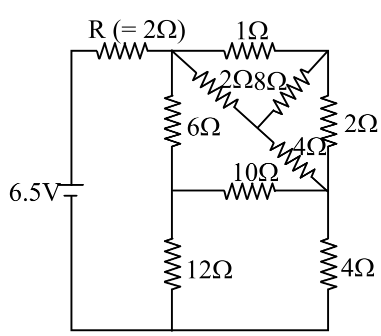


(A) $\frac{2475}{64}\mu\Omega$ (B) $\frac{1875}{64}\mu\Omega$

(C) $\frac{1875}{49}\mu\Omega$ (D) $\frac{2475}{132}\mu\Omega$

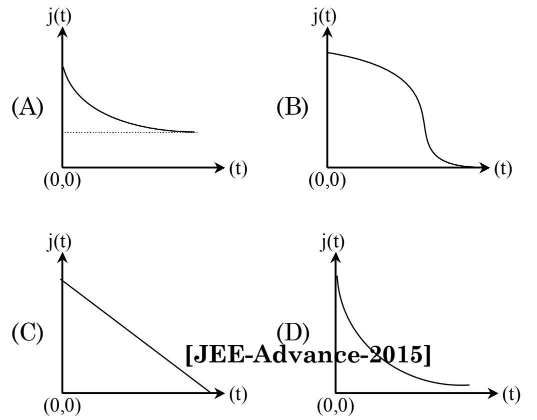
Q.27 नीचे परिपथ में, प्रतिरोध R (= 2Ω) से होकर प्रवाहित धारा I एम्पीयर है तब I का मान है।

[JEE-Advance-2015]



Q.28 एक बेलनाकार अनंत विद्युतचालक कवच की त्रिज्या R है। बेलन के अक्ष पर एक अनंत रेखीय विद्युत आवेश स्थित है जिसका एकसमान रेखीय घनत्व λ है। बेलन के अन्दर की जगह को समय t = 0 पर एक पदार्थ से भरा जाता है। जिसका परावैद्युतांक ε एवं विद्युतचालकता σ है। पदार्थ में विद्युत आवेश की चालकता ओम् के नियम (Ohm's law) का पालन करती है। परवर्ती समय में पदार्थ में किसी भी बिन्दु धारा घनत्व j(t) के परिमाण में परिवर्तन का सबसे अच्छा वर्णन कौनसा लेखाचित्र करता है ?

[JEE-Advance-2016]



Q.29 एक तापदीप्त बल्ब के टंग्स्टन तन्तु को विद्युत धारा के प्रवाह से उच्च तापमान पर गरम करने पर टंग्स्टन तन्तु कृष्णिका विकिरण (black-body radiation) उत्सर्जित करता है। यह देखा गया है कि लम्बे समय के प्रयोग के बाद टंग्स्टन तन्तु में असमान वाष्पीकरण के कारण तन्तु किसी भी जगह से टूट जाता है। यदि बल्ब को विद्युत शक्ति एक स्थिर वोल्टता पर दी गयी है तो निम्नलिखित में से कौनसा/कौनसे कथन सत्य है/है?

MCQ [JEE-Advance-2016]

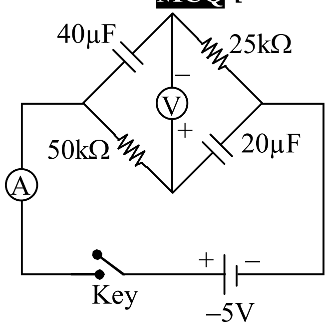
(A) तन्तु पर तापमान का वितरण एक समान है
(B) तन्तु के छोटे भागों का प्रतिरोध समय के साथ कम होता जाता है
(C) टूटने से पहले तन्तु उच्च आवृत्ति पट्टी (high frequency band) का प्रकाश पहले से ज्यादा उत्सर्जित करता है
(D) तन्तु अपनी आयु के आखरी समय में कम विद्युत शक्ति का प्रयोग करता है

Q.30 दो एकसमान गेल्वनोमीटर तथा एकसमान प्रतिरोध R वाले दो प्रतिरोध दिये गये है। यदि गेल्वनोमीटर का आंतरिक प्रतिरोध $R_C < R/2$ है, तो किसी भी एक गेल्वेनोमीटर के बारे में दिये गए निम्नलिखित कथनों में से कौनसा/कौनसे कथन सत्य है/ है ?

MCQ [JEE-Advance-2016]

(A) प्राप्त कि गई वोल्टता परिसर (voltage range) अधिकतम होगी जब सभी घटक श्रेणी में जुड़े हुए है
(B) प्राप्त कि गई वोल्टता परिसर अधिकतम होगी जब दो प्रतिरोधक तथा एक गेल्वेनोमीटर श्रेणी में जुड़े है तथा दूसरा गेल्वेनोमीटर पहले गेल्वेनोमीटर के समानान्तर में जुड़ा है
(C) प्राप्त कि गई धारा परिसर (current range) अधिकतम होगी जब सभी घटक समानान्तर में जुड़े है
(D) प्राप्त कि गई धारा परिसर अधिकतम होगी जब दो गेल्वेनोमीटर श्रेणी में जुड़े है तथा ये संयोजन प्रतिरोधकों के साथ समानान्तर में जुड़ा है

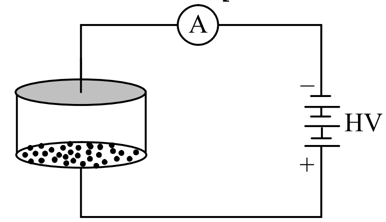
Q.31 नीचे दिखाये गए परिपथ में समय t = 0 पर बटन (key) को दबाया गया है। निम्नलिखित में से कौनसा/कौनसे कथन सत्य है/है?
MCQ **[JEE-Advance-2016]**



(A) बटन को दबाते ही वोल्टमीटर –5 V दिखाता है जबकि लम्बे समय के बाद वो +5 V दिखाता है
(B) समय t = ln2 seconds पर वोल्टमीटर शून्य वोल्ट दिखाता है
(C) 1 second के बाद अमीटर में धारा प्रारम्भिक धारा का 1/e गुणा होती है
(D) लम्बे समय के बाद अमीटर में धारा शून्य हो जाती है

गद्यांश पर आधारित प्रश्न (Q.32 - 33)

h ऊँचाई वाले निर्वातित (evacuated) एक बेलनाकर कक्ष के दोनों छोरों पर दो द्रढ़ (rigid) चालक पट्टीकाएं है और उसका वक्रप्रष्ट अचालक है, जैसा की चित्र में दर्शाया गया है। कम भार वाली मुलायम पदार्थ से बनी हुयी कई गोलाकार गोलियाँ, जिनकी सतह पर एक चालक पदार्थ की परत चढ़ी है, नीचे वाली पट्टिका पर रखी हुई है।
इन गोलियों की त्रिज्या r << h है। अब एक उच्च वोल्टता का स्त्रोत (HV) इस तरह से जोड़ा जाता है कि नीचे वाली पट्टिका पर + V_0 एवं ऊपर वाली पट्टिका पर – V_0 का विभव आ जाता है। चालक परत के कारण गोलियाँ आवेशित होकर पट्टिका के साथ समविभव हो जाती है जिसके कारण वे पट्टिका से प्रतिकर्षित होती है। अंततोगत्वा गोलियाँ ऊपरी पट्टिका से टकराती है, जहाँ पर गोलियों के पदार्थ की मूलायम प्रकृति के कारण प्रत्यवस्थान गुणांक (coefficient of restitution) को शून्य लिया जा सकता है। कक्ष में विद्युत क्षेत्र को समानान्तर पट्टिका वाले संधारित्र के समान माना जा सकता है गोलियों की एक दूसरे से पारस्परिक क्रिया एवं टकराव को नगण्य माना जा सकता है। (गुस्त्वाकर्षण नगण्य है।)
[JEE-Advance-2016]



Q.32 निम्नलिखित में से कौनसा कथन सत्य है ?
(A) गोलियाँ दोनों पट्टिकाओं के बीच सरल आवर्त गति निष्पाद करेंगी
(B) गोलियाँ जिस आवेश के साथ ऊपर जाती हैं उसी आवेश के साथ उछलकर निचली पट्टिका पर वापस आ जाती हैं
(C) गोलियाँ ऊपरी पट्टिका पर चिपककर वहीं रह जाती हैं
(D) गोलियाँ जिस आवेश के साथ ऊपर जाती है उसके विपरीत आवेश के साथ उछलकर निचली पट्टिका पर वापस आ जाती है

Q.33 परिपथ में लगाए अमीटर में स्थायी अवस्था में औसत धारा
(A) V_0^2 के समानुपाती होगी
(B) V_0 के समानुपाती होगी
(C) का मान शून्य होगा
(D) $V_0^{1/2}$ के समानुपाती होगी

गद्यांश पर आधारित प्रश्न (Q.34 - 35)

चित्र (1) में दर्शाये एक सरल RC परिपथ को विचरित करें।

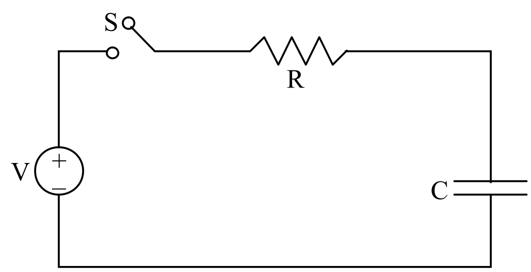


Figure 1

<u>प्रक्रम-1</u> **:** परिपथ में t = 0 पर स्विच S को बन्द किया जाता है व संधारित्र को V_0 वोल्टेज तक पूर्णतः आवेशित किया जाता है (अर्थात् T >> RC समय के लिये आवेशन जारी रहता है) इस प्रक्रिया में प्रतिरोध के सिरों पर कुछ व्यय (E_D) हो जाता है।

प्रक्रम-2 : एक भिन्न प्रक्रम में वोल्टेज को पहले $\frac{V_0}{3}$ तक व्यवस्थित किया जाता है व एक आवेशन समय T >> RC के लिये इसे बनाये रखा जाता है अब इसके पश्चात् वोल्टेज को बढ़ाकर $\frac{2V_0}{3}$ व किया जाता है (संधारित्र को निरावेशित किये बिना) से पुनः इसे T >> RC के लिये व्यवस्थित रखा जाता है प्रक्रम 1 के अनुसार वोल्टेज को V_0 तक आवेशित कर, प्रक्रम को एक से अधिक बार दोहराया जाता है।
इन दोनों प्रक्रमों को चित्र 2 में दर्शाया गया है।
[JEE-Advance-2017]

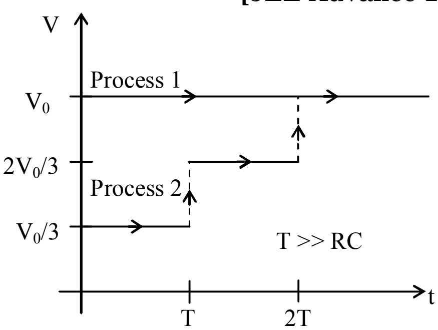


Figure 2

Q.34 प्रक्रम-1 में, संधारित्र E_C में संग्रहित ऊर्जा व प्रतिरोध E_D के सिरों पर व्ययित ऊष्मा, सही रूप से किस प्रकार संबंधित है :

(A) $E_C = E_D \ln 2$ (B) $E_C = \frac{1}{2} E_D$

(C) $E_C = E_D$ (D) $E_C = 2E_D$

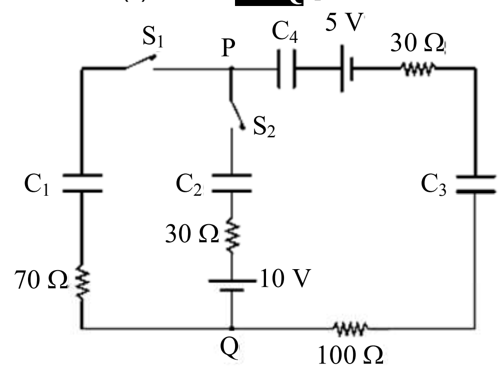
Q.35 प्रक्रम 2 में, प्रतिरोध E_D के सिरों पर कुल व्यतित ऊर्जा है :

(A) $E_D = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}CV_0^2\right)$ (B) $E_D = 3\left(\frac{1}{2}CV_0^2\right)$

(C) $E_D = \frac{1}{2}CV_0^2$ (D) $E_D = 3CV_0^2$

Q.36 एक चल कुंडली गैल्वेनोमीटर में 50 फेरे हैं और हर फेरे का क्षेत्रफल 2×10^{-4} m^2 है। गैल्वेनोमीटर में उपस्थित चुम्बक से 0.02 T का चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न होता है। निलंबन तार का ऐंठन नियतांक 10^{-4} N m rad^{-1} है। गैल्वेनोमीटर में धारा बहने के समय, यदि कुंडली 0.2 rad घूमती है तो गैल्वेनोमीटर में पूर्ण पैमाना विक्षेप होता है। गैल्वेनोमीटर की कुंडली का प्रतिरोध 50Ω है। इस गैल्वेनोमीटर को 0 – 1.0 A की रेंज में धारा के मापन करने योग्य एक ऐमीटर के रूप में परिवर्तित करना है। इसके लिए एक शंट प्रतिरोधक को गैल्वेनोमीटर से पार्श्वक्रम में संयोजित करना पड़ता है। इस शंट प्रतिरोधक का मान ___________ ओम है। **[JEE-Advanced-2018]**

Q.37 प्रदर्शित परिपथ में, आरम्भ में संधारित्रों पर कोई आवेश नही है और कुंजी S_1 और S_2 खुली है। संधारित्रों के मान C_1 = 10 μF, C_2 = 30 μF और $C_3 = C_4$ = 80 μF है निम्नलिखित कथनों में से कौनसा (से) सही है (हैं) ? **MCQ [JEE-Advanced-2019]**



(A) समय t = 0 पर, जब कुंजी S_1 को बंद किया जाता है, तब बंद परिपथ में तात्क्षणिक (instantaneous) धारा का मान 25 mA होगा।

(B) यदि कुंजी S_1 को लंबे समय के लिए इस प्रकार बन्द रखा जाता है कि सभी संधारित्र पूर्ण आवेशित हो जाते है। अब कुंजी S_2 को बन्द किया जाता है तब इस समय पर 30 Ω के प्रतिरोध (P और Q के मध्य) में तात्क्षणिक (instantaneous) धारा का मान 0.2 A होगा। (दशमलव के प्रथम स्थान तक राउंड ऑफ (round off))

(C) यदि कुंजी S_1 को लंबे समय के लिए इस प्रकार बंद किया जाए कि सभी संधारित्र पूर्ण आवेशित हो जाए तब संधारित्र C_1 पर 4 V का विभव होगा।

(D) यदि कुंजी S_1 को लंबे समय के लिए इस प्रकार बन्द किया जाए कि सभी संधारित्र पूर्ण आवेशित हो जाए तब बिन्दु P और Q के मध्य 10 V का विभवान्तर होगा

Q.38 दो एकसमान चलकुंडली धारामापी (galvanometers) जिनके प्रतिरोध 10 Ω है तथा इनमें 2 μA पर पूर्णस्केल विक्षेप (full scale deflection) मिलता है। इनमें से एक को 100 mV पूर्णस्केल मापन योग्य वोल्टमीटर तथा दूसरे को 1 mA पूर्णस्केल मापन योग्य अमीटर में उपयुक्त प्रतिरोधों का प्रयोग करते हुए परिवर्तित करते है। ओम का नियम (Ohm's law) प्रयोग में R = 1000 Ω प्रतिरोध एवं एक आदर्श सेल के साथ इन दोनों का उपयोग विभव और धारा को मापने के लिये किया जाता है। निम्नलिखित कथनों में से कौनसा सही है (हैं) ?
MCQ [JEE-Advanced-2019]

(A) अमीटर के प्रतिरोध का मान 0.02 Ω (दशमलव के द्वितीय स्थान तक राउंड ऑफ 2^{nd} (round off)

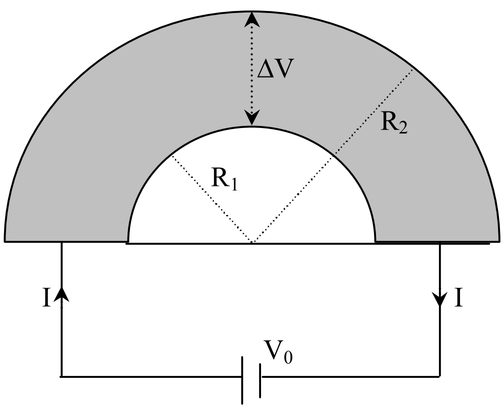
(B) R का मापा गया मान 978 Ω < R < 982 Ω होगा।

(C) यदि आदर्श सेल को दूसरे सेल जिसका आंतरिक प्रतिरोध 5 Ω से बदला जाये तब प्रतिरोध R का मापा गया मान 1000 Ω से अधिक होगा।

(D) वोल्टमीटर के प्रतिरोध का मान 100 kΩ होगा।

Q.39 दर्शाये चित्र में एक अर्द्धवृत्तीय धात्विक पट्टिका की मोटाई t तथा प्रतिरोधकता ρ है। इसकी आंतरिक त्रिज्या R_1 व बाहय त्रिज्या R_2 है यदि V_0 वोल्टेज को इसके दोनों सिरों के मध्य आरोपित किया गया है। एक I धारा प्रवाहित होती है, अतिरिक्त रूप से यह प्रेक्षित किया जाता है कि एक अनुप्रस्थ वोल्टेज ΔV इसकी आंतरित व बाहय सतह के मध्य गतिशील इलेक्ट्रॉनो के पूर्णतः गतिकीय प्रभावों के कारण, विकसित होता है (धारा के कारण किसी भी प्रकार के चुम्बकीय क्षेत्र के प्रभाव को नगण्य मानें) तो (चित्र योजनाप्रारूप है व स्केल नहीं किये गये है)

MCQ **[JEE Advanced 2020]**



(A) $I = \dfrac{V_0 t}{\pi\rho} \ln\left(\dfrac{R_2}{R_1}\right)$

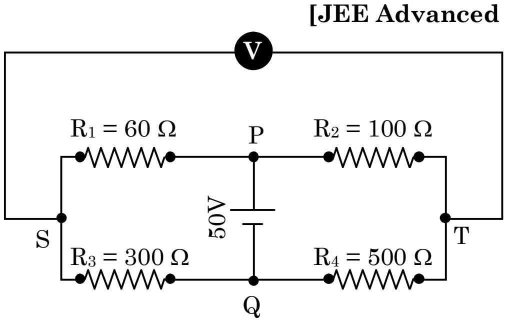
(B) आंतरिक सतह की तुलना में बाहय सतह उच्च वोल्टेज पर है।

(C) आंतरिक सतह की तुलना में बाहय सतह निम्न वोल्टेज पर है।

(D) $\Delta V \propto I^2$

Q.40 संतुलन की स्थिति में, एक व्हीटस्टोन ब्रिज की चारो भुजाओं के प्रतिरोधो के मान नीचे चित्र में दिये गये है। प्रतिरोध R_3 का ताप गुणांक 0.0004 C^{-1} है यदि R_3 के ताप को 100°C द्वारा बढाया जाये तो S व T के मध्य विकसित वोल्टेज .... वोल्ट होगा।

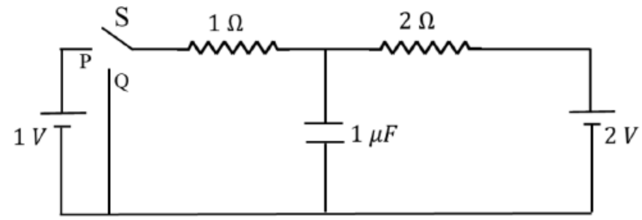
[JEE Advanced 2020]



प्रश्न संख्या 41 व 42 के लिए अनुच्छेद

नीचे दर्शाये गये परिपथ में, स्विच S को लम्बे समय के लिए स्थिति P से संयोजित किया जाता है ताकि संधारित्र पर आवेश q_1 μC हो जाए। फिर S को स्थिति Q पर स्थानान्तरित किया जाता है। लम्बे समय पश्चात्, संधारित्र पर आवेश q_2 μC है।

[JEE Advanced 2021]

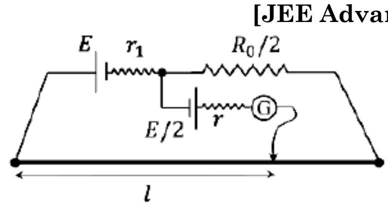


Q.41 q_1 का परिमाण _____है।

Q.42 q_2 का परिमाण ______ है।

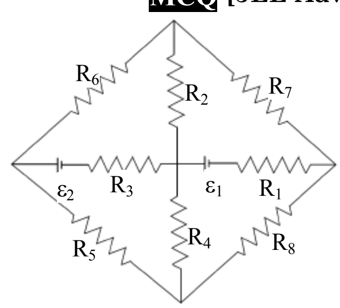
Q.43 वि. वा. ब. E के एक सेल के आंतरिक प्रतिरोध r_1 के मापन के लिए, एक परिपथ में चित्रानुसार तार प्रतिरोध $R_0 = 50\Omega$, के एक मीटर सेतु, एक प्रतिरोध $R_0/2$, वि. वा. व. E/2 के अन्य सेल (आंतरिक प्रतिरोध r) तथा एक गेल्वेनोमीटर G का उपयोग किया जाता है। यदि शून्य विक्षेप बिन्दु l = 72 cm पर पाया जाता है, तब r_1 का मान = ____Ω.

[JEE Advanced 2021]



Q.44 चित्र में R_1 से R_8 वाले 1 Ω के आठ प्रतिरोधों तथा वोल्टता ε_1 = 12 V तथा ε_2 = 6 V वाली दो आदर्श बैटरियों का एक परिपथ दर्शाया गया है।

MCQ **[JEE-Advanced-2022]**



निम्नलिखित में से कौनसा/कौनसे कथन सही है/हैं ?

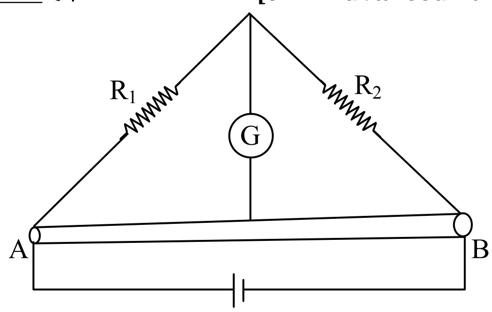
(A) R_1 से प्रवाहित धारा का परिमाण 7.2 A है।

(B) R_2 से प्रवाहित धारा का परिमाण 1.2 Aहै।

(C) R_3 से प्रवाहित धारा का परिमाण 4.8 Aहै।

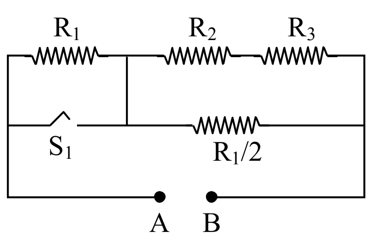
(D) R_5 से प्रवाहित धारा का परिमाण 2.4 Aहै।

Q.45 दो प्रतिरोधों $R_1 = X\ \Omega$ तथा $R_2 = 1\ \Omega$ को चित्रानुसार एकसमान प्रतिरोधकता के एक तार AB से संयोजित किया जाता है तार की त्रिज्या इसके अक्ष के अुनदिश A पर 0.2 mm से B पर 1 mm तक रेखीय रूप से परिवर्तित होती है। इसके अक्ष के अनुदिश प्रत्येक सिरे से 50 cm पर, तार के केन्द्र से संयोजित एक गैल्वेनोमीटर (G) शून्य विक्षेप दर्शाता है जब A तथा B को बैटरी से संयोजित किया जाता है। x का मान _____ है। **[JEE Advanced 2022]**

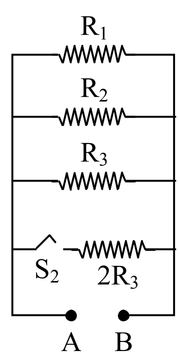


Q.46 चित्रों में दर्शाये गये परिपथ-1 तथा परिपथ-2 में, $R_1 = 1\ \Omega$, $R_2 = 2\ \Omega$ तथा $R_3 = 3\ \Omega$ है। P_1 तथा P_2 परिपथ-1 तथा परिपथ-2 में शक्ति व्यय है जब स्विच S_1 तथा S_2 क्रमशः स्थितियों में है। Q_1 तथा Q_2 परिपथ-1 तथा परिपथ-2 में शक्ति व्यय है जब स्विच व्यय है जब स्विच S_1 तथा S_2 क्रमशः बंद स्थितियों में है।

MCQ **[JEE-Advanced-2022]**



Circuit-1



Circuit-2

निम्नलिखित में से कौनसा/कौनसे कथन सही है/है ?

(A) जब दोनों परिपथों में A तथा B के सिरों पर 6V के एक वोल्टता स्त्रोत को संयोजित किया जाता है, तब $P_1 < P_2$ है।

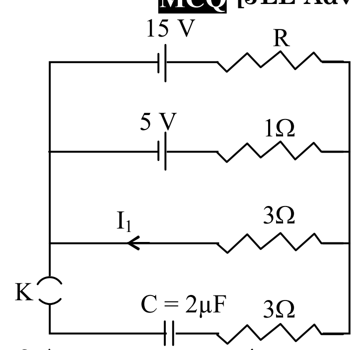
(B) जब दोनों परिपथों में A तथा B के सिरों पर 2 Amp के एक नियत धारा स्त्रोत को संयोजित किया जाता है, तब $P_1 > P_2$ है।

(C) जब परिपथ-1 में A तथा B के सिरों पर 6V के एक वोल्टता स्त्रोत को संयोजित किया जाता है तब $Q_1 > P_1$ है।

(D) जब दोनों परिपथों में A तथा B के सिरों पर 2 Amp के एक नियत धारा स्त्रोत को संयोजित किया जाता है, तब $Q_2 < Q_1$ है।

Q.47 नीचे दर्शाये परिपथ चित्र में संधारित्र C आरम्भिक रूप से अनावेशित है तथा कुंजी K खुली (open) है इस स्थिति में 1 A ऐम्पि. की एक धारा 1 Ω के प्रतिरोध से होकर प्रवाहित होती है। $t = t_0$ समय पर कुंजी बंद की जाती है। निम्न में से कौनसा/से कथन सही हैं ? [दिया है : $e^{-1} = 0.36$]

MCQ **[JEE-Advanced-2023]**



(A) प्रतिरोध R का मान 3 Ω है

(B) $t < t_0$ पर, I_1 धारा का मान 2 A है

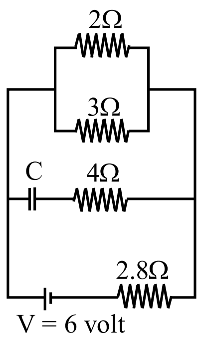
(C) $t = t_0 + 7.2\ \mu s$ पर संधारित्र में धारा 0.6 A है

(D) $t \to \infty$ के लिये, संधारित्र पर आवेश 12 μC है

Exercise (Level) 6

REVIEW EXERCISE

Q.1 परिपथ में दर्शाये 2Ω प्रतिरोध में नियत अवस्था धारा ज्ञात कीजिये (देखे चित्र) बैट्री का आन्तरिक प्रतिरोध नगण्य है तथा संधारित्र C की धारिता $0.2\ \mu F$ है - **[IIT-JEE 1982]**



Q.2 $400\ \Omega$ तथा $800\ \Omega$ के दो प्रतिरोध 6 V की बैट्री के साथ श्रेणीक्रम में जुड़े हुये हैं। परिपथ में धारा को मापा जाता है। इसके लिये एक $10\ \Omega$ प्रतिरोध के अमीटर का उपयोग किया जाता है। एमीटर का पाठ्यांक क्या होगा? इसी प्रकार, यदि $1000\ \Omega$ प्रतिरोध का एक वोल्टमीटर $400\ \Omega$ प्रतिरोध के सिरो पर विभवान्तर मापने के लिये प्रयोग करते है तो वोल्टमीटर का पाठ्यांक क्या होगा ? **[IIT-JEE 1982]**

Q.3 L लम्बाई का एक तार एवं नगण्य आन्तरिक प्रतिरोधों के 3 एक समान सेलों को श्रेणी में जोड़ा जाता है। धारा के कारण तार का ताप t समय में ΔT से बढ़ जाता है। N समान सेलों को अब श्रेणी में समान पदार्थ व समान अनुप्रस्थ काट किन्तु 2L लम्बाई के एक तार से जोड़ा जाता है। तार का ताप अब समान समय t में समान मात्रा ΔT से बढ़ जाता है। N का मान है - **[IIT-JEE 2001]**

(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 9

Q.4 एक कॉपर के टुकड़े तथा एक अन्य जरमेनियम के टुकड़े को कमरे के ताप से 80 K तक ठण्डा किया जाता है। तब - **[IIT-JEE 1988]**

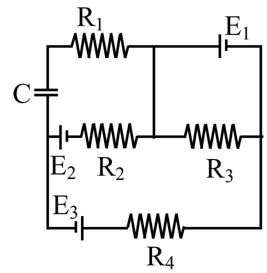
(A) प्रत्येक का प्रतिरोध बढ़ता है

(B) प्रत्येक का प्रतिरोध घटता है

(C) कॉपर का प्रतिरोध बढ़ता है तथा जरमेनियम का प्रतिरोध घटता है

(D) कॉपर का प्रतिरोध घटता है तथा जरमेनियम का प्रतिरोध बढ़ता है

Q.5 दिये गये परिपथ में –
$E_1 = 3, E_2 = 2, E_3 = 6$ volt,
$R_1 = 2\ \Omega, R_4 = 6$ ohm, $R_3 = 2\ \Omega$,
$R_2 = 4$ ohm, $C = 5\mu F$.
R_3 में धारा तथा संधारित्र में संचित ऊर्जा ज्ञात कीजिए – **[IIT-JEE 1988]**



Q.6 एक माइक्रो अमीटर का प्रतिरोध 100Ω है। तथा पूरे पैमाने पर $50\mu A$ की परास देता है। इसे अधिक परास के वोल्टमीटर की भाँति या अधिक परास के अमीटर के लिए काम में लिया जा सकता है, यदि इसमें और प्रतिरोध जोड़ा जाए। अतः सही परास एवं प्रतिरोध का युग्म ज्ञात करो - **MCQ** **[IIT-JEE 1991]**

(A) 50 V परास जब कि $10\ k\Omega$ श्रेणी क्रम में जोड़ा गया है

(B) 10 V परास जब कि $200\ k\Omega$ श्रेणी क्रम में जोड़ा गया है

(C) 5 mA परास जब कि $1\ \Omega$ समान्तर क्रम में जोड़ा गया है

(D) 10 mA परास जब कि $1\ \Omega$ समान्तर क्रम में जोड़ा गया है

Q.7 निम्नलिखित कथन को सावधानी पूर्वक पढ़िये -

Y : ताप बढ़ने के साथ अर्द्धचालक की प्रतिरोधकता घटती है

Z : एक चालकीय ठोस में, ताप बढ़ाने के साथ मुक्त इलेक्ट्रॉनों तथा आयनों के मध्य टक्कर की दर बढ़ती है

निम्नलिखित में से सही कथन को चुनिये **[IIT-JEE 1993]**

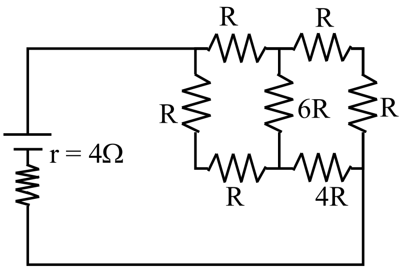
(A) Y सही है लेकिन Z गलत है

(B) Y गलत है लेकिन Z सही है

(C) Y तथा Z दोनों सही है

(D) Y सही है तथा Z, Y के लिये सही कारण है

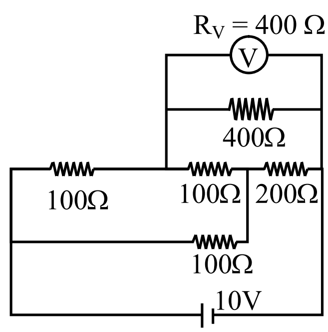
Q.8 एक $4\ \Omega$ आन्तरिक प्रतिरोध की बैटरी को परिपथ से जोड़ा गया है। यदि परिपथ को अधिकतम शक्ति प्रदान करनी हो तो प्रतिरोध R का मान ओम में होगा – **[IIT-JEE 1995]**



(A) $\frac{4}{9}$ (B) 2 (C) $\frac{8}{3}$ (D) 18

Q.9 2.23×10^{-3} kg द्रव्यमान के कॉपर के तार पर 1.7 V वोल्ट का विभवान्तर लगाने पर इसमे 1 ऐम्पियर धारा प्रवाहित होती है। इस तार की लम्बाई तथा परिच्छेद क्षेत्रफल ज्ञात करो। यदि तार को समान रूप से खींचकर इसकी लम्बाई दोगुनी कर दें तो इसका नया प्रतिरोध ज्ञात करो। कॉपर का घनत्व 8.92×10^{3} kg m^{-3} तथा विशिष्ट प्रतिरोध 1.7×10^{-8} Ωm मीटर हैं। **[Roorkee 95]**

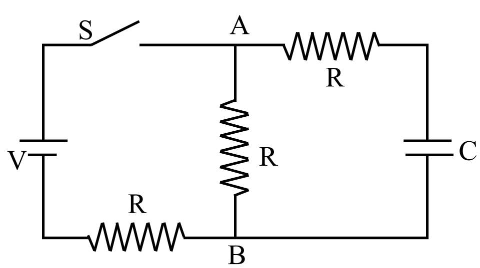
Q.10 एक वैद्युत परिपथ चित्र में दर्शाया गया है। 400 ओम प्रतिरोध के सिरों पर विभवान्तर ज्ञात करों जबकि इसे 400 ओम प्रतिरोध के वोल्टमीटर की सहायता से नापा गया है। **[IIT-JEE 1996]**



Q.11 चित्र में दिखाये गये परिपथ में, बैटरी वि. वा. बल V की एक आदर्श बैटरी है। आरम्भ में संधारित्र अनावेशित है। समय t = 0 पर स्विच S बन्द किया जाता है - **[IIT-JEE 1997]**

(a) समय t पर संधारित्र पर आवेश Q ज्ञात करो

(b) समय t पर AB में धारा ज्ञात करो ? $t \to \infty$ पर इसका सीमान्त मान क्या है ?



Q.12 असमान अनुप्रस्थ काट के एक धात्विक चालक में से एक स्थायी धारा बहती है। चालक की लम्बाई के अनुदिश कौनसी राशियाँ स्थायी हैं – **[IIT-JEE 1997]**

(A) धारा, विद्युत क्षेत्र और अपवहन चाल

(B) केवल अपवहन चाल

(C) धारा और अपवहन चाल

(D) केवल धारा

Q.13 0.1 M Ω प्रतिरोध व 10μF संधारित्र के एक श्रेणी संयोजन को नगण्य प्रतिरोध के 1.5 V के स्त्रोत से जोड़ा जाता है। संधारित्र को 0.75 V तक आवेशित होने के लिए आवश्यक समय लगभग होगा (सेकण्डों में) **[IIT-JEE 1997]**

(A) ∞ (B) $\log_e 2$

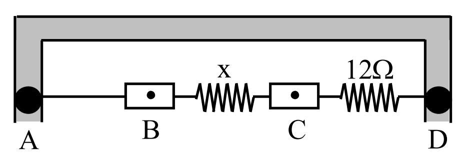
(C) $\log_{10} 2$ (D) शून्य

Q.14 एक पतला समरूप तार AB की लम्बाई 1 m है तथा इसे अज्ञात प्रतिरोध X एवं प्रतिरोध 12 Ω के साथ मोटी चालक पट्टियों की सहायता से चित्रानुसार जोड़ा जाता है। एक बैटरी तथा गेल्वेनोमीटर (sliding jockey के साथ) भी उपलब्ध है। व्हीट स्टोन ब्रिज सिद्धान्त का उपयोग कर अज्ञात प्रतिरोध X का मान ज्ञात करने के लिए कनेक्शन बनाए जाते है। अतः निम्न प्रश्नों के उत्तर दो

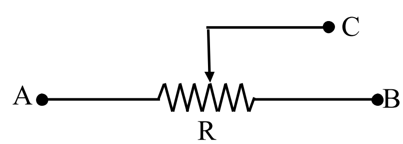
(a) क्या गेल्वेनोमीटर पर धनात्मक एंव ऋणात्मक टर्मिनल है ?

(b) दिए गए चित्र को बैटरी एवं गेल्वेनोमीटर (jockey) से भली प्रकार जोड़ कर अपनी कॉपी में बनाये।

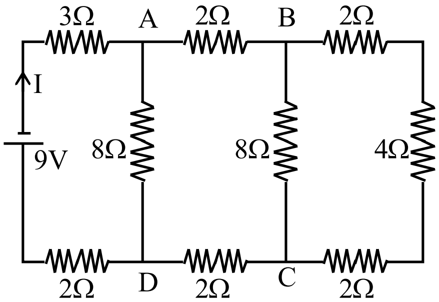
(c) सही कनेक्शन करने के बाद यह पाया गया कि गेल्वेनोमीटर में कोई विक्षेप नहीं होता यदि jockey बिन्दु तार को A से 60 cm की दूरी पर स्पर्श करती है। अतः प्रतिरोध X का मान होगा। **[IIT-JEE 2002]**



Q.15 प्रदर्शित चित्र में बैटरी इस प्रकार से जोड़नी है, कि धारा नियंत्रक विभव–विभाजक की तरह कार्य करें। दर्शाओ की बैटरी किस तरह से जोड़ी जानी चाहिए। यह भी दिखाओं की कौनसे बिन्दुओं पर output प्राप्त किया जा सकता है। **[IIT-JEE 2003]**



Q.16 चित्र में दिखाये गये परिपथ में, वैद्युत धारा – **[IIT-JEE 1998]**



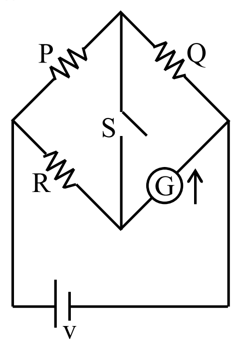
(A) 3Ω प्रतिरोधक में 0.50 ऐम्पियर है

(B) 3Ω प्रतिरोधक में 0.25 ऐम्पियर है

(C) 4Ω प्रतिरोधक में 0.50 ऐम्पियर है

(D) 4Ω प्रतिरोधक में 0.25 ऐम्पियर है

Q.17 दिये गये परिपथ में $P \neq R$, गेल्वेनोमीटर का पाठ्यांक स्विच S के खुले या बन्द होने की स्थिति में समान रहता है, तो – **[IIT-JEE 1999]**



(A) $I_R = I_G$ (B) $I_P = I_G$

(C) $I_Q = I_G$ (D) $I_Q = I_R$

Q.18 ओम के नियम का सत्यापन करने के लिए परिपथ चित्र बनाइये। इसके लिए 100 Ω का एक मुख्य प्रतिरोध एवं 10^6 Ω व 10^{-3} Ω प्रतिरोधों के दो गेल्वेनोमीटर तथा परिवर्ती विद्युत वाहक बल का एक स्त्रोत काम में लीजिए वोल्टमीटर व अमीटर की सही स्थितियों को दर्शाइये। **[IIT-JEE 2004]**

Q.19 एक समान्तर प्लेट संधारित्र को 50 V के विभवान्तर तक आवेशित किया जाता हैं। उसे एक प्रतिरोध से निरावेशित कर देते है। 1 सेकण्ड बाद, प्लेटों के मध्य विभवान्तर 40 V हो जाता है, तो – **MCQ [REE-99]**

(A) 1 सेकण्ड के पश्चात् संचित ऊर्जा का भिन्न 16/25 हो जाता हैं

(B) 2 सेकण्ड के पश्चात् प्लेटों के मध्य विभवान्तर 32 वोल्ट होगा

(C) 2 सेकण्ड के पश्चात् प्लेटों के मध्य विभवान्तर 20 वोल्ट होगा

(D) 1 सेकण्ड के पश्चात् संचित ऊर्जा का भिन्न 4/5 हो जाता हैं

Q.20 एक प्रोटॉन की बौछार V = 600 kv विभवान्तर से त्वरित की जाती है तथा इसके अनुप्रस्थ काट की त्रिज्या r = 5.0 mm है। अतः बौछार की सतह पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता का मान क्या होगा एवं अक्ष एवं सतह के मध्य विभवान्तर का मान भी ज्ञात करो। यदि बौछार धारा I = 50 mA हो।

Q.21 दो प्लेटों के मध्य रिक्त स्थान को पराबैंगनी प्रकाश द्वारा समान रूप से आयनित किया जाता है। प्लेटों के मध्य रिक्त स्थान का आयतन V = 500 cm^3 हो तथा यदि संतृप्त धारा का मान $I_{sat} = 0.48\ \mu A$ हो तो ज्ञात करो।

(a) एकांक समय में एकांक आयतन में आयन युग्मों की संख्या

(b) साम्यवस्था में आयन युग्मों की साम्य सान्द्रता यदि आयनों का पुर्नयुग्मन गुणांक (recombination coefficient) $r = 1.67 \times 10^{-6}\ cm^3/s$ हो।

Q.22 एक तांबे की अर्द्धवृत्ताकार वलय की त्रिज्या 8 cm है तथा त्रिज्या मोटाई 4 cm है तथा अक्षीय मोटाई 6 cm है। वलय का 50ºC पर इसके दोनों सिरों के मध्य प्रतिरोध क्या होगा ? तांबे की 20ºC पर प्रतिरोधकता = 1.724×10^6 Ω-cm है तथा तांबे का प्रतिरोधक ताप गुणांक 0ºC पर = 0.0043 C^{-1} है।

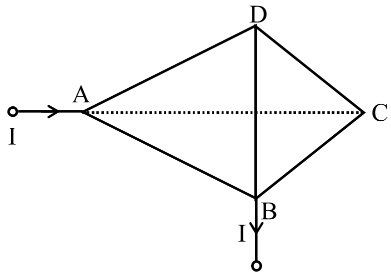
Q.23 (A) एक ऐसा लम्बा बेलनाकार चालक तार लिया जाता है जिसका 20ºC पर प्रतिरोध ताप गुणांक शून्य है।

(a) यदि इस प्रकार का चालक तार लोहे एवं कार्बन की चकतीयों से क्रमागत रूप से मिलकर बना है। कार्बन चकती की मोटाई तथा लोहे की चकती के मोटाई का अनुपात क्या होगा। यह मानते हुए की प्रत्येक चकती में तापमान समान है।

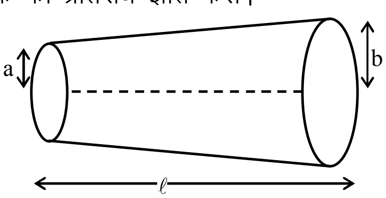
(b) जूल तापन का अनुपात कार्बन चकती एवं लोहे की चकती में क्या होगा ? सभी उत्तर α_c, α_{fe}, ρ_c तथा ρ_{fe},के पदों में ज्ञात कीजिए। जहाँ α_c तथा α_{fe} कार्बन तथा लोहे के प्रतिरोध ताप गुणांक हैं तथा ρ_c तथा ρ_{fe}, 20ºC ताप पर क्रमशः कार्बन व लोहे की प्रतिरोधकता है।

(B) एक चाँदी के 10 m लम्बे, 10^{-8} m^2 अनुप्रस्थ काट के तार को लम्बा लटकाया जाता है तथा इससे 10 N का भार लटकाया जाता है। अतः प्रतिरोध में प्रतिशत वृद्धि (इससे भार लटकाये जाने के पश्चात्) ज्ञात करो। दिया है चाँदी के लिए यंग प्रत्यास्थता गुणांक $7 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$ है। यह मानते हुए कि इस प्रक्रिया में चाँदी की प्रतिरोधकता नियत रहती है।

Q.24 एक तार फ्रेम, जो दर्शाये अनुसार ABCD की आकृति में है, को एक दिष्ट धारा स्त्रोत से जोड़ा जाता है तथा आकृति ABCD की सभी भुजाओं के प्रतिरोध समान है। यदि धारा में अधिकतम परिवर्तन ΔI_{max} लाना हो तो बताइये आकृति की कौनसी भुजा को हटाया जाए। लीडों का प्रतिरोध नगण्य मानिये।

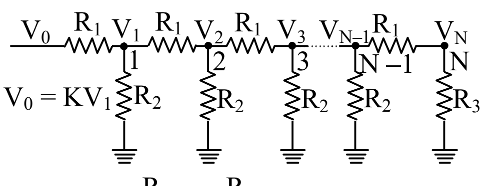


Q.25 एक ℓ लम्बाई का वृत्तीय अनुप्रस्थ काट का चालक चित्र में दर्शाया गया है। अनुप्रस्थ काट की त्रिज्या रेखीय रूप से a से b तक बदलती है। पदार्थ की प्रतिरोधकता ρ है। यह मानते हुए कि $b - a << \ell$, चालक का प्रतिरोध ज्ञात करो।



Q.26 दो चालक सकेन्द्रीय गोलों के मध्य रिक्त स्थान को कम चालक पदार्थ से भरा जाता है तथा गोलों की त्रिज्याऐं a तथा b ($a < b$) है। इस प्रकार के निकाय की धारिता C है। यदि इसे बैटरी द्वारा आवेशित कर बैटरी को हटा दिया जाता है तो विभवान्तर, समय–अन्तराल Δt में η-गुना कम हो जाता है माध्यम की प्रतिरोधकता ज्ञात करो।

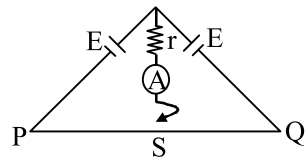
Q.27 R_1 और R_2 से प्रतिरोधों के जाल (नेटवर्क) का निर्माण किया गया है। जैसा कि चित्र में प्रदर्शित है, बिन्दु 1 , 2, 3, ...N पर विभव क्रमशः V_1, V_2, V_3, ...V_N है, जिसमें प्रत्येक का विभव पिछले एक की अपेक्षा k गुना कम है। ज्ञात करो।



(i) k के पदों में $\frac{R_1}{R_2}$ एवं $\frac{R_2}{R_3}$

(ii) V_0, k और R_3 के पदों में धारा जो V_0 के समीप प्रतिरोध R_2 से होकर गुजरती है।

Q.28 चित्र में एकसमान अनुप्रस्थ काट और प्रतिरोध R_0 का एक PQ तार है, जिसकी लम्बाई 1 मीटर है। A एक आदर्श अमीटर है और सेलों का प्रतिरोध नगण्य है। जोकि J S पर सम्पर्क बनाते हुये PQ तार पर स्वतंत्रापूर्वक सरक सकती है। यदि तार PS की लम्बाई f, PQ की $1/n^{th}$ के बराबर है, अमीटर का पाठयांक ज्ञात करो। अमीटर पर अधिकतम और न्यूनतम पाठयांक के लिए f का मान ज्ञात करो।

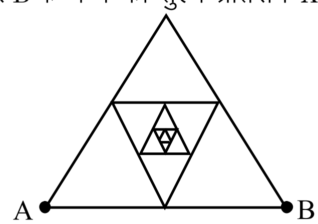


Q.29 R त्रिज्या के बेलनाकार तार में धारा घनत्व इस प्रकार दिया जाता है

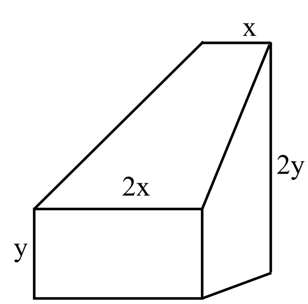
$$J = \begin{cases} J_0\left(\frac{X}{R}-1\right) \text{for } 0 \le x < \frac{R}{2} \\ J_0\frac{X}{R} \text{for } \frac{R}{2} \le x \le R \end{cases}$$

तार में प्रवाहित धारा है–

Q.30 एक फ्रेम एक पतले एकसमान तार से बना है (चित्रानुसार)। यह मानते हुए कि इसमें क्रमागत रूप से बहुत से समबाहु त्रिभुज जुडे है इसमें सम्बन्धित त्रिभुजों की भुजाऐं क्रमागत रूप से आधे से अनन्त तक कम होती गई है। भुजा AB का प्रतिरोध R_0 है। A और B के मध्य का तुल्य प्रतिरोध X ज्ञात कीजिऐ।

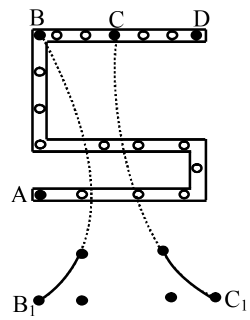


Q.31 एक आइसोट्रोपिक पदार्थ (प्रतिरोधकता ρ) से बना एक चालक आयतीय अनुप्रस्थ काट रखता है। क्षैतिज आयत का आयाम (आकार) रेखीय रूप से, एक सिरे से दूसरे सिरे तक 2x से x तक कम होता हुआ है और ऊर्ध्व आयाम y से 2y तक बढ़ता है (चित्रानुसार)। अक्ष के अनुदिश, चालक की लम्बाई ℓ के बराबर है। एक बैटरी का इस चालक के सिरों पर जोड़ा गया है, तो **MCQ**



(A) चालक के सिरों पर प्रति इकाई लम्बाई ऊष्मा उत्पादन की दर अधिकतम है
(B) प्रति इकाई लम्बाई से ऊष्मा उत्पादन की दर, अनुप्रस्थ काट के मध्य में अधिकतम है
(C) चालक के इलेक्ट्रानों का अनुगमन वेग, अनुप्रस्थ के मध्य में न्यूनतम है
(D) चालक के सिरों पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता समान है

Q.32 दिए गए पोस्ट–ऑफिस बॉक्स में अज्ञात प्रतिरोध जुड़ेगा – **[IIT-JEE 2004]**



(A) A व D के बीच (B) A व C के बीच
(C) C व D के बीच (D) B_1 व C_1 के बीच

Answer Key

EXERCISE (Level-1)

1. (B)	**2.** (C)	**3.** (A)	**4.** (B)	**5.** (B)	**6.** (C)	**7.** (C)
8. (C)	**9.** (B)	**10.** (D)	**11.** (B)	**12.** (B)	**13.** (C)	**14.** (A)
15. (A)	**16.** (C)	**17.** (C)	**18.** (D)	**19.** (B)	**20.** (A)	**21.** (A)
22. (B)	**23.** (C)	**24.** (A)	**25.** (B)	**26.** (B)	**27.** (B)	**28.** (B)
29. (B)	**30.** (B)	**31.** (C)	**32.** (D)	**33.** (B)	**34.** (A)	**35.** (C)
36. (B)	**37.** (B)	**38.** (C)	**39.** (B)	**40.** (D)	**41.** (C)	**42.** (C)

EXERCISE (Level-2)

1. (B)	**2.** (B)	**3.** (B)	**4.** (D)	**5.** (C)	**6.** (D)	**7.** (D)
8. (A)	**9.** (B)	**10.** (B)	**11.** (A)	**12.** (B)	**13.** (C)	**14.** (C)
15. (C)	**16.** (A)	**17.** (B)	**18.** (D)	**19.** (C)	**20.** (B)	**21.** (B)
22. (D)	**23.** (B)	**24.** (A)	**25.** (B)	**26.** (A)	**27.** (C)	**28.** (B)
29. (B)	**30.** (B)	**31.** (C)	**32.** (C)	**33.** (A)	**34.** (D)	**35.** (A)
36. (B)	**37.** (D)	**38.** (C)	**39.** (D)	**40.** (C)	**41.** (D)	**42.** (C)
43. (D)	**44.** (B)					

EXERCISE (Level-3)

1. (D)	**2.** (B)	**3.** (B)	**4.** (B)	**5.** (D)	**6.** (B)	**7.** (B)
8. (D)	**9.** (D)	**10.** (A)	**11.** (C)	**12.** (B)	**13.** (B)	**14.** (B)
15. (A)	**16.** (D)	**17.** (B)	**18.** (B)	**19.** (B)	**20.** (B)	**21.** (B)
22. (C)	**23.** (D)	**24.** (C)	**25.** (B)	**26.** (B)	**27.** (C)	**28.** (B)
29. (C)	**30.** (B)	**31.** (D)	**32.** (C)	**33.** (B)	**34.** (C)	**35.** (B)
36. (C)	**37.** (D)	**38.** (A)	**39.** (C)	40. (A)	41. (B)	42. (B)
43. (C)	44. (A)	45. (B)	46. (A)	47. (C)	48. (C)	49. (B)
50. (A)	51. (D)	**52.** (A)	**53.** (B)	**54.** (D)	**55.** (D)	**56.** (B)
57. (D)	**58.** (C)	**59.** (B)	**60.** (A)	**61.** (B)	**62.** (A)	**63.** (B)
64. (A)	**65.** (A)	**66.** (A)	**67.** (A)	**68.** (C)	**69.** (D)	**70.** (C)
71. (D)	**72.** (D)	**73.** (B)	**74.** (B)	**75.** (A)	**76.** (D)	**77.** (D)
78. (B)	**79.** (D)	**80.** (B)	**81.** (C)	**82.** (D)	**83.** (A)	**84.** (C)
85. (B)	**86.** (A)	**87.** (C)	**88.** (B)	**89.** (Drop by NTA)		**90.** (A)
91. (B)	**92.** (B)	**93.** (D)	**94.** (D)	**95.** (C)	**96.** (D)	**97.** (D)
98. (A)	**99.** (B)	**100.** (B)	**101.** (A)	**102.** (A)	**103.** (C)	**104.** 1
105. (D)	**106.** 12.00	**107.** 3.00	**108.** 8.00	**109.** 4.00	**110.** 780.00	**111.** 14.00
112. (B)	**113.** (C)	**114.** (C)	**115.** 01.50	**116.** (A)	**117.** 36	**118.** (A)
119. (A)	**120.** (A)	**121.** 81	**122.** (D)	**123.** (C)	**124.** (C)	**125.** (D)
126. 5.00	**127.** 4.00					

EXERCISE (Level-4)

Part-A

1. (A,B,C,D) **2.** (A.C) **3.** (A,B,D) **4.** (C,D) **5.** (A,D) **6.** (C,D) **7.** (A,D)
8. (A,D) **9.** (A,C) **10.** (A,B,C) **11.** (A) **12.** (C) **13.** (A,C) **14.** (A,B,C,D)
15. (B,C,D) **16.** (C) **17.** (B,D) **18.** (A,D)

Part-B

19. (A) **20.** (B) **21.** (A) **22.** (A) **23.**(A) **24.** (C) **25.** (A)
26. (A)

Part-C

27. $A \to Q$; $B \to P,Q,R$; $C \to Q$; $D \to P,Q,R,S$ **28.** $A \to Q$; $B \to R$; $C \to S$; $D \to P$
29. $A \to R$; $B \to P, Q, R, S$; $C \to S$; $D \to S$

Part-D

30. (D) **31.** (B) **32.** (D) **33.** (C) **34.** (A) **35.** (A) **36.** (D)
37. (A) **38.** (D) **39.** (B) **40.** (C) **41.** (C) **42.** (C) **43.** (D)

Part-E

44. [(a) 32 Ω (b) 20 V (c) 20 V] **45.** 2 **46.**[(a) (i) $I = \alpha$, (ii) $\phi_A - \phi_B = 0$, (b) (i) 0.3 A (ii) 3A]
47. [(a) 6 V and –4 V, (b) 90%] **48.** [(A) 7 paisa, (b) 9 paisa] **49.** 8
50. [160 cells, mixed grouping ⇒ 4 rows and each row will contain 40 cells]
51. **(a)** [$\frac{V^2}{KR}(1 - e^{-Kt/C})$] **(b)** $\frac{a}{\lambda} i^2 R$ **52.** One **53.** 2 **54.** 8 **55.** $EC\left(1 - \frac{1}{e}\right) + \frac{VC}{e^2}$
56. 2 **57.** 4 **58.** 3 **59.** 1 **60.** 3 **61.** (a) 6 m (b) 1Ω
62. (a) 1.25V

(b) The high resistance to kept the initial current low when null point is being located. This saves the standard cell from damage.

(c) This high resistance does not affect the balance point because then there is no flow of current through the standard cell branch.

(d) The internal resistance of driver cell affects the current through the potentiometer wire. Since potential gradient is changed, therefore, the balance point must be affected.

(e) No, It is necessary that the emf of the driver cell is more than the emf of the cells.

63. 50 Ω or 25 Ω **64.** $Q^2\pi^2R/8T$

EXERCISE (Level-5)

1. $Q_0 = \frac{CVR_2}{R_1 + R_2}$ and $\alpha = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C}$ **2.** The null point at B will give most accurate reading

3. (A) **4.** (A) **5.** (B) **6.** (A) **7.** (A) **8.** (A) **9.** (C)
10. (D) **11.** (A) **12.** $A \to P, Q, S, T; B \to Q; C \to S; D \to S$ **13.** (A) **14.** (C)
15. (D) **16.** (C) **17.** 4 **18.** 2 **19.** (B) **20.** 5 volt **21.** (A,B,C,D)
22. (A, B,D) **23.** (C,D) **24.** 5 **25.** (B,D) **26.** (B) **27.** 1 **28.** (D)
29. (D) **30.** (A,C) **31.** (A,B,C,D) **32.** (D) **33.** (A) **34.** (C) **35.** (A)
36. 5.55 **37.** (A,C) **38.** (A,B) **39.** (A, C, D) **40.** 0.26 **41.** 1.33 μC **42.** 0.67 μC
43. 3 **44.** (A,B,C,D) **45.** 5 **46.** (A,B,C) **47.** (A,B,C,D)

EXERCISE (Level-6)

1. 0.9 A **2.** 4.96 mA, 1.58 volt **3.** (B) **4.** (D)
5. 1.5 A from right to left and energy stored is 1.44×10^{-5}J **6.** (B, C) **7.** (C) **8.** (B)

9. $\ell = 5$m, $A = 5 \times 10^{-8}$, $R_1 = 4\ R = 6.8\ \Omega$ **10.** p.d. $= \frac{20}{3}$ V

11. (a) $Q = \frac{VC}{2}\left(1 - e^{-2t/3RC}\right)$ (b) $I_1 = \frac{V}{2R} - \frac{Ve^{-\frac{2t}{3RC}}}{6R}$, $\lim_{t\to\infty} I_1 = \frac{V}{2R}$ **12.** (D) **13.** (B)

14. (a) Galvanometer has no positive or negative terminals ; (c) 8Ω
15. Output terminals are [A, C] or [B, C] **16.** (D) **17.** (A) **19.** (A, B)
20. [$E = 32$V/m, $\Delta\phi = 0.8$ V] **21.** [(a) 6×10^{9} cm^{-3} s^{-1} (b) 6×10^{7} cm^{3}]

22. [(a) 84.5ºC (b) $2.5 \times 10^{-6}\ \Omega$] **23.** [(a) $\frac{t_c}{t_{fe}} = \frac{-\rho_{fe}}{\rho_C} \times \frac{\alpha_{fe}}{\alpha_c}$, (b) $\frac{H_c}{H_{fe}} = \frac{\alpha_{fe}}{\alpha_C}$, (B) 20/7]

24. [Edge *AB*] **25.** $\frac{\rho I}{\pi ab}$ **26.** [$\rho = 4\pi ab\Delta t / (b - a)$ (C In η]

27. (i) $\frac{(K-1)^2}{K}; \frac{K}{K-1}$ (ii) $\frac{((K-1)/K^2)v_0}{R_3}$ **28.** $\frac{\varepsilon}{r + R_0(f - f^2)}$; for I_{max} f = 0,1 ; I_{min} f = 1/2

29. $\frac{5}{12}\pi J_0 R^2$ **30.** $X = \left(\frac{\sqrt{7}-1}{3}\right)R_0$ **31.** (A,C,D) **32.** (A)

रसायन विज्ञान

Study Material for JEE Main & Advanced preparation

Prepared by Career Point Kota Experts

CAREER POINT

CONTENTS OF THE PACKAGE AT A GLANCE

CHEMISTRY

Class 11

भौतिक रसायन (I)

- परमाणु संरचना
- रसायन के मूलभूत सिद्धान्त
- रेडॉक्स व आयतनमितिय विश्लेषण
- गैसीय अवस्था
- रासायनिक ऊर्जा विज्ञान
- रासायनिक साम्य
- अम्ल क्षार तथा आयनिक साम्य

अकार्बनिक रसायन (I)

- आवर्त सारणी
- रासायनिक बंध
- हाइड्रोजन ,oa mlds ;kSfxd
- s- ब्लॉक तत्व

कार्बनिक रसायन (I)

- वर्गीकरण एवं नामकरण
- समावयवता
- सामान्य कार्बनिक रसायन
- हाइड्रोकार्बन
- ऐरोमेटिक रसायन
- पर्यावरणीय रसायन

Class 12

भौतिक रसायन (II)

- रासायनिक बलगतिकी
- विद्युत रसायन
- ठोस अवस्था
- विलयन
- पृष्ठीय रसायन

कार्बनिक रसायन (II)

[A]

- हैलोजन व्युत्पन्न
- ऐल्कोहॉल, ईथर तथा फिनॉल
- कार्बोनिल यौगिक

[B]

- कार्बोक्सिलिक अम्ल एवं इसके व्युत्पन्न
- नाइट्रोजन यौगिक
- कार्बोहाइड्रेट, अमीनो अम्ल, प्रोटीन एवं बहुलक
- प्रायोगिक कार्बनिक रसायन
- दैनिक जीवन में रसायन

अकार्बनिक रसायन (II)

- p- ब्लॉक तत्व
- लवण विश्लेषण
- संक्रमण तत्व
- धातुकर्म
- उपसहसंयोजी यौगिक

परमाणु संरचना

This chapter covers the following syllabus

- रदरफोर्ड मॉडल
- बोहर मॉडल
- कवांटम संख्यायें
- तत्वों का इलेक्ट्रॉनिक विन्यास (परमाणु क्रमांक 36 तक)
- आफबाउ सिद्धांत
- पाउली का अपवर्जन सिद्धान्त
- हुण्ड्स का अधिकतम बहुलकता का नियम हाइड्रोजन परमाणु का स्पेक्ट्रम
- डी ब्रॉग्ली सम्बंध
- अनिश्चितता सिद्धान्त
- क्वांटम संख्यायें
- s, p और d कक्षकों की आकृति

Revision Plan

Prepare Your Revision plan today!

Exercise Sheet को हल करने के बाद, नीचे दिये गये निर्देशों के अनुसार कृपया निम्न सारणी भरें।

A. नीचे दिये गये स्तम्भ A में उन प्रश्नों की संख्या (QN) को लिखिये जिन्हें आप स्वयं हल करने में असमर्थ रहें।

B. स्तम्भ **A** में लिखे गये प्रश्नों को फेकल्टी से पूछने के पश्चात् इन प्रश्नों के हिन्ट व हल अच्छी तरह लिखकर ऐसे रखें कि रिवीजन के समय उन प्रश्नों की संख्या को आसानी से देखा जा सकें।

C. स्तम्भ **B** में उन प्रश्नों की संख्या को लिखें जिन्हें आप महत्वपूर्ण प्रश्न या अच्छे प्रश्न मानते है।

EXERCISE	COLUMN A	COLUMN B
	Questions unable to solve in first attempt	Good or Important questions
Level-1		
Level-2		
Level-3		
Level-4		
Level-5		
Level-6		

Revision Strategy :

जब कभी आप इस अध्याय का रिवीजन करना चाहों, तो निम्न स्टेप का अनुसरण करें -

Step-1: थ्योरी नोट्स का रिवीजन करें।

Step-2: स्तम्भ A के प्रश्नों को हल करें।

Step-3: स्तम्भ B के प्रश्नों को हल करें।

Step-4: Other Question Bank, Problem book के प्रश्न हल करें।

परमाणु संरचना

1. प्रस्तावना

(a) 'परमाणु' का शब्दिक अर्थ है 'अविभाज्य'

(b) 'परमाणु' तत्व का वह सूक्ष्मतम कण है जो रासायनिक अभिक्रिया में भाग लेता है।

2. डाल्टन का परमाणु सिद्धान्त

द्रव्य के संरक्षण का नियम एवं निश्चित अनुपात का नियम के आधार पर डाल्टन ने परमाणु सिद्धान्त प्रतिपादित किया। इस सिद्धान्त के मुख्य बिन्दु निम्न है : –

(a) प्रत्येक तत्व अनेक सूक्ष्मतम कणों से मिलकर बना होता है, जिन्हे परमाणु कहते है।

(b) एक ही तत्व के परमाणु एक दूसरे के सर्व समान होते है। भिन्न तत्वों के परमाणु एक दूसरे से भिन्न होते है।

(c) एक तत्व के परमाणु का निश्चित द्रव्यमान होता है , लेकिन यह संरचना विहीन होता है।

(d) परमाणु अविभाज्य है अर्थात परमाणु को किसी रीति से अन्य सूक्ष्म कणों में विभाजित नहीं किया जा सकता है।

(e) प्रत्येक तत्व के परमाणु रासायनिक अभिक्रिया में भाग लेकर अणुओं का निर्माण करते है।

(f) दो या दो से अधिक तत्वों के परमाणुओं के संयोग से यौगिक बनते है। किसी यौगिक में उसके अवयव तत्वों के परमाणुओं की संख्याओं का अनुपात नियत, पूर्णाक संख्या में होता है।

2.1 डाल्टन सिद्धान्त के गुण एवं दोष :

2.1.1 गुण :

(a) डाल्टन का सिद्धान्त द्रव्य के संरक्षण का नियम एवं द्रव्यमान पर आधारित अन्य रासायनिक संयोजन के नियमों की व्याख्या करता है।

(b) तत्वों के परमाणु रासायनिक अभिकिया में भाग लेते है। आज भी सत्य है।

2.1.2 दोष :

(a) तत्वों के परमाणु भारों के बारे में कुछ नहीं कहा गया है।

(b) एक ही तत्व के परमाणु आपस में क्यों अभिकिया करते हैं। इसकी व्याख्या नहीं कर पाया।

(c) यदि विभिन्न समस्थानिकों को उपयोग में लाया जाता है , तो निश्चित अनुपात का नियम लागू नहीं होता है।

3. परमाणु की संरचना को जानने के पूर्व प्रयास

3.1 द्रव्य की विद्युत प्रकृति का साक्ष्य :

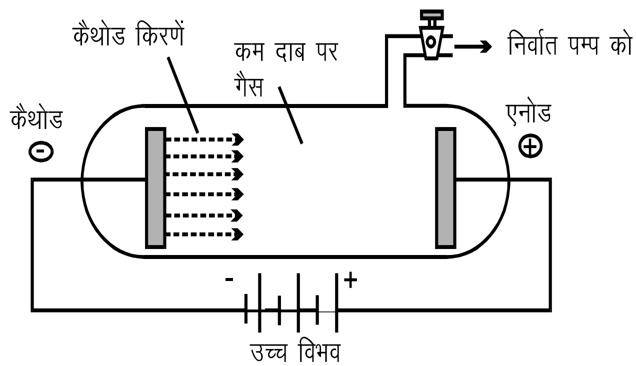
(a) 1833 में माइकल फैराडे ने परमाणु की विद्युत स्वभाव के बारे में प्रथम महत्वपूर्ण सुझाव दिया।

(b) उन्होने देखा कि जब विद्युत अपघट्य (द्रव्य या जलीय अवस्था में) से विद्युत प्रवाहित की जाती है। तो रासायनिक परिवर्तन होते हैं।

(c) इस विधि को विद्युत अपघटन कहा जाता है।

(d) 1874 में स्टोनी ने कहा कि द्रव्य के समान विद्युत छोटी–छोटी विलग इकाइयों से मिलकर बना होता है। इन इकाइयों को स्टोनी ने इलेक्ट्रॉन नाम दिया।

3.2 कैथोड किरणें : इलेक्ट्रॉन की खोज



(a) विसर्जन नलिका में बहुत कम दाब पर गैसों से विद्युत प्रवाहित की गयी, तो इलेक्ट्रॉन की खोज हुई।

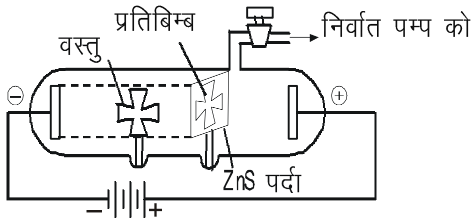
(b) 1859 में जूलियस प्लकर ने विर्सजन नली में बहुत कम दाब (10^{-4} atm.) पर गैसों से विद्युत प्रवाह के अध्ययन को शुरू किया।

(c) जब दोनों इलेक्ट्रोडों के बीच लगभग 10,000 वोल्ट या अधिक वोल्ट का विभान्तर लगाया गया। कुछ अदृश्य किरणें ऋणात्मक इलेक्ट्रोड से धनात्मक इलेक्ट्रोड की ओर जाती है। इन किरणों को कैथोड़ किरणें कहते है।

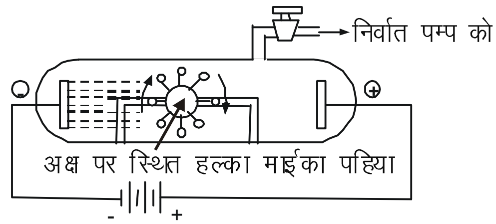
(d) विलियम क्रुक्स, पेरिन, जे जे थॉमसन एंव अन्य वैज्ञानिकों ने कैथोड किरणों के गुणों का अध्ययन किया।

(e) कैथोड किरणों के मुख्य गुण निम्नलिखित है।

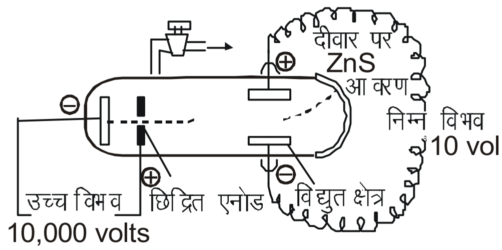
(i) कैथोड किरणें सीधी दिशा में चलती है क्योंकि अपने मार्ग में रखी किसी अपारदर्शी वस्तु की छाया सामने वाली दीवार पर बनाती है।



(ii) कैथोड किरणें यान्त्रिक प्रभाव उत्पन्न करती है। यदि एक छोटे एंव हल्के पहिए को इलेक्ट्रोडों के मध्य रख दिया जाता है। तो वह घूमता है। इससे यह सिद्ध होता है कि कैथोड किरणें सूक्ष्म द्रव्य कणों से मिलकर बनी होती है।



(iii) जब विद्युतीय और चुम्बकीय क्षेत्र कैथोड किरणों पर लगाए जाते हैं तो किरणों का विक्षेपण बताता है कि वह ऋणावेशित कणों से मिलकर बनी होती है।



(iv) जब कैथोड किरणें कठोर धातुओं जैसे टंगस्टन, ताँबा आदि से टकराती है तो X - किरणें उत्पन्न होती है।

(v) जब कैथोड किरणें धातु के पतली पन्नी से टकराती है, तो पन्नी गर्म हो जाती है।

(vi) कैथोड किरणें जब विर्सजन नली की काँच की दीवार से टकराती है तो दीवार पर हरे रंग के प्रकाश की चमक उत्पन्न होती है। जब कैथोड किरणें ZnS पर्दे पर टकराती है तो प्रकाश उत्पन्न होता है।

(vii) कैथोड किरणें एल्युमिनियम एंव अन्य धातुओं की पतली चदरों से पार गुजरती है।

(viii) वे फोटोग्राफिक प्लेटों को प्रभावित करती है।

(f) जे जे थॉमसन ने कैथोड किरणों के कणों पर उपस्थित ऋणावेश एंव उनकी मात्रा का अनुपात (e/m) ज्ञात किया। यह अनुपात विर्सजन नलिका के इलेक्ट्रोडों के प्रदार्थ या नली में उपस्थित गैस की प्रकृति पर निर्भर नहीं करता है, यह नियत रहता है। ($e/m = 1.7588 \times 10^8$ कूलॉम प्रति ग्राम)

(g) मिलिकन ने तेल बूँद विधि के द्वारा इलेक्ट्रॉन का आवेश (e) ज्ञात किया जो कि 1.6022×10^{-19} कूलॉम पाया गया। चूँकि इससे कम ऋण आवेश किसी अन्य पर नहीं पाया गया है। अतः इलेक्ट्रॉन के आवेश को इकाई ऋण आवेश भी कहते है।

अतः इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान (m)

$$= \frac{e}{e/m} = \frac{1.6022 \times 10^{-19}}{1.7588 \times 10^{8}} = 9.1096 \times 10^{-28}\, g$$

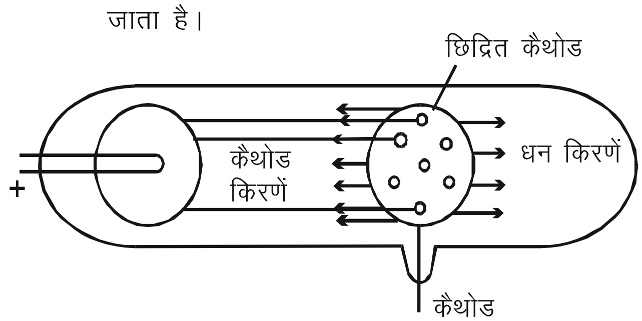
$$= 9.1096 \times 10^{-31}\ kg$$

3.3 धनात्मक किरणें या एनोड किरणें - प्रोटॉन की खोज

(a) परमाणु में धनात्मक आवेशित कण की उपस्थिति सर्वप्रथम ई. गोल्डस्टीन ने 1886 में दर्शायी।

(b) गोल्डस्टीन ने इस प्रयोग की छिद्राकार कैथोड के साथ पुनरावृत्ति की।

(c) जब इलेक्ट्रोडों के मध्य उच्च विभव लगाया गया तो पाया कि कैथोड से एनोड की तरफ किरणों के प्रवाह के साथ साथ एनोड से कैथोड की तरफ भी गति करते हैं जो कैथोड के छिद्रों के आरपार निकल जाते हैं। जिसे कैनाल किरणें या एनोड किरणें कहा जाता है।



(d) एनोड किरणों के निम्न लक्षण है :–

(i) एनोड किरणें उच्च वेग से सीधी रेखा में गमन करती है तथा अपने पथ में उपस्थित वस्तु की छाया निर्मित होती है।

(ii) चुम्बकीय या विद्युत क्षेत्र द्वारा इनका विक्षेपण कैथोड किरणों से विपरीत होता है, अर्थात ये धनावेशित होती है।

(iii) इन किरणों में गतिज ऊर्जा होती है। तथा ये उष्मीय प्रभाव दर्शाती है।

(iv) इनका e/m अनुपात इलेक्ट्रॉन से कम है।

(v) कैथोड किरणों से विपरीत इनका e/m अनुपात विर्सजन नलिका में भरी गैस की प्रकृति पर निर्भर करता है। अर्थात गैस बदलने पर अनुपात भी बदल जाता है।

(vi) ZnS पर्दे पर टकराने पर प्रकाश की चमक उत्पन्न करती है।

(vii) ये किरणें पतली धात्विक पन्नी को ही पार कर सकती है।

(viii) ये गैसों का आयनीकरण करने में सक्षम है।

(ix) ये भौतिक तथा रासायनिक परिवर्तन उत्पन्न करती है।

(e) जे जे थॉमसन ने 1906 में कणों का e/m अनुपात शुद्धता से निकाला, हाइड्रोजन के लिए e/m अनुपात अधिकतम प्राप्त हुआ, क्योंकि यह सबसे हल्का कण है। इसका मान + 9.579 x 10^4 कूलॉम प्रति ग्राम होता है।

(f) e/m का मान किसी भी धनात्मक कणों में हाइड्रोजन के लिए अधिकतम होता है अतः हाइड्रोजन परमाणु से उत्पन्न धनात्मक कण मूलभूत कण है। इस कण को रदरफोर्ड ने प्रोटॉन नाम 1911 में दिया।

(g) प्रोटॉन पर आवेश का मान +1.602 x 10^{-19} कूलॉम होता है। इसे इकाई आवेश माना जाता है।

(h) प्रोटॉन का द्रव्यमान 1.672 x 10^{-27} kg अथवा 1.0072 amu है।

(i) प्रोटॉन को अधिपरमाणु कण के रूप में परिभाषित किया गया, जिसका द्रव्यमान 1 amu तथा आवेश +1 इकाई है।

3.4. थॉमसन का परमाणु मॉडल :

यह परमाणु में इलेक्ट्रॉन एंव प्रोटॉन की व्यवस्था दर्शाता है। इसके मुख्य बिन्दू निम्न है।

(a) इलेक्ट्रॉन तथा प्रोटॉन की खोज के बाद उनकी परमाणु में व्यवस्था ज्ञात की गयी। उसका प्रथम प्रयास जे जे थॉमसन द्वारा किया गया जिसे थामसन का परमाणु मॉडल कहते है।

(b) इन्होने दर्शाया कि धनावेश पूरे परमाणु गोले में फैला हुआ है। (जिसकी त्रिज्या 10^{-8} सेमी है) जिसमें इलेक्ट्रॉन बीच बीच में उपस्थित रहकर इसे उदासीन बनाते है।

(c) यह मॉडल रदरफोर्ड के α-कण प्रकीर्णन के प्रायोगिक परिणामों को समझा नहीं सका अतः असफल रहा।

उदाहरण परमाणु संरचना पर आधारित

उदा.1 कैथोड किरणों के लिए e/m का मान

(A) विसर्जन नलिका में भरी गैस तथा एनोड की प्रकृति से प्रभावित नहीं होता है।

(B) स्थिर रहता है।

(C) –1.7588 x 10^8 कूलॉम / ग्राम

(D) निम्नतम होता है जबकि विर्सजन नलिका में हाइड्रोजन गैस भरी जाती है।

हल. (A), (B), (C)

उदा. 2 निम्न में किसका e/m अनुपात उच्चतम होता है

(A) He^{2+} (B) H^+

(C) He^{1+} (D) H

हल. (B)

उदा.3 निम्न कणों को e/m अनुपात के बढ़ते क्रम में व्यवस्थित करो : इलेक्ट्रॉन (e), प्रोटान (p), न्युट्रॅान (n) तथा α -कण (α)

(A) n, p, e, α (B) n, α, p, e

(C) n, p, α, e (D) e, p, n, α

हल. (B)

(B)	इलैक्ट्रॉन	प्रोटोन	न्यूट्रॉन	α -कण
e	1 इकाई	1 इकाई	शून्य	2 इकाई
m	1/1837 इकाई	1 इकाई	1 इकाई	4 इकाई
e/m	1837	1	शून्य	1/2.

उदा. 4 न्यूट्रान का द्रव्यमान, इलेक्ट्रॉन के द्रव्यमान से .... गुणा होता है।

(A) 1840 (B) 1480

(C) 2000 (D) कोई नहीं

हल. (A) न्यूट्रान का द्रव्यमान = 1.675 x 10^{-27} kg, इलेक्ट्रॉन के द्रव्यमान = 9.108 x 10^{-31} kg.

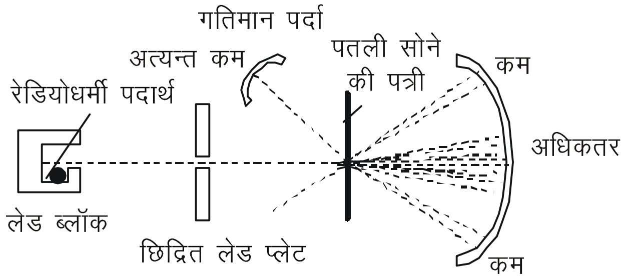
4. रदरफोर्ड का प्रयोग - (नाभिक की खोज)

रदरफोर्ड ने परमाणु पर रेडियम से उत्पन्न अत्यधिक वेग युक्त धनावेशित α-कणों की बौछार की तथा निम्न प्रेक्षण दिए जोकि प्रयोग पर आधारित है।

(a) अधिकतर α - कण (लगभग 99%) बिना विक्षेपित हुए सीधी रेखा में आर–पार निकल जाते हैं।

(b) कुछ α - कण परमाणु के केन्द्र से अत्यधिक नजदीक से गुजरते है तथा छोटे से कोण से विक्षेपित होते हैं।

(c) बहुत ही कम कण उसी पथ से लौट आते हैं (180°)



4.1 मुख्य निष्कर्ष :

(a) अधिकतर α - कण सीधे गुजर जाते है, अर्थात परमाणु का अधिकतम भाग रिक्त हैं।

(b) परमाणु का केन्द्र धनावेशित हैं जिसे नाभिक कहते हैं, जो धनावेशित α -कणों को प्रतिकर्षित करता हैं। जिससे α - कणों की दिशा बदलती हैं।

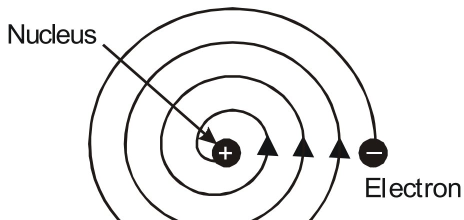
(c) परमाणु का सम्पूर्ण भार नाभिक में निहित है जिसका आकार बहुत ही छोटा 10^{-13} cm हैं। यह दर्शाता है कि नाभिक का आकार पूर्ण परमाणु के आकार से 10^{-5} गुणा छोटा हैं।

(d) परमाणु के पूर्ण आकार और आयतन की तुलना में नाभिक का आकार अत्यन्त छोटा होता हैं।

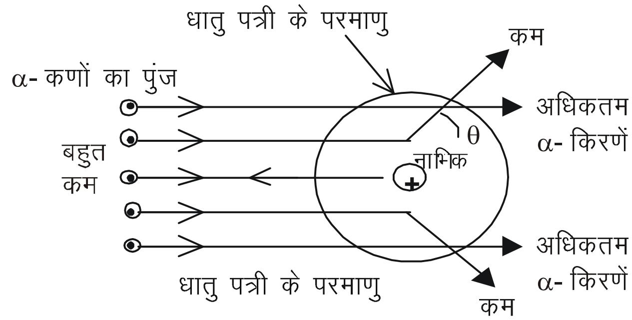
(e) जैसे जैसे परमाणु क्रमांक बढ़ता है विक्षेपण कोण (θ) भी बढ़ता हैं।

4.2 रदरफोर्ड मॉडल की कमियाँ :

(a) क्लार्क मैक्सवेल के विद्युत चुम्बकीय सिद्धांत के अनुसार प्रत्येक आवेशित कण घमूते समय चुम्बकीय विकिरण के कारण अपनी ऊर्जा का ह्रास करता हैं अतः नाभिक के चारों ओर घूमने वाला इलेक्ट्रॉन भी विद्युत चुम्बकीय विकिरण के कारण अपनी ऊर्जा का निरन्तर ह्रास करेगा और उसकी गति निरन्तर कम होती चली जायेगी तथा वह सर्पिलाकार गति करता हुआ नाभिक के निकट आता जायेगा और अन्ततः इस में गिर जाएगा लेकिन यह संभव नही हैं क्योकि परमाणु पर्याप्त स्थाई हैं।



(b) परमाणु रेखीय स्पेक्ट्रम देते है जबकि यदि इलेक्ट्रॉन के परिक्रमण से निरन्तर ऊर्जा का उत्सर्जन होता



है जो रेखीय स्पेक्ट्रम के स्थान पर सतत् निश्चित आकृति का स्पेक्ट्रम प्राप्त होना चाहिए था।

उदाहरण **रदरफोर्ड मॉडल पर आधारित**

उदा.5 रदरफोर्ड का प्रकीर्णन प्रयोग निम्न से सम्बन्धित हैं

(A) नाभिक (B) परमाणु

(C) इलेक्ट्रॉन (D) न्यूट्रॉन

उत्तर. **(B)**

हल. यह परमाणु की संरचना के निर्धारण से सम्बन्धित हैं।

उदा. 6 जब रजत की पतली पन्नी पर α-कणों की बौछार की जाती है तो अधिकतर कण सीधे आर–पार निकल जाते हैं जबकि कुछ कण विक्षेपित होते है क्योंकि –

(A) α-कणों तथा इलेक्ट्रॉन का आकर्षण पर्याप्त नहीं होता हैं,

(B) नाभिक का आयतन परमाणु के आयतन से अत्यन्त ही निम्न हैं,

(C) उच्च वेग युक्त α-कणों पर प्रतिकर्षण बल बहुत कम होता हैं।

(D) नाभिक में उपस्थित न्यूट्रॉन, α-कणों पर कोई प्रभाव नहीं दर्शाते हैं

उत्तर. **(B)**

हल. यह इस प्रयोग का तर्क संगत निष्कर्ष हैं।

5. मोजले का प्रयोग तथा परमाणु क्रमांक संकल्पना

(a) रोटंजन द्वारा X-किरणों की खोज के बाद, मोजले ने एल्यूमिनियम से गोल्ड (कनक) तक के 38 तत्वों के X-किरण स्पेक्ट्रा का निरीक्षण किया

(b) उन्होने स्पेक्ट्रम की निश्चित श्रेणियों (K श्रेणी की α-रेखाओं का) की आवृति का आंकलन किया।

(c) उन्होने पाया कि निश्चित स्पेक्ट्रम रेखा की आवृति तत्व के परमाणु क्रमांक में वृद्धि के साथ बढ़ती हैं।

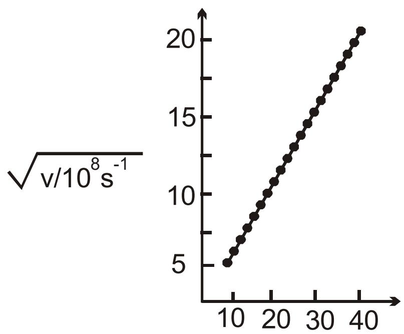
परन्तु अन्त में पाया कि निश्चित रेखा की आवृति आवर्त सारणी में तत्व के क्रमांक से सम्बन्धित हैं अर्थात X – किरणों की आवृति का वर्गमूल, धातु परमाणु के नाभिकीय आवेश (Z) के समानुपाती होता हैं।

(d) उन्होने (Z) को परमाणु क्रमांक मानकर निम्न सम्बन्ध दिया

$\sqrt{\nu}$ = a (Z - b) जहाँ ν = X-किरण की आवृति

Z = परमाणु क्रमांक तथा a व b = स्थिरांक हैं।

यह सम्बन्ध निम्नलिखित ग्रॉफ को प्रदर्शित करता है।



5.1 परमाणु क्रमांक / परमाणु संख्या (Z)

नाभिकीय आवेश की संख्या उस धातु के परमाणु क्रमांक के बराबर होती हैं। विद्युत उदासीन होने के कारण परमाणु में प्रोटॉन की संख्या ऋणावेशित इलेक्ट्रॉनों के समान होती हैं। अर्थात्

परमाणु क्रमांक = परमाणु में उपस्थित प्रोटॉनों की संख्या **या** परमाणु में उपस्थित इलेक्ट्रॉनों की संख्या

5.2 द्रव्यमान संख्या (A) : –

द्रव्यमान सख्या परमाणु में उपस्थित प्रोटॉन तथा न्यूट्रॉन की संख्या का योग हैं जो पूर्णाक होता हैं।

द्रव्यमान सख्या = प्रोटॉन की संख्या (Z) + न्यट्रॉन की संख्या (n)

A = P + n या A = Z + n

जहाँ : -

A = द्रव्यमान संख्या

P = प्रोटॉन की संख्या

n = न्यूट्रॉन की संख्या

Z = परमाणु क्रमांक संख्या

परमाणु भार = परमाणु क्रमांक + न्यूट्रॉन की संख्या

जैसे –	$_8O^{16}$	$_7N^{14}$	$_{11}Na^{23}$
प्रोटॉन	8	7	11
न्यूटॉन	8	7	12
परमाणु भार	16	14	23

जबकि न्यूट्रॉन तथा प्रोटॉन का भार एक पूर्णाक संख्या नहीं हैं अतः परमाणु भार भी पूर्णाक नहीं होता हैं।

उदाहरणार्थ : ऑक्सीजन समस्थानिक की द्रव्यमान संख्या 17 व 18 है जबकि इनका परमाणु भार क्रमश 17.00045 तथा 18.0037 हैं।

6. न्यूट्रॉन

(a) यह रदरफोर्ड द्वारा परमाणु संरचना की व्याख्या के 20 वर्ष बाद खोज की गयी।

(b) यह पाया गया कि हाइड्रोजन को छोडकर सभी परमाणुओं में परमाणु भार परमाणु क्रमांक से अधिक होता है। 1920 में रदरफोर्ड ने सुझाव दिया कि परमाणु में कम से कम एक तीसरे प्रकार का मूलभूत कण होना चाहिए।

(c) यह विद्युत उदासीन होना चाहिए और इसका भार लगभग प्रोटॉन के बराबर होता है। उन्होने इसका नाम प्रोटॉन प्रतिपादित किया।

(d) जैम्स चैडविक (1932), ने बेरिलियम पर α – कणों की बौछार द्वारा विद्युत तथा चुम्बकीय उदासीन विकिरण प्राप्त किये।

(e) नाभिकीय अभिक्रिया निम्न प्रकार सम्पन्न होती हैं।

$${}^{9}_{4}Be + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{1}_{0}n$$

(f) न्यूट्रॉन अधिपरमाण्विक कण है जिसका द्रव्यमान 1.675 x 10^{-24} ग्राम या लगभग 1 amu अर्थात लगभग प्रोटॉन के द्रव्यमान के बराबर तथा इस पर कोई आवेश नहीं होता हैं।

7. अन्य मूलभूत कण

प्रोटानों, न्यूट्रानों एवं इलेक्ट्रॉन के अलावा अन्य मूलभूत कणों की खोज की गयी, कुछ इनमें स्थायी है (इलेक्ट्रॉन, एण्टीप्रोटान, पॉजिट्रान, न्यूट्रिनों, फोटोन, ग्रेविटॉन) जबकि अन्य अस्थायी कण है। (न्यूट्रॉन, मिसान) कणों के मुख्य लक्षण निम्न है।

उदाहरण **मोजले के प्रयोग एवं अन्य मूलभूत कणों पर आधारित**

उदा.7 एण्टि कैथोड के रूप में प्रयुक्त एक तत्व 2500 sec^{-1} आवृति की X – विकिरण उत्पन्न करता हैं, तो प्रयुक्त तत्व का परमाणु क्रमांक है (यदि a = b = 1)–

(A) 51 (B) 49

(C) 56 (D) 72

उत्तर. **(A)**

हल. $Z = \sqrt{\nu} + 1$ (ν = आवृति)

So $Z = \sqrt{2500} + 1 = 51$

उदा.8 जब बेरिलियम पर α – कणों की बौछार की जाती है तो उच्च भेदन क्षमता की विकिरण उत्पन्न होती हैं जो विद्युत तथा चुम्बकीय क्षेत्र द्वारा भी विक्षेपीत नहीं होती, ये हैं –

(A) प्रोटॉन (B) α-विकिरण
(C) न्यूट्रॉन (D) X-विकिरण

उत्तर **(C)**

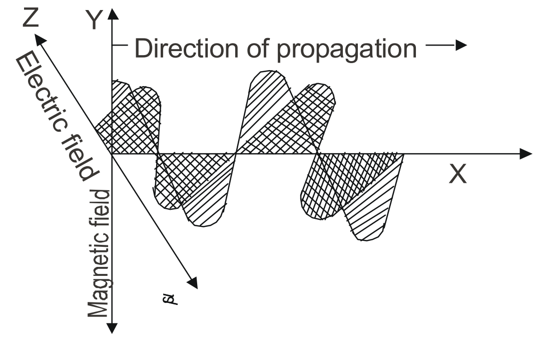
हल. न्यूट्रॉन

8. विद्युतचुम्बकीय विकिरण

प्रकाश तथा अन्य प्रकार की ऊर्जा विकिरणें तरंगो के रूप में बिना किसी माध्यम के गति कर सकती है। ये विकिरण आवेशित कण के चुम्बकीय क्षेत्र में गतिशील होने या चुम्बक के विद्युत क्षेत्र में गतिशील होने पर उत्पन्न होती हैं।

जैसे α – विकिरण γ – विकिरण, कॉस्मिक किरणें, साधारण प्रकाश किरणें आदि।

8.1 विद्युत चुम्बकीय विकिरण के लक्षण :

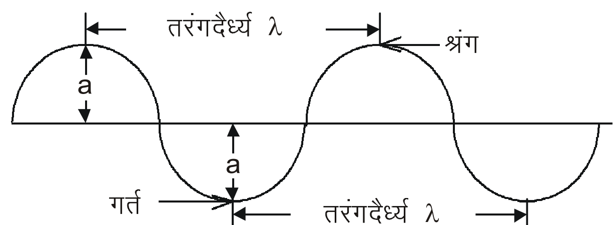


(a) सभी विद्युत चुम्बकीय विकिरण एक ही समान वेग प्रकाश वेग से गति करती हैं।

(b) इनकों स्थानान्तरण के लिये माध्यम की आवश्यकता नहीं होती।

(c) ये विद्युत तथा चुम्बकीय क्षेत्रों की बनी होती है। जो एक दूसरे से समकोण पर तथा गति की दिशा के भी दोनों क्षेत्र समकोण होते हैं।

8.2 विद्युत चुम्बकीय विकिरण की विशेषताऐं



कण	चिन्ह	प्रकृति	आवेश (in esu) x 10^{-10}	द्रव्यमान (in amu)	आविष्कारक
पॉजिट्रॉन	e^+, $1e^0$, β^+	+	+ 4.8029	0.0005486	एन्डरसन (1932)
न्यूट्रिनों	υ	–	0	< 0.00002	पॉली
एण्टीप्रोटोन	p^-	–	4.8029	1.00787	चैम्बरलिन सुगरी और व्हेलैड (1955)
फोटोन	$h\upsilon$	0	0	0	प्लेन्क
ग्रेविटॉन	G	0	0	0	
धनावेशित म्यू मिसॉन	μ^+	+	+ 4.8029	0.1152	युकावा (1935)
ऋणावेश म्यू मिसॉन	μ^-	–	– 4.8029	0.1152	युकावा (1935)
धनावेश पाई मिसॉन	π^+	+	+ 4.8029	0.1514	
ऋणावेश पाई π^- मिसॉन	–	–	+ 4.8029	0.1514	पावेल (1947)
उदासीन पाई मिसॉन	π^0	0	0	0.1454	

1 amu = 1.66×110^{-27} Kg 1 कूलॉम = 3×10^9 esu

(a) **आवृति (ν) :** – एक सैकण्ड में निश्चित स्थान से गुजरने वाली तरंगो की संख्या को आवृति कहते हैं जिसे कम्पन्न प्रति सैकण्ड (Cycle per second - cps) या हर्टज में व्यक्त किया जाता हैं।

$$\nu = \frac{c}{\lambda}$$

नोट *:* – तरंग श्रृंगों व गर्तो से बनी होती है। दो क्रमागत श्रृंगों (crusts) या गर्तो (troughs) से एक तरंग बनती हैं।

(b) **तरंग दैर्ध्य (Wave lengh – λ) :** – दो क्रमागत श्रृंगो तथा गर्तो के मध्य की दूरी को तरंग दैर्ध्य कहते हैं। जैसा कि चित्र में दर्शाया गया हैं। इसे लेम्डा (λ) द्वारा प्रदर्शित किया जाता हैं। मात्रक एन्गस्ट्राग (Å) या नैनोमीटर (nm) हैं।

1 Å = 10^{-10} m या 10^{-8} cm

1 nm = 10^{-9} m या 10^{-7} cm

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

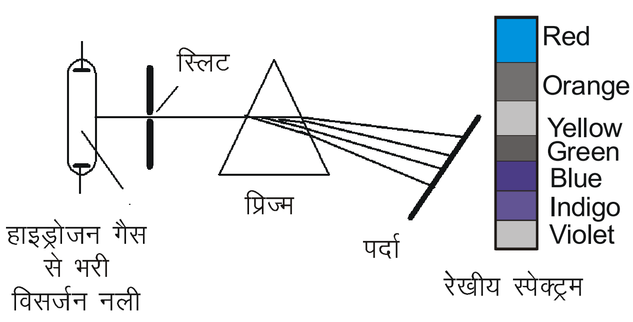
(c) **तरंग संख्या (Wave No. – $\bar{\nu}$) :** – एक सेमी. में उपस्थित तरंगो की संख्या को तरंग संख्या कहते हैं यह तरंग दैर्ध्य का व्युत्क्रम होती हैं। मात्रक cm^{-1} है।

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} \qquad \nu = \frac{c}{\lambda} = c\bar{\nu}$$

(d) **आयाम (Amplitude – a) :** – तरंग की औसत बिन्दु से गर्त की अधिकतम गहराई या श्रृंग की अधिकतम ऊँचाई को आयाम कहते हैं।

(e) **तरंग वेग (Velocity – v) :** – प्रति सैकण्ड तरंग द्वारा तय की गई दूरी को तरंग वेग कहते हैं। इसे m/s मात्रक द्वारा दर्शाया जाता हैं। प्रकाश के वेग को 'c' द्वारा दर्शाते हैं।

9. सौर स्पेक्ट्रम



(a) जब प्रकाश को प्रिज्म से गुजारा जाता है तो वह तरंग दैर्ध्य के आधार पर प्रकीर्णित (Split) हो जाता हैं। प्रकाश के विभिन्न रंगो के बैण्ड को उत्सर्जन स्पेक्ट्रम कहते हैं तथा काले रंग के बैण्ड (पट्टे) को अवशोषण स्पेक्ट्रम कहते हैं।

(b) प्रकाश का विभिन्न रंगो में विभक्त होना उत्सर्जन स्पेक्ट्रम कहलाता हैं।

(c) विद्युत–चुम्बकीय विकिरणों की उनके बढ़ते या घटते तरंग दैर्ध्य के आधार पर व्यवस्था विद्युत–चुम्बकीय स्पेक्ट्रम कहलाता हैं।

10. परमाणु स्पेक्ट्रा या रेखीय स्पेक्ट्रा

यह दो प्रकार का हैं।

10.1 उत्सर्जन स्पेक्ट्रम (Emission spectrum):

पदार्थ उच्च ताप पर गर्म करने पर या उच्च ऊर्जा देने पर वह उत्तेजित होकर विकिरण उत्सर्जित करता हैं। जब इन विकिरणों को स्पेक्ट्रोस्कोप द्वारा विश्लेषण किया जाता हैं तो स्पेक्ट्रम रेखाऍं प्राप्त होती हैं। पदार्थ को निम्न प्रकार उत्तेजित किया जा सकता हैं –

(i) उच्च ताप पर गर्म करके,

(ii) गैस को अत्यन्त निम्न दाब पर विसर्जन नलिका में भर कर उसमें विद्युत धारा प्रवाहित करके,

(iii) धात्विक तन्तु में से विद्युत–धारा प्रवाहित करके,

उत्सर्जन स्पेक्ट्रा तीन प्रकार के होते हैं –

(i) सतत् स्पेक्ट्रम (Continuous spectrum)

(ii) रेखीय स्पेक्ट्रम (Line spectrum)

(iii) बैण्ड स्पेक्ट्रम (Band spectrum)

(i) सतत् स्पेक्ट्रम : जब सूर्य के प्रकाश या किसी तापदीप्ति वस्तु से प्राप्त प्रकाश का स्पेक्ट्रोस्कोप की सहायता से विश्लेषण किया जाता है। तो पर्दे पर प्राप्त स्पेक्ट्रम में सात प्रकार के रंगों वाली पट्टियां परिक्षेपित हो जाती हैं और इन पट्टियों में स्पष्ट रूप से अलगाव नहीं होता, वरन् आपस में एक दूसरे से सतत् क्रम में मिली रहती हैं। ऐसे स्पेक्ट्रम को सतत् स्पेक्ट्रम कहते हैं।

(ii) रेखीय स्पेक्ट्रम : जब किसी पदार्थ के परमाणुओं को उत्तेजित किया जाता हैं तो विकिरण उत्सर्जित होते हैं। इन उत्सर्जित विकिरणों को स्पेक्ट्रोस्कोप से विश्लेषित करने पर प्राप्त स्पेक्ट्रम में पतली, चमकीली और विशिष्ट रंग की अनेक श्रेणी बद्ध रेखायें प्राप्त होती हैं, जो असतत् रूप में होती हैं। अर्थात् दो क्रमागत रेखाओं के बीच अन्धकार युक्त स्थान होता हैं।

ऐसे स्पेक्ट्रम को रेखीय अथवा परमाण्वीय स्पेक्ट्रा कहते हैं। उदाहरणार्थ– सोडियम क्लोराइड विलयन में डूबे हुए प्लेटिनम के तार को बुन्सेन बर्नर पर ले जाने पर एक विशिष्ट चमकीली पीले रंग की ज्वाला प्राप्त होती हैं। इस ज्वाला से उत्पन्न प्रकाश को स्पेक्ट्रोस्कोप से विश्लेषित करने पर असतत् विशिष्ट रंग की चमकीली रेखायें प्राप्त होती हैं। इसी प्रकार सोडियम से प्राप्त स्पेक्ट्रम में दो पीले रंग की चमकीली रेखायें प्राप्त होती हैं जो क्रमशः तरंग दैर्ध्य 5890Å और 5896Å से सम्बन्धित हैं।

(iii) बैण्ड स्पेक्ट्रम अणुओं द्वारा उत्पन्न किया जाता है तथा रेखीय स्पेक्ट्रम परमाणुओं द्वारा उत्पन्न किया जाता हैं।

10.2 अवशोषण स्पेक्ट्रम : यदि किसी तापदीप्ति पदार्थ से उत्सर्जित श्वेत प्रकाश को किसी अन्य पदार्थ में से गमन कराया जावे तो कुछ निश्चित तरंगदैर्ध्य का प्रकाश इस पदार्थ द्वारा अवशोषित कर लिया जाता हैं। इसके फलस्वरूप प्राप्त स्पेक्ट्रम में कुछ काली रेखायें प्राप्त होती हैं। ये उन्ही स्थानों पर होती हैं जहाँ पर पदार्थ का अर्थात् सोडियम वाष्प रेखा स्पेक्ट्रम बनता हैं। इस प्रकार प्राप्त स्पेक्ट्रम अवशोषण स्पेक्ट्रम कहलाता हैं।

यदि एक इलेक्ट्रॉन n उत्तेजित अवस्था से निम्न विभिन्न ऊर्जा अवस्थाओं में आता हैं तो प्राप्त अधिकतम स्पेक्ट्रम लाइने प्राप्त होगी, जिसे निम्न समीकरण द्वारा ज्ञात किया जा सकता हैं = $\frac{n(n-1)}{2}$

10.3 उत्सर्जन तथा अवशोषण स्पेक्ट्रम में अन्तर :

उत्सर्जन स्पेक्ट्रम

1. स्पेक्ट्रम में प्रयुक्त उत्तेजित पदार्थ द्वारा उत्पन्न होता हैं।

2. इस प्रकार के स्पेक्ट्रम में गहरे रंग की पट्टीयॉ d kys रिक्त द्वारा पृथक होती हैं।

अवशोषण स्पेक्ट्रम

1. श्वेत प्रकाश को गैस या किसी विलयन से गुजारने पर उत्पन्न होता हैं।

2. इसमें रंगीन भाग पर काली रेखाएँ उत्पन्न होती हैं।

11. हाइड्रोजन स्पेक्ट्रम

(a) हाइड्रोजन परमाणु रेखीय स्पेक्ट्रम देता हैं।

(b) जब हाइड्रोजन गैस को निम्न दाब पर विसर्जन नलिका में भरकर विद्युत विसर्जन करते हैं तो कुछ हाइड्रोजन परमाणु दृश्य क्षेत्र में गुलाबी रंग का प्रकाश उत्पन्न करते हैं।

Name	λ in Å	Origin
रेडियो तरंगे	3×10^9 to 3×10^{14}	उच्च आवृति की प्रत्यावृति धारा उत्पन्न
माइक्रो तरंगे	3×10^6 to 3×10^9	उच्च शक्ति के जनित्र द्वारा
अव रक्त (I.R.)	7600 3×10^6	वस्तुओं को गर्म करने से
दृश्य तरंगे (V.W)	3800 to 7600	
पराबैंगनी तरंगे	150 to 3800	सौर विकीरण से
α - किरणें	0.1 to 150	गतिशील इलैक्ट्रॉन के धातु के टकराने पर
γ – किरणें	0.01 to 0.1	रेडियो सक्रिय विघटन से
कॉस्मिक किरणें	0 to 0.01	सूर्य के बाह्यतम भाग से

(c) यह प्रकाश प्रिज्म द्वारा देखने पर कई अलग तीव्र रेखाओं का असतत् रेखीय स्पेक्ट्रम प्राप्त होता है।

(d) सभी हाइड्रोजन स्पेक्ट्रम रेखाओं की छः श्रेणियाँ होती हैं।

स्पेक्ट्रम श्रेणी	**क्षेत्र**
लाइमन	परा बैगनी
बामर	दृश्य
पाश्चन	अव रक्त
ब्रेकिट	अव रक्त
फण्ड	अव रक्त
हम्फ्री	दूर अवरक्त

इन स्पेक्ट्रम रेखाओं को उनके खोजकर्ता के नाम पर नामांकित किया जाता हैं।

(e) विभिन्न H - रेखाओं की तरंग दैर्ध्य ज्ञात करने के लिये रिट्ज ने निम्न सूत्र प्रदर्शित किया।

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{C} = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

जहाँ R सार्वत्रिक नियतांक हैं जिसे रिडबर्ग नियतांक कहते हैं, जिसका मान 109, 678cm^{-1} हैं।

(f) हाइड्रोजन में एक ही इलेक्ट्रॉन होने के बावजूद इसके स्पेक्ट्रा में कई स्पेक्ट्रल रेखाएँ पायी जाती हैं।

$$\frac{1}{\lambda} = \bar{\nu} = R_H\left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right]$$

(g) यदि एक इलेक्ट्रॉन n उत्तेजित अवस्था से प्रथम ऊर्जा अवस्थाओं में आता है। तो प्राप्त अधिकतम स्पेक्ट्रम रेखायें प्राप्त होंगी जिसे निम्न समीकरण द्वारा ज्ञात किया जा सकता है।

$$= \frac{n(n-1)}{2}$$

11.1 लाइमन श्रेणी (Lyman series)

(a) यह H की स्पेक्ट्रम श्रेणी की प्रथम श्रेंणी हैं।

(b) यह 1898 में लाइमन द्वारा पराबैगनी क्षेत्र में खोजी गई थी।

(c) इसके n_1 = 1 तथा n_2 = 2, 3, 4 मान होते हैं, जहाँ 'n_1' आद्य अवस्था तथा 'n_2' उत्तेजित अवस्था हैं। (हाइड्रोजन परमाणु इलेक्ट्रॉन के लिये)

(d) यदि इलेक्ट्रॉन n_2 = 2 से n_1 = 1 में आता हैं — प्रथम लाइमन श्रेणी

यदि इलेक्ट्रॉन n_2 = 3 से n_1 = 1 में आता हैं — द्वितीय लाइमन श्रेणी

यदि इलेक्ट्रॉन n_2 = 4 से n_1 = 1 में आता हैं — तृतीय लाइमन श्रेणी -----

(e) $\frac{1}{\lambda} = R_H\left[\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right]$ जहाँ $n_2 > 1$ (हमेशा)

(f) सीमान्त रेखा की तरंग दैर्ध्य = $\frac{n_1^2}{R_H}$ लाइमन श्रेणी के लिये = $\frac{1}{R_H}$

11.2 बॉमर श्रेणी (Balmer series): –

(a) H-स्पेक्ट्रल श्रेणी की द्वितीय श्रेणी हैं,

(b) इसे **बॉमर** द्वारा 1892 में द्रश्य क्षेत्र में खोजा गया।

(c) दृश्य क्षेत्र में होने के कारण इसकी खोज सर्वप्रथम हुई।

(d) इसके लिये n_1 = 2 तथा n_2 = 3, 4, 5 ....

(e) प्रथम बामर श्रेणी n_1 = 2 n_2 = 3

द्वितीय बामर श्रेणी n_1 = 2 n_2 = 4

तृतीय बामर श्रेणी n_1 = 2 n_2 = 5

(f) सीमान्त बामर रेखा की तरंग दैर्ध्य =

$$\frac{n_1^2}{R_H} = \frac{2^2}{R_H} = \frac{4}{R_H}$$

(g) $\frac{1}{\lambda} = R_H\left[\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_2^2}\right]$ जहाँ हमेशा $n_2 > 2$

11.3 पॉश्चन श्रेणी (Paschan series): –

(a) यह हाइड्रोजन स्पेक्ट्रम की तीसरी श्रेणी हैं।

(b) इसे पाश्चन द्वारा अवरक्त क्षेत्र में खोजा गया।

(c) इसके लिये n_1 = 3 तथा n_2 = 4, 5, 6 ....
जहाँ n_1 आद्य अवस्था तथा n_2 उत्तेजित अवस्था है

(d) प्रथम पाश्चन श्रेणी n_1 = 3 से ⁄ n_2 = 4

द्वितीय पाश्चन श्रेणी n_1 = 3 से n_2 = 5

तृतीय पाश्चन श्रेणी n_1 = 3 से n_2 = 6

(e) सीमान्त पॉश्चन रेखा की तरंग दैर्ध्य

$$\frac{n_1^2}{R_H} = \frac{3^2}{R_H} = \frac{9}{R_H}$$

(f) $\frac{1}{\lambda} = R_H\left[\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n_2^2}\right]$ जहाँ हमेशा $n_2 > 3$

11.4 ब्रैकेट श्रेणी (Brackett series):

(a) हाइड्रोजन स्पेक्ट्रम की चौथी श्रेणी हैं।

(b) इसे ब्रैकेट द्वारा अवरक्त क्षेत्र में खोजा गया।

(c) इसके लिये $n_1 = 4$ तथा $n_2 = 5, 6, 7$ .... जहाॅ n_1 आद्य अवस्था तथा n_2 उत्तेजित अवस्था है

(d) प्रथम ब्रैकेट श्रेणी $n_1 = 4$ से $n_2 = 5$

द्वितीय ब्रैकेट श्रेणी $n_1 = 4$ से $n_2 = 6$

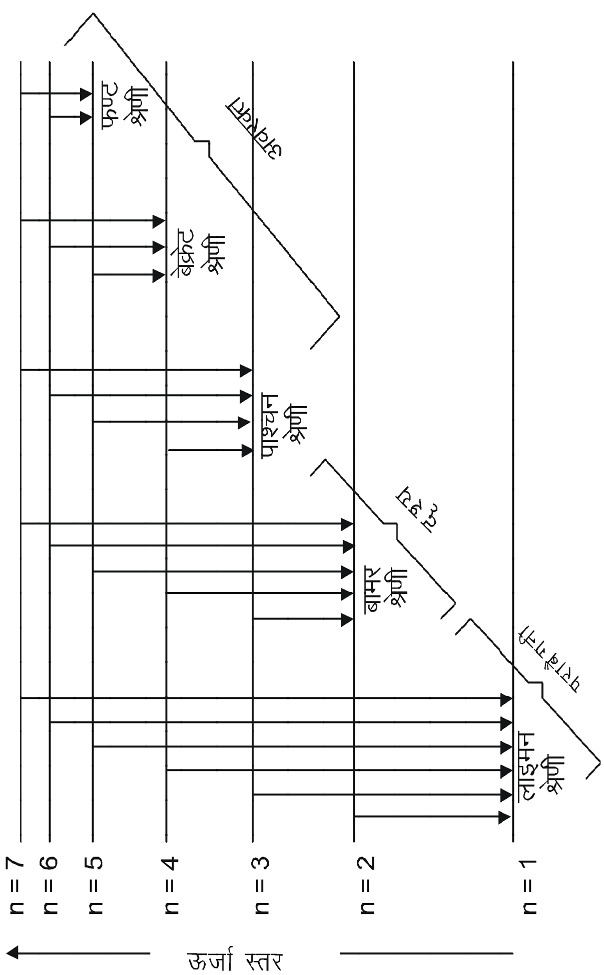
तृतीय ब्रैकेट श्रेणी $n_1 = 4$ से $n_2 = 7$ ----------

(e) सीमान्त ब्रेकिट रेखा की तरंग दैर्ध्य

$$\frac{n_1^2}{R_H} = \frac{4^2}{R_H} = \frac{16}{R_H}$$

(f) $\frac{1}{\lambda} = R_H\left[\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n_2^2}\right]$ जहाॅ हमेशा $n_2 > 4$

11.5 फण्ड श्रेणी (Pfund series):



(a) H - स्पेक्ट्रम की पांचवी श्रेणी हैं।

(b) इसे **फण्ड** द्वारा अवरक्त क्षेत्र में खोजा गया।

(c) इसके लिये $n_1 = 5$ तथा $n_2 = 6, 7, 8$ .... जहाॅ n_1 आद्य अवस्था तथा n_2 उत्तेजित अवस्था है

(d) प्रथम फण्ड श्रेणी $n_1 = 5$ से $n_2 = 6$

द्वितीय फण्ड श्रेणी $n_1 = 5$ से $n_2 = 7$

तृतीय फण्ड श्रेणी $n_1 = 5$ से $n_2 = 8$---------

(e) सीमान्त फण्ड रेखा की तरंग दैर्ध्य

$$= \frac{n_1^2}{R_H} = \frac{5^2}{R_H} = \frac{25}{R_H}$$

(f) $\frac{1}{\lambda} = R_H\left[\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n_2^2}\right]$ जहाँ हमेशा $n_2 > 5$

11.6 हम्फरी श्रेणी (Humfri series):

(a) यह हाइड्रोजन स्पेक्ट्रम की छठी श्रेणी है।

(b) इसे **हम्फरी** द्वारा दूर अवरक्त क्षेत्र में खोजा गया,

(c) इसके लिये $n_1 = 6$ तथा $n_2 = 7, 8, 9$ --------- जहाँ n_1 आद्य अवस्था तथा n_2 उत्तेजित अवस्था है

(d) प्रथम हम्फरी श्रेणी $n_1 = 6$ से $n_2 = 7$

द्वितीय हम्फरी श्रेणी $n_1 = 6$ से $n_2 = 8$

तृतीय हम्फरी श्रेणी $n_1 = 6$ से $n_2 = 9$............

(e) सीमान्त फण्ड रेखा की तरंग दैर्ध्य

$$= \frac{n_1^2}{R_H} = \frac{6^2}{R_H} = \frac{36}{R_H}$$

(f) $\frac{1}{\lambda} = R_H\left[\frac{1}{6^2} - \frac{1}{n_2^2}\right]$ जहाँ हमेशा $n_2 > 6$

12. क्वांटीकरण की संकल्पना (Concept of Quantisation) :

(a) विद्युत–चुम्बकीय सिद्धान्त अपवर्तन, व्यतीकरण, विवर्तन आदि को अच्छी तरह समझाता है, लेकिन यह कृष्णिका विकिरण तथा प्रकाश विद्युत प्रभाव को समझाने में असमर्थ रहा।

(b) इनको समझाने के लिये मैक्स प्लांक ने 1901 में नया सिद्धान्त प्रस्तुत किया, जिसे विकिरण का क्वांटम सिद्धान्त कहते हैं।

(c) इस सिद्धान्त के अनुसार एक गर्म काय विकिरणों का उत्सर्जन सतत् रूप से न करके असतत् रूप से ऊर्जा के बण्डलों के रूप में करती है जिसे क्वांटम कहते हैं।

(d) प्रकाश के केस में इसे फोटोन कहा जाता हैं,

(e) क्वांटम विकिरण से सम्बन्धित ऊर्जा की मात्रा, प्रकाश की आवृति के समानुपाती होती हैं।

$E \propto \nu$ या $E = h\nu$

जहाँ 'h' समानुपाती स्थिरांक है, यह प्लांक नियतांक कहलाता हैं इसका मान 6.63×10^{-34} जूल सैकण्ड हैं।

(f) किसी काय द्वारा उत्सर्जित या अवशोषित ऊर्जा की मात्रा हमेशा पूर्णाक में क्वांटम की बहुसमाकल होती हैं $E = nh\nu$

जहाँ 'n; बहुसमाकल हैं (n = 1, 2, 3, 4 ......)

उदाहरण विद्युत-चुम्बकीय विकिरण तथा स्पेक्ट्रम पर आधारित

उदा.9 दो फोटोन की तरंग दैर्ध्य क्रमश 2000Å तथा 4000Å हैं तो इसके ऊर्जाओं का अनुपात होगा –

(A) 1/4 (B) 4
(C) 1/2 (D) 2

उत्तर. **(D)** $E_1 = h.\dfrac{c}{\lambda_1}$

$E_2 = h.\dfrac{c}{\lambda_2}$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{hc}{\lambda_1} \times \frac{\lambda_2}{hc} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{4000}{2000} = 2$$

उदा.10 एक परमाणु में तीन ऊर्जा स्तर हैं, तो इसके उत्सर्जन स्पेक्ट्रा में कितनी स्पेक्ट्रम रेखाएँ होगी –

(A) एक (B) दो
(C) तीन (D) चार

उत्तर. (C)

हल. स्पेक्ट्रम रेखाओं की संख्या

$$= \frac{n(n-1)}{2} = \frac{3(3-1)}{2} = 3$$

उदा.11 हाइड्रोजन परमाणु में कौनसा संकरण उच्चतम आवृति के फोटोन का उत्सर्जन करेगा –

(A) n = 1 से n = 2 तक
(B) n = 2 से n = 1 तक
(C) n = 2 स n = 6 तक
(D) n = 6 से n = 2 तक

उत्तर. **(B)**

हल. उच्च ऊर्जा स्तर से निम्न ऊर्जा स्तर पर इलेक्ट्रॉन का संकरण फोटोन का उत्सर्जन करता हैं। अतः उत्तर (B) या (D) हो सकता हैं।

प्लॉक समीकरण से

$\nu \propto E$

अर्थात् उत्सर्जित फोटोन की आवृति, दो ऊर्जा स्तरों के ऊर्जाओं के अन्तर के समानुपाती होती हैं।

H परमाणु के n = 1 की ऊर्जा

$E_1 = -13.6$ eV

H परमाणु के n = 2 की ऊर्जा

$E_2 = -\dfrac{13.6}{4}$ eV

H परमाणु के n = 6 की ऊर्जा

$E_6 = -\dfrac{13.6}{36}$ eV

अतः $E_2 - E_1 = 13.6 - \dfrac{13.6}{4} = 13.6 \times \dfrac{3}{4}$

$$E_6 - E_2 = \frac{13.6}{4} - \frac{13.6}{36} = 13.6\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{36}\right)$$

$= 13.6 \times \dfrac{2}{9}$

$E_2 - E_1 > E_6 - E_2$

उदा.12 परमाणु की इलेक्ट्रॉनिक संरचना द्वारा निम्न कौन से प्रकार की विकिरण का उत्सर्जन नहीं होता हैं–

(A) परा बैंगनी प्रकाश (B) X-किरणें
(C) दृश्य प्रकाश (D) γ-किरणें

उत्तर. **(D)**

हल. γ-किरणों का उत्सर्जन रेडियो–सक्रिय परिवर्तन द्वारा होता हैं, यह एक नाभिकिय परिघटना हैं।

उदा.13 नीले प्रकाश का तरंगदैर्ध्य 480 nm है। इस प्रकाश की आवृत्ति एंव तरंग संख्या की गणना कीजिये।

हल. $(\lambda) = 480 \text{ nm} = 480 \times 10^{-9}$ m

$\lambda \times \nu = c$ or $\nu = \dfrac{c}{\lambda}$

$c = 3.0 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$

$$\therefore \nu = \frac{3.0\times10^8 \text{ms}^{-1}}{480\times10^{-9}\text{m}} = \frac{3}{48} \times 10^{16} \text{ s}^{-1}$$

$= 6.25 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$

पुनः तरंग संख्या , $\bar{\nu} = \dfrac{1}{\lambda}$

$$\therefore \bar{\nu} = \frac{1}{480\times10^{-9}\text{m}} = \frac{1}{48} \times 10^8 \text{ m}^{-1}$$

$= 2.08 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$

इसलिये आवृत्ति = $6.25 \times 10^{14}\ s^{-1}$ और तरंग संख्या = $2.08 \times 10^{6} m^{-1}$

उदा.14 दो विकिरणों की ऊर्जा की गणना एंव तुलना कीजिये जिनमें एक की तरंग दैर्ध्य 800 nm और अन्य की 400 nm है।

हल. फोटान की ऊर्जा, $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$

यहाँ $c = 3.0 \times 10^8\ m\ s^{-1}$

प्रथम केस में, $\lambda = 800\ nm = 800 \times 10^{-9}\ m$

$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$

Here $c = 3.0 \times 10^8\ m\ s^{-1}$

In first case, $\lambda = 800\ nm = 800 \times 10^{-9}\ m$

$\therefore E_1 = \frac{(6.626 \times 10^{-34} Js) \times (3 \times 10^8 ms^{-1})}{800 \times 10^{-9} m}$

$= 2.48 \times 10^{-19}\ J$

In second case, $\lambda = 400\ nm = 400 \times 10^{-9} m$

$\therefore E_2 = \frac{(6.626 \times 10^{-34} Js) \times (3 \times 10^8 ms^{-1})}{400 \times 10^{-9} m}$

$= 4.91 \times 10^{-19}\ J$

प्रथम और द्वितीय विकिरणों में ऊर्जा का अनुपात,

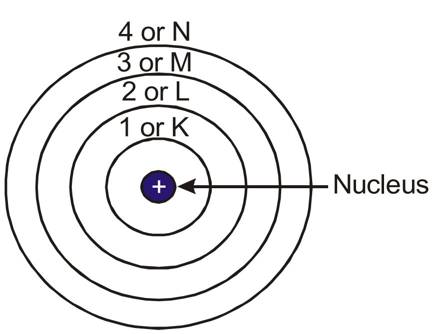
$\frac{E_1}{E_2} = \frac{2.48 \times 10^{-19} J}{4.97 \times 10^{-19} J} = \frac{1}{2}$

$E_1 : E_2 = 1 : 2$ or $E_2 = 2E_1$

इस प्रकार 400 nm तरंगदैर्ध्य वाली विकिरण की ऊर्जा 800 nm तरंगदैर्ध्य वाली विकिरण की ऊर्जा के दोगुना है।

13. बोहर का परमाणु मॉडल

बोहर ने प्लांक के क्वांटम सिद्धान्त पर आधारित हाइड्रोजन तथा हाइड्रोजन सदृश्य एक इलेक्ट्रॉन युक्त स्पिशीज के लिये परमाणु मॉडल विकसित किया –



13.1 बोहर मॉडल की महत्वपूर्ण अवधारणाएँ : –

(a) इलेक्ट्रॉन नाभिक के चारो ओर निश्चित ऊर्जा के वृत्ताकार कोश में चक्कर लगाते हैं।

(b) इलेक्ट्रॉन केवल उन्ही वृत्ताकार कोशों मे चक्कर लगाते हैं जिनमें इनका कोणीय संवेग (mvr), $h/2\pi$ का बहुसमाकल या सरल गुणक होता है (जहाँ 'h' प्लांक नियतांक हैं)

$mvr = n\frac{h}{2\pi}$

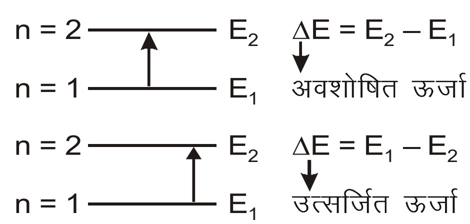
जहाँ :

m = इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान, v = इलेक्ट्रॉन का वेग

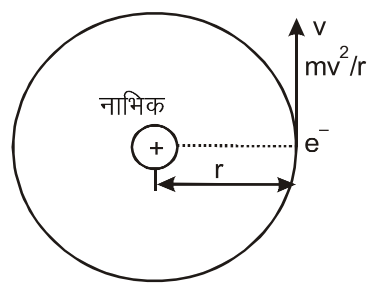
n = कक्ष या ऊर्जा स्तर जिसमें इलेक्ट्रॉन चक्कर लगाता हैं जैसे n = 1, 2, 3 .... r = कक्ष की त्रिज्या

(c) निश्चित कोश में इलेक्ट्रॉन न तो ऊर्जा उत्सर्जित करता है, न ही अवशोषित करता हैं।

(D) जब इलेक्ट्रॉन उच्च ऊर्जा स्तर से निम्न ऊर्जा स्तर में छलांग लगाता है तो ऊर्जा उत्सर्जित करता है, तथा विपरीत प्रक्रम में ऊर्जा का अवशोषण करता है। उच्च ऊर्जा स्तर को उत्तेजन अवस्था कहा जाता हैं। उत्सर्जित या अवशोषित ऊर्जा प्रयुक्त दो ऊर्जा स्तरों के अन्तर के तुल्य होती हैं।



13.2 बोहर अवधारणाओं का गणितीय रूप :



13.2.1 बोहर कक्ष की त्रिज्या की गणना : –

'm' द्रव्यमान तथा 'e' आवेश युक्त इलेक्ट्रॉन, रेखिय/कोणी य वेग 'v' से 'Ze' आवेश (Z परमाणु क्रमांक, तथा e = आवेश) युक्त नाभिक के चारो और चक्कर लगाता हैं। यहाँ 'r' उस कोश की त्रिज्या हैं, जिसमें इलेक्ट्रॉन चक्कर लगा रहा हैं।

'कूलॉम' नियम के अनुसार गतिशील इलेक्ट्रॉन तथा

नाभिक के बीच स्थिर विद्युत आकर्षण (F) निम्न है–

$$F = \frac{KZe^2}{r^2}$$

जहाँ : - K = स्थिरांक = $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ = $9\times10^9\ Nm^2/C^2$

तथा अपकेन्द्र बल $F = \frac{mv^2}{r}$

इलेक्ट्रॉन के स्थाई कोश के लिये दोनों बलों का मान बराबर होता हैं,

अर्थात आकर्षण (अभिकेन्द्र) बल = अपकेन्द्र बल

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{KZe^2}{r^2}$$

तब $V^2 = \frac{KZe^2}{mr}$ ---**(A)**

बोहर की अभिधारणा के अनुसार

$$mvr = \frac{nh}{2\pi}$$

$$v = \frac{nh}{2\pi mr}$$

$v^2 = \frac{n^2h^2}{4\pi^2m^2r^2}$ ....**(B)**

समीकरण (A) व (B) को हल करने पर

$$r = \frac{n^2h^2}{4\pi^2mKZe^2}$$

C.G.S. पद्धति में K=1,

$$\therefore\ r = \frac{n^2h^2}{4\pi^2mZe^2}$$

जहाँ ; $h = 6.62 \times 10^{-27}$ erg. sec.

$m = 9.1 \times 10^{-28}$ g

$e = 1.6 \times 10^{-19}$ C.

e, h तथा m स्थिरांको के मान रखने पर –

then $r = 0.529 \times \frac{n^2}{Z}$ Å

$r \propto n^2$

$r \propto \frac{1}{Z}$

कक्षक आवृति $f = \frac{v}{2\pi r}$

13.2.2 बोहर कक्ष में इलेक्ट्रॉन के वेग की गणना :–

n^{th} कोश में चक्कर लगाने वाले इलेक्ट्रॉन का वेग निम्न प्रकार दिया जाता हैं –

$$mvr = \frac{nh}{2\pi}$$

$$v = \frac{nh}{2\pi mr}$$

समीकरण (A) से 'r' का मान रखने पर

$$v = \frac{nh \times 4\pi^2mZe^2}{2\pi mn^2h^2}$$

या $v = \frac{2\pi Ze^2}{nh}$

π, e^- तथा h स्थिरांको का मान रखने पर

$v = 2.188 \times 10^8 \times \frac{Z}{n}$ Cm/sec.

$v \propto z$

$v \propto \frac{1}{n}$

13.2.3 इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा की गणना : –

निश्चित कोश में चक्कर लगाने वाले इलेक्ट्रॉन की कुल ऊर्जा स्थितिज व गतिज ऊर्जाओं के योग के बराबर होती हैं -

या T. E. = K. E. + P. E.

जहाँ ;

P. E. = (स्थितिज ऊर्जा),

K.E. = (गतिज ऊर्जा),

T.E.= कुल ऊर्जा

K.E. (गतिज ऊर्जा) = $\frac{1}{2}mv^2$

तथा P.E. स्थितिज ऊर्जा = $-\frac{KZe^2}{r}$

अतः T.E. = $\frac{1}{2}mv^2 - \frac{KZe^2}{r}$

हम जानते है कि, $\frac{mv^2}{r} = \frac{KZe^2}{r^2}$

या $mv^2 = \frac{KZe^2}{r}$

उपर्युक्त समीकरण में mv^2 का मान रखने पर : -

$$T.E. = \frac{KZe^2}{2r} - \frac{KZe^2}{r} = -\frac{KZe^2}{2r}$$

अतः, T.E. = $-\frac{KZe^2}{2r}$

C.G.S. पद्धति में K = 1

$\therefore$ $T.E. = -\frac{Ze^2}{2r}$

T.E. समीकरण में 'r' का मान रखने पर

$$E = -\frac{Ze^2}{2r} \times \frac{4\pi^2 Ze^2 m}{n^2h^2} = -\frac{2\pi^2 Z^2 e^4 m}{n^2h^2}$$

अतः n^{th} कोश में इलेक्ट्रॉन की कुल ऊर्जा निम्न प्रकार दी जाती हैं –

$$E_n = -\frac{2\pi^2 Z^2 e^4 m}{n^2h^2}$$

नोट : अनन्त पर P.E. = 0
अनन्त पर K.E. = 0

13.2.4 P. E., K. E. तथा T. E. के मध्य सम्बन्ध :

$P.E. = -\frac{Ze^2}{r}$, $K.E. = \frac{1}{2}\frac{Ze^2}{r}$, $T.E. = -\frac{1}{2}\frac{Ze^2}{r}$

$$\text{अतः} \quad \frac{T.E.}{P.E.} = \frac{-\frac{1}{2}\frac{Ze^2}{r}}{-\frac{Ze^2}{r}} = \frac{1}{2}$$

अर्थात T. E. = ½ P. E. ......(A)

$$\frac{T.E.}{K.E.} = \frac{-\frac{1}{2}\frac{Ze^2}{r}}{\frac{1}{2}\frac{Ze^2}{r}}$$

अर्थात T . E. = – K. E. .....(B)

$$T.E. = \frac{P.E.}{2} = -K.E. \quad .....(C)$$

(a) $T.E. = -13.6 \times \frac{Z^2}{n^2}$ eV/atom

(b) $T.E. = -21.8 \times 10^{-19} \times \frac{Z^2}{n^2}$ J/atom

(c) $T.E. = -21.8 \times 10^{-12} \times \frac{Z^2}{n^2}$ erg/atom

(d) $T.E. = -313.6 \times \frac{Z^2}{n^2}$ Kcal/mole

$T.E. \propto -Z^2$ Z ↑ T. E. ↓

$T.E. \propto -\frac{1}{n^2}$ n ↑ T. E. ↑

13.2.5 ऊर्जा समीकरण के निष्कर्ष :

(a) ऊर्जा का ऋण चिन्ह ऋणावेशित इलेक्ट्रॉन तथा धनावेशित प्रोटॉन (नाभिक) के मध्य आकर्षण दर्शाता हैं।

(b) ऊर्जा समीकरण के दॉये भाग की राशियों में से 'n' को छोडकर सभी स्थिरांक है तथा 'n' गुणक है जैसे 1, 2, 3 आदि अर्थात जब तक 'n' को स्थिर रखा जाता हैं इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा स्थिर रहती हैं।

(c) इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा 'n' के वर्ग के समानुपाती तथा 'Z' के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होती हैं। ($E \propto n^2 / Z^2$)

13.3 रिडबर्ग नियतांक की गणना (Claculation of Rydberg constant)

यदि एक इलेक्ट्रॉन प्रथम कोश से दूसरे कोश में स्थानानतरित होता हैं तो ऊर्जा में परिवर्तन निम्न प्रकार दिया जा सकता हैं।

$$\Delta E = E_2 - E_1$$

$$h\nu = E_2 - E_1$$

$$h\nu = \left[\frac{-2\pi^2 m Z^2 e^4}{n_2^2 h^2}\right] - \left[\frac{-2\pi^2 m Z^2 e^4}{n_1^2 h^2}\right]$$

$$h\nu = \frac{2\pi^2 m Z^2 e^4}{n_1^2 h^2} - \frac{2\pi^2 m Z^2 e^4}{n_2^2 h^2}$$

$$\because \quad \nu = \frac{c}{\lambda}$$

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{2\pi^2 m Z^2 e^2}{h^2} \times \left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right]$$

$$R_H = \frac{2\pi^2 m e^4}{ch^3} \Rightarrow \text{रिडबर्ग नियतांक}$$

$$\text{तब,} \quad \bar{\mu} = \bar{v} = \frac{1}{\lambda} = R_H Z^2 \left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right]$$

जहाँ $m = 9.1 \times 10^{-28}$ gram

सैद्धान्तिक मान $R_H = 109737\ cm^{-1}$

$e = 4.8 \times 10^{-10}$ e.s.u.

प्रायोगिक मान $R_H = 109677\ cm^{-1}$

$c = 3 \times 10^{10}$ cm/sec

गणना के लिये मान $R_H = 109700\ cm^{-1}$

$h = 6.625 \times 10^{-27}$ erg-sec

अन्य परमाणुओं के लिये रिडबर्ग नियतांक

$R = R_H \times Z^2$

13.4 बोहर के परमाणु सिद्धान्त की असफलतायें

(a) यह मॉडल एक से अधिक इलेक्ट्रॉन वाले तत्वों की व्याख्या नहीं कर सकता हैं।

(b) यह सिद्धान्त केवल परमाणु मे वृत्ताकार कक्षों की ही व्याख्या कर सकता हैं, दीर्घ वृत्ताकार कक्षों की नहीं।

(c) चुम्बकीय क्षेत्र में स्पेक्ट्रमी रेखाओं को और महीन रेखाओं में विभाजन, जिसे जीमान प्रभाव कहते हैं, को समझाने में यह असमर्थ रहा और विद्युत क्षेत्र में स्पेक्ट्रमों रेखाओं का और महीन रेखाओं में बँट जाना, जिसे स्टार्क प्रभाव कहते हैं, को समझाने में असफल रहा।

(d) यह हाइज़ेनबर्ग के अनिश्चितता के सिद्धान्त की व्याख्या भी नहीं कर सका।

(e) इस सिद्धान्त द्वारा स्पेक्ट्रम की सूक्ष्म संरचना की व्याख्या व स्पेक्ट्रम की रेखाओं की तीव्रता की गणना नही की जा सकती।

उदाहरण बोहर मॉडल पर आधारित

उदा.15 हाइड्रोजन के प्रथम बोहर कक्ष की ऊर्जा –13.6 eV. हैं, तो n = 4^{th} कक्ष की स्थितिज ऊर्जा होगी

(A) – 13.6 eV (B) –3.4 eV
(C) –0.85 eV (D) –1.70 eV

Ans. (D)

हल. H-परमाणु के n^{th} बोहर कक्ष की ऊर्जा

$= -13.6\frac{z^2}{n^2}$ eV

$= -13.6\,\frac{1^2}{4^2}$

$= -\ 13.6\ 5\ \frac{1}{16}$ eV

= – 0.85 eV

n^{th} वे कोश में इलेक्ट्रॉन की P.E.(स्थितिज ऊर्जा) = 2 × E_n

अतः 4^{th} कोश की P.E.

= 2 × (– 0.85) = – 1.70 eV

उदा.16 सोडियम के रेखीय स्पेक्ट्रम की आवृति 5.09×10^{14} sec^{-1} हो तो इसकी तरंग दैर्ध्य (in nm) होगी - [c = 3 × 10^8 m/sec]-

(A) 510 nm (B) 420 nm
(C) 589 nm (D) 622 nm

उत्तर. **(C)** (c) $\lambda = \dfrac{3x10^8 m.sec^{-1}}{5.09x10^{14} m.sec^{-1}}$

$= 0.5892 \times 10^{-6}$ m

$= 589.4 \times 10^{-9}$ m

= 589 nm

उदा.17 हीलियम परमाणु (He-atom) का स्पेक्ट्रम निम्न के स्पेक्ट्रम के तुल्य होगा –

(A) H (B) Li^+
(C) Na (D) He^+

उत्तर. **(B)**

हल. हीलियम का इलेक्ट्रॉन विन्यास Li^+ के इलेक्ट्रॉन विन्यास के तुल्य हैं। अतः इसका स्पेक्ट्रम भी तुल्य होगा।

उदा.18 माना हाइड्रोजन की चौथी कक्षा की ऊर्जा - 50 a.u. (arbitrary unit) है तो इसका आयनन विभव होगा –

(A) 50 (B) 800
(C) 15.4 (D) 20.8

उत्तर. (B)

हल. आयनन विभव = $-E_1$

$\therefore E_4 = \frac{E_1}{16}$

$\therefore -50 \times 16 = E_1$

अतः आयनन विभव = – (–800) = 800 a.u.

उदा.19 He^+ आयन की स्पेक्ट्रल श्रेणी की प्रथम रेखा का तरंग दैर्ध्य ज्ञात करो, जिसकी प्रथम रेखा एंव अन्तिम रेखाओं का अन्तर $\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} = 2.7451 \times 10^4\ cm^{-1}$

हल. अनन्तिम रेखाओं का अर्थ है, प्रथम और अन्तिम रेखा

$$\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} = RZ^2\left[\frac{1}{n_1^2} \frac{1}{\infty^2}\right]$$

$$-\ RZ^2\left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{(n_1+1)^2}\right] = \frac{RZ^2}{(n_1+1)^2}$$

$$2.7451 \times 10^4 = \frac{109677.76x2^2}{(n_1+1)^2}$$

$(n_1 + 1) = 4$

$n_1 = 3$

प्रथम रेखा की तरंगदैर्ध्य,

$$\frac{1}{\lambda} = 109677.76 \times 2^2 \times \left[\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2}\right]$$

$\lambda = 4689 \times 10^{-8}$ cm = 4689Å

उदा.20 हाइड्रोजन का प्रथम आयनन विभव 13.6 eV है। इस पर 1028 Å की विद्युत चुम्बकीय विकिरण आपतित की गयी, तो कुछ विकिरण निकलते है। इन विकिरणों की तरंग दैर्ध्य की गणना कीजिये। ($h = 6.625 \times 10^{-34}$ Js)

हल हम जानते है कि

$$E_n = \frac{E_1}{n^2}$$

$$E_n = \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1028 \times 10^{-10}}$$

$= 1.933 \times 10^{-18}$J

= 12.07 eV

(1.6×10^{-19}J = 1eV)

उत्तेजित अवस्था में हाइड्रोजन परमाणु की ऊर्जा

= –13.6 + 12.07 = –1.53eV

From (1), $-1.53 = \frac{E_1}{n^2} = \frac{-13.6}{n^2}$

$\therefore$ n = 3

प्रथम विकिरित तरंग दैर्ध्य,

$$\lambda_1 = \frac{hc}{E_3 - E_1} = \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{(-1.53 + 13.6) \times 1.602 \times 10^{-19}}$$

$= 1025 \times 10^{-10}$m = 1025 Å

द्वितीय विकिरित तरंग दैर्ध्य,

$$\lambda_2 = \frac{hc}{E_2 - E_1} = \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{(-3.4 + 13.6) \times 1.602 \times 10^{-19}}$$

$= 1216 \times 10^{-10}$ metre = 1216Å

तृतीय विकिरित तरंग दैर्ध्य,

$$\lambda_3 = \frac{hc}{E_3 - E_2} = \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{(-1.53 + 3.4) \times 1.602 \times 10^{-19}}$$

$= 6564 \times 10^{-10}$ m

= 6564 Å

14. प्रकाश विद्युत प्रभाव

जब उपयुक्त आवृत्ति का प्रकाश धात्विक सतह पर टकराता है तो धात्विक सतह से इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित होता है। उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन को प्रकाश विद्युत इलेक्ट्रॉन कहलाते है। और इस प्रभाव को प्रकाश विद्युत प्रभाव कहते है। कार्यफलन या देहली ऊर्जा : वह न्यूनतम ऊर्जा जो धात्विक सतह से इलेक्ट्रॉनों को उत्सर्जित करने के लिये आवश्यक होती है। आइन्सटाइन के अनुसार -

$$\frac{1}{2} m\upsilon^2_{max} = h\upsilon - h\upsilon_0 \quad = hc\left[\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right]$$

यहाँ पर υ_0 and λ_0 देहली आवृत्ति एवं कार्यफलन है।

निरोधी विभव : वह न्यूनतम विभव जिस पर प्रकाश विद्युत धारा शून्य हो जाती है।

अगर V_0 निरोधी विभव है तो,

$$eV_0 = h(\upsilon - \upsilon_0)$$

15. इलेक्ट्रॉन की द्वैती प्रकृति

(a) आइन्सटाइन ने सुझाव दिया की प्रकाश कणीय तथा तरंग दोनों की तरह व्यवहार करता हैं। जिसे द्वैती प्रकृति कहते हैं।

(b) 1924, में फांसीसी भौतिक विज्ञानी लुईस डी. ब्रॉगली ने प्रस्ताव दिया कि इलेक्ट्रॉन भी दोनों कण व तरंग की तरह व्यवहार करता हैं।

(c) इसने एक नये सिद्धान्त ''पदार्थो का तरंग यांत्रिकी सिद्धान्त'' का प्रतिपादन किया। इस सिद्धान्त के अनुसार इलेक्ट्रॉन, प्रोटॉन तथा खुद परमाणु जब गतिशील होते है तो इनकी प्रकृति तरंग प्रकृति होती हैं।

(d) डी. ब्रॉगली के अनुसार 'm' द्रव्यमान तथा 'v' वेग से गतिशील किसी कण की तरंग दैर्ध्य निम्न प्रकार दी जाती हैं।

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

जहाँ 'h' प्लांक नियतांक हैं

(e) इसे निम्न प्रकार व्युत्पन्न किया जा सकता हैं। प्लांक समीकरण के अनुसार

$$E = h\nu = \frac{h.c}{\lambda}$$

आइन्सटाइन द्रव्यमान ऊर्जा सम्बन्धों के आधार पर फोटोन की ऊर्जा

$E = mc^2$

दोनों समीकरणों को जोड़ने पर

$$\frac{hc}{\lambda} = mc^2 \text{ or } \lambda = \frac{h}{mc}$$

जो डी ब्रॉगली समीकरण (सम्बन्ध) के समान हैं –

(f) डेविसन तथा जरमर ने इसे इलेक्ट्रॉन पूँज के साथ विवर्तन के निरीक्षण द्वारा सत्यापित किया गया।

माना एक इलेक्ट्रॉन V वोल्ट के साथ त्वरित होता हैं तो इसकी गतिज ऊर्जा हैं।

$\frac{1}{2}mv^2 = eV$

$m^2v^2 = 2eVm$

$mv = \sqrt{2eVm} = p$

$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2eVm}}$

(g) यदि हम बोहर सिद्धान्त को डी ब्रॉगली समीकरण के साथ जोड़ते हैः तो बोहर कोश में गतिशील इलेक्ट्रॉन की तरंग दैर्ध्य परमाणु की परिधि के साथ पूर्णांक के रूप में बराबर होती हैं

$2\pi r = n\lambda$

या $\lambda = \frac{2\pi r}{n}$

डी ब्रॉगली समीकरण से

$\lambda = \frac{h}{mv}$

अतः $\frac{h}{mv} = \frac{2\pi r}{n}$ or $mvr = \frac{nh}{2\pi}$

उदाहरण **इलेक्ट्रॉन की द्वैती प्रकृति पर आधारित**

उदा.21 यदि प्लांक नियतांक $h = 6.6 \times 10^{-34}$ जूल सैकण्ड हो तो 3.3×10^{-24} किग्रा. मी. प्रति से. संवेग वाले कण की डी ब्रॉगली तरंग दैर्ध्य होगी –

(A) 0.002 Å (B) 0.02 Å
(C) 0.2 Å (D) 2Å

उत्तर. **(D)**

हल. $\lambda = \frac{h}{mv}$

उदा.22 इलेक्ट्रॉन गतिज ऊर्जा 4.55×10^{-25} जूल है, तो इसी डी ब्रॉग्ली तरंग दैर्ध्य हैं –

(A) 4700 Å (B) 8300Å
(C) 7200Å (D) 7400Å

उत्तर. **(C)**

हल. $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mKE}}$

उदा.23 समान गतिज ऊर्जा वाले कणों की डी ब्रॉगली तरंग दैर्ध्य हैं –

(A) इसके वेग के समानुपाती
(B) वेग के व्युत्क्रमानुपाती
(C) द्रव्यमान तथा वेग पर निर्भर नहीं
(D) अगणनीय

उत्तर. **(A)** $\lambda = \frac{h}{mv}$ $KE = \frac{1}{2}mv^2$

$mv = \frac{2KE}{\nu}$

$\therefore \lambda = \frac{h}{2\frac{KE}{\nu}}$

$\lambda = h\left(\frac{\nu}{2KE}\right)$

उदा.24 हीलियम परमाणु का वेग 300K पर 2.40×10^2 मीटर प्रतिसैकण्ड हैं अतः इसकी तरंग दैर्ध्य क्या हैं (Z = 4) –

(A) 0.416 nm (B) 0.83 nm
(C) 803 Å (D) 8000Å

उत्तर. **(A)**

हल. $\lambda = \frac{h}{mv}$

हीलियम का द्रव्यमान = $\frac{4.0\times10^{-3}}{6.023\times10^{23}}$ kg

तथा $h = 6.62 \times 10^{-34}$

$\lambda = 6.62 \times 10^{-34} \times \frac{6.023\times10^{23}}{4.0\times10^{-3}} \times \frac{1}{2.4\times10^2}$

$= 0.416 \times 10^{-9}$ meter

$\lambda = 0.416$ nm

16. हाइजैनबर्ग का अनिश्चितता सिद्धान्त (Heisenberg's uncertainty principle)

(a) जब इलेक्ट्रॉन की तरंग के रूप में व्याख्या की जाती है तो किसी एक निश्चित समय पर इसकी स्थिति तथा वेग दोनों की गणना यथार्थ रूप से एक साथ नही की जा सकती हैं क्योंकि तरंग पूरे अन्तरिक्ष स्थान में फैली रहती हैं।

(b) तरंग दैर्ध्य वाले फोटोन कम ऊर्जा युक्त होते है अतः उनका संवेग कम होता हैं तथा उनकी स्थिति कभी भी निश्चित नही होती।

(c) 1927 में वरनर हाइजेनबर्ग ने एक सिद्धान्त दिया जिसे हाइजेनबर्ग का अनिश्चितता सिद्धान्त कहते हैं।

(d) इस सिद्धान्त के अनुसार इलेक्ट्रॉन या इसके जितनी किसी अन्य काय/कण की एक ही समय में निश्चित स्थिति तथा संवेग की गणना असंभव हैं।

(e) यदि स्थिति की गणना में त्रुटि Δx तथा संवेग की गणना में त्रुटि Δp या $m\Delta v$ है तो हाइजेनबर्ग के अनुसार

$$\Delta x.\Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

$$\text{or } \Delta x.\Delta mv \geq \frac{h}{4\pi}$$

(f) किसी अन्य गति के अनुनादी संयुग्म के लिये हाइजेनबर्ग का सिद्धान्त निम्न प्रकार दिया जाता हैं

$\Delta E\ \Delta t \geq \frac{h}{4\pi}$ (ऊर्जा तथा समय के लिये)

उदाहरण — हाइजेनबर्ग के अनिश्चितता सिद्धान्त पर आधारित

उदा.25 यदि संवेग तथा स्थिति की अनिश्चितता बराबर हो तो, वेग में अनिश्चितता हैं –

हल. **(B)** $\Delta x\ .\ m\Delta v = \frac{h}{4\pi}$ or $(m\Delta v)^2 = \frac{h}{4\pi}$

$$m\Delta v = \sqrt{\frac{h}{4\pi}} \text{ or } \Delta v = \sqrt{\frac{h}{4\pi m^2}} = \frac{1}{2m}\sqrt{\frac{h}{\pi}}$$

उदा.26 स्थिति तथा वेग में अनिश्चितता क्रमश 10^{-10} m तथा 5.27×10^{-24} ms^{-1} है तो कण का द्रव्यमान होगा ($h = 6.625 \times 10^{-34}$ J-s) –

(A) 0.099 kg (B) 0.99 g

(C) 0.92 kg (D) कोई नहीं

उत्तर.(A)

हल. हाइजेनबर्ग अनिश्चितता सिद्धान्त के आधार पर

$$\Delta x\ .\ m\ \Delta v = \frac{h}{4\pi}$$

$$\text{or } m = \frac{h}{4\pi\Delta x, \Delta v}$$

$$= \frac{6.625 \times 10^{-34}}{4 \times 3.143 \times 10^{-10} \times 5.27 \times 10^{-24}}$$

$$= 0.099 \text{ kg.}$$

17. श्रोडिंगर तरंग सिद्धान्त

बोहर का सिद्धान्त इलेक्ट्रॉन के कण प्रकृति पर आधारित है यह सिद्धान्त डी.ब्रॉगली सम्बन्ध एवं अनिश्चितता सिद्धान्त का उल्लंघन करता है। इसलिये इस सिद्धान्त को अधिक पूर्ण सिद्धान्त से प्रतिस्थापित कर दिया गया जिसे श्रोडिंगर का तरंग सिद्धान्त कहा जाता है।

एक विमीय गति का समीकरण है।

$$\left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}\right)_t = \frac{1}{u^2}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}\right)_x \quad \text{............ (A)}$$

यहाँ 'Ψ' किसी बिन्दु का दोलन आयाम है जिसका 't' समय पर निर्देशांक 'x' है।

u = तरंग का वेग :

यह समय पर निर्भर नहीं करती है। विस्थापन 'Ψ' को दो फलनों के गुणनफल के रूप में लिख सकते है। जिनमें एक त्रिविभीय निर्देशांक ' x ' पर एवं अन्य फलन समय पर निर्भर करता है।

इस प्रकार हम लिख सकते है। कि

$$\Psi = \Psi\ (x) \exp\{i\ (2\pi\ vt)\} \quad \text{............(B)}$$

यहाँ 'υ' तरंग आवृत्ति और $i = \sqrt{-1}$

समीकरण (A) व (B) से

$$\left(\frac{\partial^2\Psi \exp\{i(2\pi vt)\}}{\partial x^2}\right)_t = \frac{1}{u^2}\left(\partial\Psi \exp\{i(2\pi\upsilon t)\}\right)_x$$

$$\text{या } \exp\{\ i\ (2\pi\ \upsilon t)\}\ \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} = \frac{1}{u^2}\ \Psi\ (2\pi\ \upsilon i)^2 \exp\{\ i\ (2\pi\ \upsilon t)\}$$

$$\text{या } \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = -\frac{4\pi^2\upsilon^2}{u^2}\ \Psi \quad \text{............(C)}$$

आवृत्ति एवं वेग में निम्न सम्बन्ध है।

$$u = \lambda\upsilon \text{ ....(D)}$$

जहाँ 'λ' संलग्न तरंग का तरंगदैर्ध्य है

समीकरण (C) एवं (D) से हम लिख सकते है।

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = -\frac{4\pi^2}{\lambda^2}\ \Psi \text{ .... (5)}$$

समीकरण (5) केवल आयाम फलन में ' x ' के साथ परिवर्तन को प्रदर्शित करता है।

$$-\frac{4\pi^2}{\lambda^2} = \Psi \text{ का एजेन मान}$$

फलन 'Ψ' स्वीकार्य हल रखता है यदि वह कुछ शर्तो का पालन करता है। दोलित डोरी के लिए निम्नलिखित शर्ते है।

(A) डोरी अन्तिम सिरों पर 'Ψ' का मान शून्य होता है। चूंकि तन्त्र इन बिन्दुओं पर निश्चित होता है और इस पर आयाम शून्य होगा।

(B) 'Ψ' का एक मान होना चाहिये जो निश्चित हो समीकरण (5) को तीन विमाओं के लिये विस्तार किया जा सकता है।

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2} = -\frac{4\pi^2}{\lambda^2}\Psi$$
............(6)

या $\nabla^2 \Psi + \frac{4\pi^2}{\lambda^2}\Psi = 0$ ....(7)

जहाँ $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$

∇^2 लैपलासियन ऑपरेटर

समीकरण (7) को अधिपरमाण्विक कणों के लिये लागू किया जा सकता है। अधिपरमाण्विक कणों के लिये समीकरण (7) निम्न है-

$\nabla^2 \Psi + \frac{4\pi^2 p^2}{h^2}\Psi = 0$ ....(8)

एक परमाणु में इलेक्ट्रॉन के लिये, कुल ऊर्जा उसकी गतिज ऊर्जा एवं स्थितिज ऊर्जा का योग होता है।

$E = KE + PE = \frac{1}{2}mv^2 + V$

or $E = \frac{P^2}{2m} + V$

$P^2 = 2m\,(E - V)$ ....(9)

समीकरण (8) और (9) से हम लिख सकते है

$\nabla^2 \Psi + \frac{8\pi^2 m}{h^2}(E - V)\Psi = 0$ ....(10)

समीकरण (10) श्रोडिंगर समीकरण है जो परमाणु के इलेक्ट्रॉनों का व्यवहार दर्शाता है।

* 17.1 Ψ और Ψ^2 का भौतिक महत्व :

'Ψ' फलन इलेक्ट्रॉन से जुड़ी हुयी द्रव्य तरंगो का आयाम प्रदर्शित करता है। क्वाण्टम यांत्रिकी में बार्न के अनुसार तन्त्र के पायी जाने की प्रायिकता के अनुपाती होता है। प्रायिकता की यह परिभाषा अनिश्चितता सिद्धान्त के अनुरूप है। कोई अधिपरमाण्वीय कणों की निश्चित स्थिति के बारे में नहीं कह सकता। वास्तविक एवं कल्पनीय हो सकता है। परन्तु द्रव्य कण की किसी बिन्दु पर $\psi^2 = \psi\ \psi^*$ है।

जहाँ Ψ^*, Ψ का संयुग्मी समिश्र है। छोटे स्थान के लिये किसी निश्चित तन्त्र के मिलने की सम्भावना $\Psi\Psi^*$ dx dy dz के समानुपाती होती है।

$\int \Psi^*\Psi\, dx\, dy\, dz = N$ or

$\frac{1}{N}\int \Psi^*\Psi\, dx\, dy\, dz = 1$

or $\int \left(\frac{1}{N^{1/2}}\Psi^*\right)\left(\frac{1}{N^{1/2}}\Psi^*\right) dx\, dy\, dz = 1$

$\frac{1}{N^{\frac{1}{2}}}$ = सामान्यीकरण स्थिरांक है जो लिए गऐ निर्देशांकों पर निर्भर नहीं करता है।

$\left(\frac{1}{N^{\frac{1}{2}}}\right)\Psi$ फलन को सामान्यीकरण फलन कहा जाता है।

उदाहरण **श्रोडिंगर तरंग सिद्धान्त पर आधारित**

उदा.27 परमाणु का तरंग यांत्रिक मॉडल आधारित है –

(A) पदार्थ की द्वैती प्रकृति की डी–ब्रॉगली संकल्पना पर

(B) हाइजेन बर्ग का अनिश्चितता सिद्धान्त पर

(C) श्रोडिंगर तरंग समीकरण पर

(D) उपयुक्त तीनों पर

उत्तर. **(D)**

हल. तरंग यांत्रिक सिद्धान्त इन तीनों पर आधारित है।

उदा.28 निम्न द्वारा एक परमाणु के कक्षक में इलेक्ट्रॉन घनत्व को सत्यता से वर्णित किया जाता हैं –

(A) ψ^2 (B) ψ

(C) $|\psi^2|\psi$ (D) कोई नहीं

उत्तर. **(A)**

हल. सही प्रस्तुतीकरण ψ^2 द्वारा दिया जाता हैं।

★ केवल टारगेट कोर्स के विद्यार्थियों के लिये

18. क्वांटम संख्यायें

(a) किसी परमाणु में उपस्थित कक्षक की स्थिति दर्शाने के लिये कुछ संख्याओं के समूह का उपयोग किया जाता हैं, जिसे क्वांटम संख्याएँ कहते हैं

(b) इन संख्याओं द्वारा कक्षक की आकृति, आकार तथा विन्यास को विशिष्टता तथा सत्यता से दर्शाया जाता है, ये मुख्य, दिंगशी तथा चुम्बकीय क्वांटम संख्याएँ है, जो श्रौडिंगर तरंग समीकरण के हल द्वारा प्राप्त होती हैं।

(c) इन क्वांटम संख्याओं के अतिरिक्त एक अन्य योगात्मक क्वांटम संख्या भी दर्शाई जाती हैं, जिसे चक्रण क्वांटम संख्या कहते हैं, जो कक्षक में इलेक्ट्रॉन का चक्रण दर्शाती हैं।

(d) प्रत्येक कक्षक तीन क्वांटम संख्याओं द्वारा तथा प्रत्येक इलेक्ट्रॉन चार क्वांटम संख्याओं द्वारा इंगित किया जाता हैं।

ये क्वांटम संख्याएँ निम्न हैं : –

18.1 मुख्य क्वांटम संख्या (Principal quantum number) (n) : –

(a) इसे बोहर द्वारा दिया गया तथा इसे 'n' द्वारा दर्शाते हैं,

(b) यह इलेक्ट्रॉन तथा नाभिक के मध्य की औसत दूरी ज्ञात करती है, अर्थात यह परमाणु के आकार को बताती है,

(c) यह इलेक्ट्रॉन के उस कोश की ऊर्जा बताती है जिसमें इलेक्ट्रॉन पाया जाता हैं,

(d) कोश में अधिकतम इलेक्ट्रॉन की संख्या को $2n^2$ द्वारा दिया जाता हैं,

(e) यह कोश / कक्ष/ ऊर्जा स्तर, K, L, M, N, ...आदि के बारें में जानकारी देती हैं,

(f) n का मान बढ़ने के साथ ऊर्जा का मान बढ़ता है

(g) यह मुख्य ऊर्जा स्तर को दर्शाता है जिससे इलेक्ट्रॉन जुड़े होते हैं,

(h) किसी कक्ष / कोश का कक्षीय कोणिय संवेग = $\frac{nh}{2\pi}$

18.2 दिगंशी क्वांटम संख्या या कोणिय क्वांटम संख्या (ℓ)

(a) इसे सोमरफिल्ड द्वारा दिया गया तथा 'ℓ' से दर्शाया जाता हैं।

(b) यह उपकोश या उपकक्ष की सख्या बताती है जिससे इलेक्ट्रॉन सम्बन्धित होते हैं।

(c) यह उपकोश की आकृति को दर्शाता हैं,

(d) यह उपकोश की ऊर्जा को भी बताती हैं, s < p < d < f (ऊर्जा का बढ़ता क्रम).

(e) ℓ का मान हमेशा शून्य से (n – 1) तक होता हैं। जहाँ 'n' मुख्य कोश हैं।

(f)

ℓ के मान =	0	1	2	3--(n–1)
उपकोश का नाम =	s	p	d	f
उपकोश की =	गोलाकार	बेलनाकार	द्विबेलनाकार	जटिल

(g) कक्षक कोणीय संवेग $\frac{h}{2\pi}\sqrt{\ell(\ell+1)}$

(h) उपकोश में इलेक्ट्रॉनों की संख्या = 2(2ℓ + 1).

(i) 'n' के दिये गये मान के लिये कुल 'ℓ' के मान हमेशा 'n' के बराबर होते हैं (n = ℓ)

(j) किसी इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा हमेशा n तथा ℓ के मान पर निर्भर करती हैं। कुल ऊर्जा α (n + ℓ)

इलेक्ट्रॉन उस कोश में प्रवेश करता है जिसके लिये (n + ℓ) का मान कम होता है या ऊर्जा का मान कम होता हैं।

18.3 चुम्बकीय क्वांटम संख्या (m)

(a) इसे **जीमान** द्वारा दिया गया तथा 'm' द्वारा प्रदर्शित किया जाता हैं

(b) यह कक्षकों के कुल अभिविन्यास की संख्या के बारे मे बताती हैं,

(c) m का मान – ℓ से + ℓ तक तथा '0' होता हैं।

(d) यह चुम्बकीय क्षेत्र में स्पेक्ट्रमी रेखाओं के विपाटन (spliting) के बारे में बताती है अर्थात यह क्वांटम संख्या जीमान प्रभाव को सिद्ध करती हैं।

(e) दिये गये 'n' के मान के लिये 'm' के कुल मान n^2 के बराबर होते हैं।

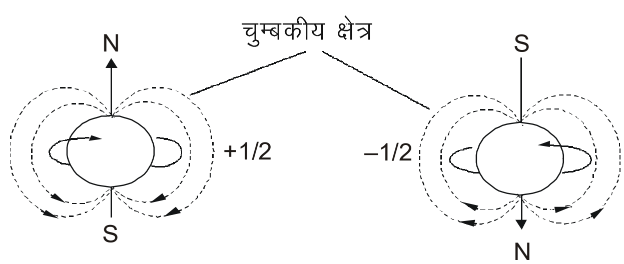
(f) 'ℓ' के दिये मान के लिये 'm' के कुल मान (2ℓ + 1) हैं,

(g) **समभ्रंश कक्षक -** किसी उपकोश के सभी समान ऊर्जा वाले कक्षकों को समभ्रंश कक्षक कहते हैं। जैसे – p उपकोश में p_x , p_y , p_z

(h) 's' उपकक्ष में समभ्रंश कक्षक = 0.

18.4 चक्रण क्वांटम संख्या (s)

(a) इसे गाउडस्मैट तथा उहलनबैक द्वारा दिया गया, इसे प्रतीक 's' द्वारा प्रदर्शीत किया जाता हैं।



(b) 's' के मान + ½ तथा – ½, है जो अक्ष पर इलेक्ट्रॉन के चक्रण या घूर्णन को दर्शाता हैं।

(c) चक्रण वामावृत तथा दक्षिणावृत्त दोनों प्रकार का होता हैं।

(D) चक्रण कोणिय संवेग $\frac{h}{2\pi}\sqrt{s(s+1)}$

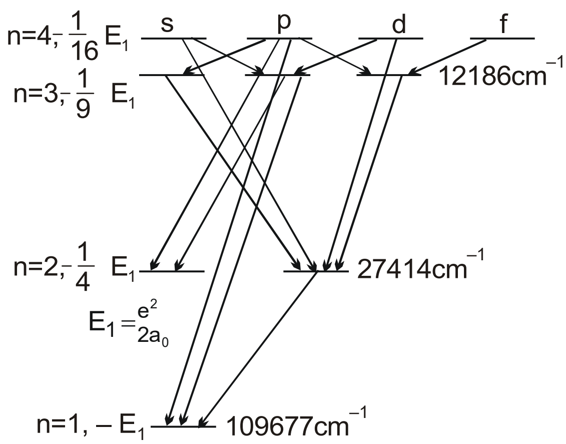
(e) परमाणु का अधिकतम चक्रण = ½ × अयुग्मित इलेक्ट्रॉनों की संख्या

18.6 चुनाव नियम :

जब इलेक्ट्रॉन एक कक्षक से दूसरे कक्षक में जाता है तो परमाणुओं का स्पेक्ट्रा प्राप्त होता है। परमाणु के क्वाण्टम यांत्रिकी मॅडल के अनुसार इलेक्ट्रॉनों का संक्रमण कुछ नियमों का पालन करता है। जो निम्न है

(A) 'n' का मान किसी संख्या तक बदल सकता है। Δn = कोई भी मान

(B) $\Delta \ell = \pm 1$ और $\Delta m = 0, \pm 1$



उदाहरण :

यदि एक इलेक्ट्रॉन मुख्य क्वाण्टम संख्या n=2 से n=1 में जाता है तो उसे $\ell = 1$ से $\ell = 0$ में जाना चाहिये (1s ← 2p)

1s ← 2p संक्रमण निषेध है क्योंकि $\ell = 0$

हाइड्रोजन परमाणुओं में कुछ अन्य सम्भव संक्रमण ऊपर चित्र में दर्शाये गये हैं।

19. कक्षकों की आकृति

कक्षक : नाभिक के चारों ओर त्रिविमीय स्थान जहाँ पर निश्चित ऊर्जा इलेक्ट्रॉन के पाये जाने की संभावना अधिकतम होती हैं। कक्षक कहते हैं।

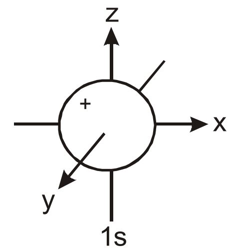
's' कक्षक की आकृति :

(a) 's' कक्षक के लिये $\ell = 0$ तथा m = 0 होता हैं अतः 's' कक्षक केवल एक एकल दिशात्मक अभिविन्यास होता हैं अर्थात इलेक्ट्रॉन के पाये जाने की संभावनाएँ सभी दिशाओं में समान होती हैं।

(b) n के बढ़ने के साथ 's' कक्षक की ऊर्जा व आकार बढ़ता हैं : 1s < 2s < 3s < 4s.

(c) इसमें दिशात्मक गुण नहीं पाया जाता हैं।

's' कक्षक की आकृति :

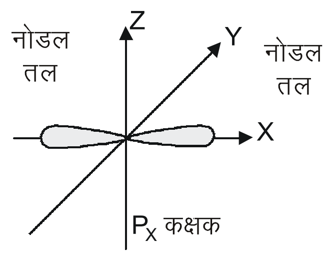


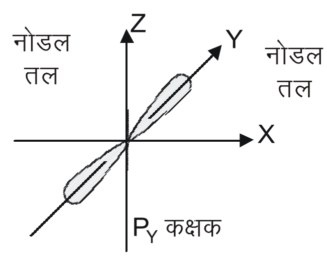
'p' कक्षक की आकृति :

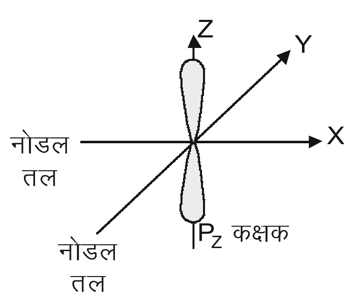
(a) p कक्षक के लिये $\ell = 1$ तथा m = +1, 0, – 1 है अर्थात इसमें तीन 'p' कक्षक होंगे जैसे p_x, p_y, p_z.

(b) 'p' कक्षक की आकृति डम्बलकार होती है, जिसमें दो विपरीत दिशात्मक होती हैं। जो नोडल तल द्वारा पृथक रहती हैं।

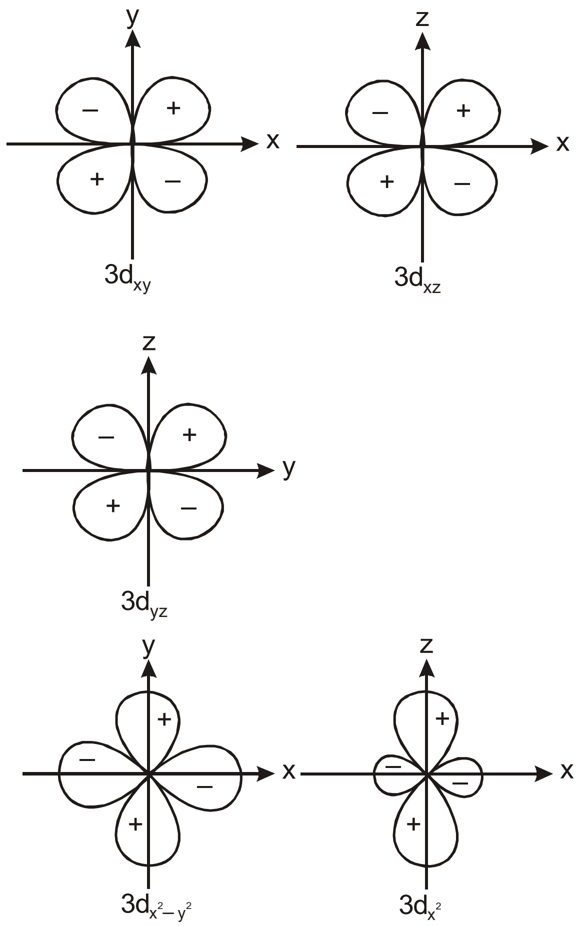
(c) p-कक्षक में दिशात्मक गुण होता हैं।







'd'-कक्षकों की आकृति :



(a) 'd' कक्षक के लिये ℓ = 2 तथा 'm' = –2, –1, 0, +1, +2 अर्थात 'd' उपकोश में पाँच कक्षक हैं जैसे d_{xy}, d_{yz}, d_{zx}, $d_{x^2-y^2}$, d_{z^2} .

(b) प्रत्येक 'd' कक्षक आकृति, आकार तथा ऊर्जा में समान होते हैं।

(c) 'd' कक्षक द्विडम्बलाकार होती हैं।

(d) इसमें दिशात्मक गुण होता हैं।

★ केवल टारगेट कोर्स के विद्यार्थियों के लिये

उदाहरण **क्वांटम संख्या तथा कक्षकों की आकृति पर आधारित**

उदा.29 मुख्य क्वांटम संख्या 5 से सम्बन्धित अधिकतम संख्या में परमाण्विक कक्षक होंगे –

(A) 9 (B) 12
(C) 16 (D) 25

उत्तर. **(D)**

हल. मुख्य कोश में कक्षकों की संख्या $n^2 = 5^2 = 25$.

उदा.30 बेरीलियम के चौथे इलेक्ट्रॉन की क्वांटम संख्याएँ हैं

	n	ℓ	m	s
(A)	1	0	0	1/2
(B)	1	1	1	1/2
(C)	2	0	0	–1/2
(D)	2	1	0	+1/2

उत्तर.(C)

हल. यह $2s^1$ इलेक्ट्रॉन हैं।

उदा.31 कक्षक को इंगित करने के लिये आवश्यकता होती हैं –

(A) मुख्य तथा दिगंशी क्वांटम संख्या की

(B) मुख्या तथा चुम्बकीय क्वांटम संख्या की

(C) दिगंशी तथा चुम्बकीय क्वांटम संख्या की

(D) दिगंशी, चुम्बकीय तथा मुख्या क्वांटम संख्या की

उत्तर. **(D)**

हल. क्वांटम संख्याएँ किसी इलेक्ट्रॉन का निश्चित कक्षक पर किया गया हस्ताक्षर हैं।

Ex.32 (a) एक इलेक्ट्रॉन 5 f कक्षक में है इसके लिए n, l, m, और s कवाण्टम संख्याओं के क्या सम्भावित मान है ?

(b) इन कक्षकों को क्या पदनाम दिया जाये जो (i) n = 2, l = 1 और

(ii) n = 3, l = 0 ?

हल (a) एक इलेक्ट्रॉन जो 5 f कक्षक में है उसके लिये क्वाण्टम संख्याओं का मान होगा :

n = 5, ℓ = 3 ;

m = –3, –2, -1, 0, +1, +2, +3

and s = either + 1/2 or –1/2

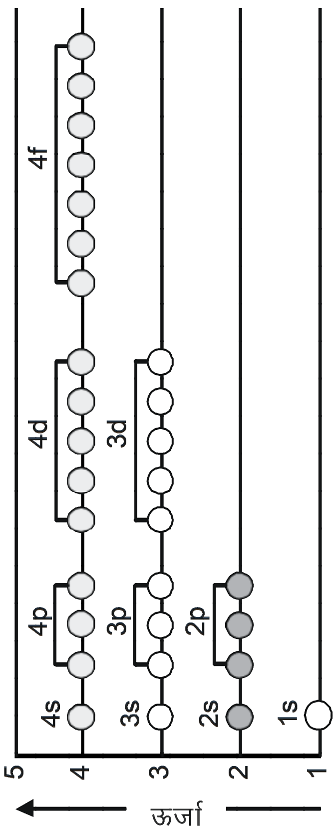
(b) (i) 2p, (ii) 3s.

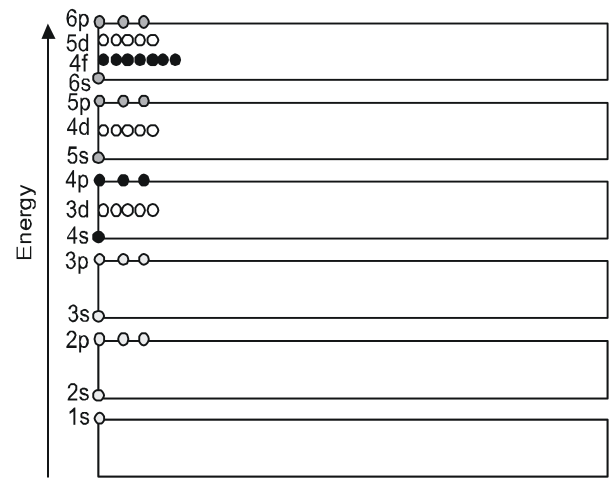
20. ऊर्जा तल चित्र (Energy level diagram)

(a) यह विभिन्न कक्षकों की आपेक्षिक ऊर्जाओं को ऊर्जा तल चित्र द्वारा प्रदर्शित करता हैं।

(b) **एक इलेक्ट्रॉन पद्धति : –** इस पद्धति में इलेक्ट्रॉन $1s^2$ तल में होता हैं, तथा इसमें मुख्य कोश के सभी उपकोशो की ऊर्जा समान होती हैं, जो कि (ℓ) के मान से स्वतंत्र हैं। यह (ℓ) केवल कक्षक की आकृति को बताता हैं।

(c) बहुल इलेक्ट्रॉन पद्धति : – इस पद्धति में ऊर्जा तल न केवल नाभिकीय आवेश से, लेकिन उपस्थित दूसरे इलेक्ट्रॉन पर भी निर्भर करता हैं।





बहुल इलेक्ट्रॉन युक्त परमाणु के चित्र द्वारा निम्न निष्कर्ष प्राप्त होते हैं।

(a) नाभिक से किसी कोश की दूरी बढ़ने पर ऊर्जा तल भी बढ़ता हैं जैसे ऊर्जा तल 2 >1.

18.5 विभिन्न क्वांटम संख्याओं के मध्य सम्बन्ध :

ऊर्जा स्तर	मुख्य क्वाण्टम संख्या	द्विगंशी क्वाण्टम संख्या	चुम्बकीय क्वाण्टम संख्या	चक्रण क्वाण्टम संख्या	कक्षक का पदनाम	कुल इलैक्ट्रॉन की संख्या
K	1	0	0	± ½	1s	2
L	2	0	0	± ½	2s	2
		1	-1	± ½	$2\ p_x$	
			0	± ½	$2\ p_z$	6
			+1	± ½	$2\ p_y$	
M	3	0	0	± ½	3s	2
		1	-1	± ½	$3\ p_x$	
			0	± ½	$3\ p_z$	6
			+1	± ½	$3\ p_y$	
		2	- 2	± ½	$3\ d_{x^2-y^2}$	
			- 1	± ½	$3\ d_{yz}$	10
			0	± ½	$3\ d_{z^2}$	
			+1	± ½	$3\ d_{zx}$	
			+2	± ½	$3\ d_{xy}$	

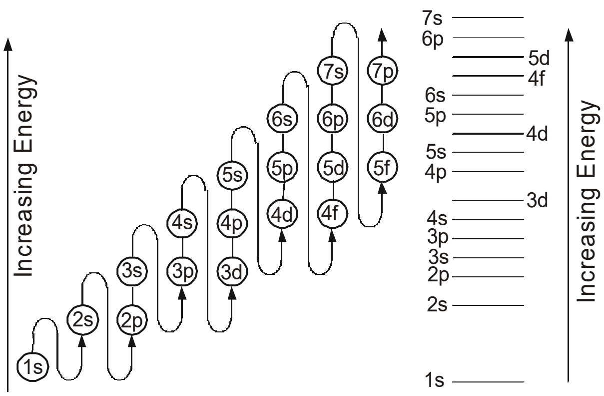
(b) एक ही कोश में उपकोशो की ऊर्जा भी भिन्न हो सकती हैं जो कि ℓ के मान पर निर्भर करती है जेसै ℓ के उच्च मान की ऊर्जा भी उच्च होगी।

जैसे चौथे कोश के लिये –

ऊर्जा तल क्रम

4f > 4d > 4p > 4s

$\ell = 3$ $\ell = 2$ $\ell = 1$ $\ell = 0$



(c) विभिन्न ऊर्जा तलों की आपेक्षिक ऊर्जाओं को $(n + \ell)$ नियम द्वारा समझाया जा सकता हैं।

(i) निम्न $(n + \ell)$ मान युक्त उपकोश की ऊर्जा तल निम्न होती हैं।

For 3d $n = 3$ $\ell = 2$ $\therefore$ $n + \ell = 5$

For 4s $n = 4$ $\ell = 0$ $n + \ell = 4$

(ii) यदि $(n + \ell)$ का मान दो उपकोशो के लिये समान है तो इलेक्ट्रॉन उस उपकोश में भरेगे जिसके लिये 'n' का मान कम हैं।

21. इलेक्ट्रॉनिक विन्यास

विभिन्न कक्षकों में इलेक्ट्रॉन के वितरण को इलेक्ट्रॉनिक विन्यास कहा जाता हैं। परमाणु के आद्य **अवस्था** में कक्षकों के भरने का **क्रम निम्न नियमों द्वारा निर्धारित** होता हैं –

21.1 आफबाउ सिद्धान्त :

(a) यह एक जर्मन शब्द हैं, जिसका अर्थ होता है, बनाना या निर्माण करना।

(b) इस सिद्धान्त के अनुसार ''किसी भी परमाणु के कक्षकों में इलेक्ट्रॉन, कक्षकों की ऊर्जा के बढ़ते क्रम में भरते हैं'' अर्थात निम्नतम ऊर्जा वाले कक्षक में इलेक्ट्रॉन पहले भरे जाते हैं।

(c) कक्षक की ऊर्जा n तथा ℓ के या बोहर–बरी सिद्धान्त, आधार पर निकली जाती हैं,

(D) इस सिद्धान्त के परिणाम

(i) $(n + \ell)$ के निम्न मान वाले कक्षक की ऊर्जा कम होती हैं, उसे पहले भरा जाता हैं।

(ii) जब दो कक्षकों के लिये $(n + \ell)$ के मान समान होते है तो जिस कक्षक के लिये "n" का मान कम होगा उसमें इलेक्ट्रॉन भरे जायेंगे।

21.2 पाउली का अपवर्जन सिद्धान्त (Pauli's Exclusion Principle)

(a) **इस सिद्धान्त के अनुसार किसी भी कक्षक में विपरीत** चक्रण वाले अधिकतम दो इलेक्ट्रॉन भरे जा सकते हैं अथवा किसी परमाणु में किन्ही भी दो इलेक्ट्रॉनों की चारो क्वांटम संख्याओं s, p, d, व f के मान समान नहीं हो सकते हैं।

(b) किसी परमाणु में तीन क्वांटम संख्याएँ समान हो सकती हैं लेकिन चौथी क्वांटम संख्या (चक्रण) भिन्न होगी।

(c) **यह सिद्धान्त एक परमाणु के दो इलेक्ट्रॉनों की चारों** क्वांटम संख्याओं के लिये सभी योग संभवनाओं का वर्जन करता हैं, अतः इसे अपवर्जन सिद्धान्त कहते हैं।

इसके परिणाम निम्नलिखित हैं –

(i) मुख्य कोश में अधिकतम इलेक्ट्रान की संख्या = $2n^2$

(ii) उपकोश में अधिकतम इलेक्ट्रॉन की संख्या = $2(2\ell + 1)$

(iii) कोश में अधिकतम उपकोश की सख्ंया = n

(iv) मुख्य कोश में कक्षकों की संख्या = n^2

(v) एक कक्षक में दो से अधिक इलेक्ट्रॉन नहीं भरे जा सकते हैं।

सही गलत

21.3 हुण्ड्स का अधिकतम बहुलकता का नियम (Hund's Rule of Maximum Multiplicity)

(a) यह नियम एक ही उपकोश के समभ्रंश कक्षकों से सम्बंधित हैं।

(b) इस नियम के अनुसार ''जब समान ऊर्जा के कक्षकों में इलेक्ट्रॉन भरे जाते है तो इलेक्ट्रॉन का युग्मन तब तक नहीं होता जब तक की सभी (समभ्रंश) कक्षकों में समानान्तर चक्रण वाले इलेक्ट्रॉन नहीं भर जाते''

(c) नियमानुसार एक की उपकोश p, d तथा f में क्रमशः चौथे, छठे तथा आठवे इलेक्ट्रॉन का युग्मन होगा।

(d) इसका कारण यह है कि एक ही कक्षक में समआवेशित इलेक्ट्रॉनों के मध्य प्रतिकर्षण को कम करने के लिये इलेक्ट्रॉनों के मध्य प्रतिकर्षण होता हैं।

(e) मध्य के प्रतिकर्षण को कम करनें के लिये इलेक्ट्रॉन भिन्न कक्षकों में जाते हैं।

(f) यह भिन्न कक्षकों में उपस्थित (सामान्तर चक्रण वाले) इलेक्ट्रॉन आदान प्रदान ऊर्जा को कम करता हैं।

(g) अधिकतम बहुलकता का अर्थ है, एक ही प्रकार के कक्षकों में इलेक्ट्रोन अधिकतम अयुग्मित रहते हैं।

22.अर्द्ध पूरित तथा पूर्ण पूरित कक्षकों का उच्च स्थायित्व :

इनके स्थायित्व के निम्न कारण हैं

22.1 कक्षको में समरूपता (Symmetry of orbitals) -

(a) समरूपता स्थायित्व बढ़ाती हैं

(b) यदि इलेक्ट्रॉन का एक कक्षक से दूसरे में निम्न ऊर्जा के स्थानान्तरण द्वारा सममित इलेक्ट्रॉन विन्यास प्राप्त होता हैं, तो इसका स्थायित्व अधिक होता हैं।

(c) p^3, d^5, f^7 विन्यास इसके निकटवर्ती विन्यासों से अधिक स्थाई हैं।

22.2 विनिमय ऊर्जा (Exchange Energy)

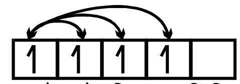
(a) विभिन्न उपकोशों में उपस्थित इलेक्ट्रॉन अपनी स्थिति का विनिमय करते हैं, जबकि एक ही उपकोश के इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा समान होती हैं।

(b) एक ही उपकोश में इलेक्ट्रॉन के विनिमय द्वारा ऊर्जा का उत्सर्जन होता हैं।

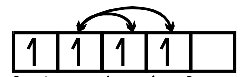
(c) अर्द्ध भरे या पूर्ण भरे कक्षकों की विनिमय ऊर्जा अधिकतम होती हैं, तथा यह उच्च उपकोश से निम्न उपकोश में इलेक्ट्रॉन के स्थानान्तरण से उत्सर्जित ऊर्जा से अधिक होती हैं। जैसें 4s से 3d कक्षक में (Cu तथा Cr)

(d) समान्तर चक्रण वाले समभ्रंश कक्षकों के इलेक्ट्रॉनों में विनिमय की संख्या जितनी अधिक होगी उतनी ही अधिक ऊर्जा उत्सर्जित होगी तथा स्थायित्व उतना ही बढ़ेगा।

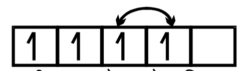
(e) d^4 तथा d^5 में समान्तर चक्रण वाले इलेक्ट्रॉन में संभव विनिमय की संख्याओं की गणना।

(A) 

प्रथम इले. के लिए 3 विनिमय संभव कुल विनिमय संख्या = 3 + 2 + 1 = 6

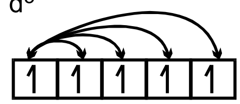
(B) 

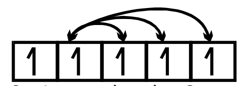
द्वितीय इले. के लिए 2 विनिमय

(C) 

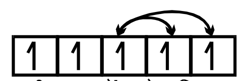
तृतीय इले. के लिए 1 विनिमय

d^5

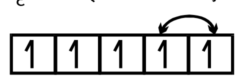
(A)  प्रथम इलें. के लिए 4 विनिमय

(B) 

द्वितीय इलें के लिए 3 विनिमय

(C) 

तृतीय इलें के लिए 2 विनिमय

(D) 

चौथे इलें. के लिए एक (A) विनिमय कुल विनिमय की कुल संख्या = 4 + 3 + 2 + 1 = 10

23. तत्वों का इलेक्ट्रॉनिक विन्यास

Element	At.No.	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s	5p	6d	5f
H	1	1													
He	2	2													
Li	3	2	1												
Be	4	2	2												
B	5	2	2	1											
C	6	2	2	2											
N	7	2	2	3											
O	8	2	2	4											
F	9	2	2	5											
Ne	10	2	2	6											
Na	11	2	2	6	1										
Mg	12	2	2	6	2										
Al	13	2	2	6	2	1									
Si	14	2	2	6	2	2									
P	15	2	2	6	2	3									
S	16	2	2	6	2	4									
Cl	17	2	2	6	2	5									
Ar	18	2	2	6	2	6									
K	19	2	2	6	2	6	1								
Ca	20	2	2	6	2	6	2								
Sc	21	2	2	6	2	6	1	2							
Ti	22	2	2	6	2	6	2	2							
V	23	2	2	6	2	6	3	2							
*Cr	24	2	2	6	2	6	5	1							
Mn	25	2	2	6	2	6	5	2							
Fe	26	2	2	6	2	6	6	2							
Co	27	2	2	6	2	6	7	2							
Ni	28	2	2	6	2	6	8	2							

Element	At.No.	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s	5p	6d	5f
*Cu	29	2	2	6	2	6	10	1							
Zn	30	2	2	6	2	6	10	2							
Ga	31	2	2	6	2	6	10	2	1						
Ge	32	2	2	6	2	6	10	2	2						
As	33	2	2	6	2	6	10	2	3						
Se	34	2	2	6	2	6	10	2	4						
Br	35	2	2	6	2	6	10	2	5						
Kr	36	2	2	6	2	6	10	2	6						
Rb	37	2	2	6	2	6	10	2	6			1			
Sr	38	2	2	6	2	6	10	2	6			2			
Y	39	2	2	6	2	6	10	2	6	1		2			
Zr	40	2	2	6	2	6	10	2	6	2		2			
*Nb	41	2	2	6	2	6	10	2	6	4		1			
*Mo	42	2	2	6	2	6	10	2	6	5		1			
Tc	43	2	2	6	2	6	10	2	6	5		2			
*Ru	44	2	2	6	2	6	10	2	6	7		1			
*Rh	45	2	2	6	2	6	10	2	6	8		1			
*Pd	46	2	2	6	2	6	10	2	6	10					
*Ag	47	2	2	6	2	6	10	2	6	10		1			
Cd	48	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2			
In	49	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	1		
Sn	50	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	2		
Sb	51	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	3		
Te	52	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	4		
I	53	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	5		
Xe	54	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	6		

Element	At.No.	K	L	M	4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	5f	6s	6p	6d	6f	7s
Cs	55	2	8	18	2	6	10		2	6			1				
Ba	56	2	8	18	2	6	10		2	6			2				
*La	57	2	8	18	2	6	10		2	6	1		2				
Ce	58	2	8	18	2	6	10	2	2	6			2				
Pr	59	2	8	18	2	6	10	3	2	6			2				
Nd	60	2	8	18	2	6	10	4	2	6			2				
Pm	61	2	8	18	2	6	10	5	2	6			2				
Sm	62	2	8	18	2	6	10	6	2	6			2				
Eu	63	2	8	18	2	6	10	7	2	6			2				
*Gd	64	2	8	18	2	6	10	7	2	6	1		2				
Tb	65	2	8	18	2	6	10	9	2	6			2				
Dy	66	2	8	18	2	6	10	10	2	6			2				
Ho	67	2	8	18	2	6	10	11	2	6			2				
Er	68	2	8	18	2	6	10	12	2	6			2				
Tm	69	2	8	18	2	6	10	13	2	6			2				
Yb	70	2	8	18	2	6	10	14	2	6			2				
Lu	71	2	8	18	2	6	10	14	2	6	1		2				

Elements	At.No.	K	L	M	N	4p	4d	4f	5s	5p	5d	5f	6s	6p	6d	6f	7s
Hf	72	2	8	18	2	6	10	14	2	6	2	2					
Ta	73	2	8	18	2	6	10	14	2	6	3	2					
W	74	2	8	18	2	6	10	14	2	6	4	2					
Re	75	2	8	18	2	6	10	14	2	6	5	2					
Os	76	2	8	18	2	6	10	14	2	6	6	2					
Ir	77	2	8	18	2	6	10	14	2	6	7	2					
*Pt	78	2	8	18	32				2	6	9	1					
*Au	79	2	8	18	32				2	6	10	1					
Hg	80	2	8	18	32				2	6	10	2					
Ti	81	2	8	18	32				2	6	10	2	1				
Pb	82	2	8	18	32				2	6	10	2	2				
Bi	83	2	8	18	32				2	6	10	2	3				

Element	At.No.	K	L	M	4s	4p	4d	4f	5s	5d	5d	5f	6s	6p	6d	6f	7s
Po	84	2	8	18	32				2	6	10		2	4			
At	85	2	8	18	32				2	6	10		2	5			
Rn	86	2	8	18	32				2	6	10		2	6			
Fr	87	2	8	18	32				2	6	10		2	6			1
Ra	88	2	8	18	32				2	6	10		2	6			2
*Ac	89	2	8	18	32				2	6	10		2	6	1		2
*Th	90	2	8	18	32				2	6	10	0	2	6	2		2
*Pa	91	2	8	18	32				2	6	10	2	2	6	1		2
*U	92	2	8	18	32				2	6	10	3	2	6	1		2
Np	93	2	8	18	32				2	6	10	5	2	6	1		2
Pu	94	2	8	18	32				2	6	10	6	2	6			2
Am	95	2	8	18	32				2	6	10	7	2	6			2
*Cm	96	2	8	18	32				2	6	10	7	2	6	1		2
*bk	97	2	8	18	32				2	6	10	8	2	6	1		2
Cf	98	2	8	18	32				2	6	10	10	2	6			2
Fs	99	2	8	18	32				2	6	10	11	2	6			2
Fm	100	2	8	18	32				2	6	10	12	2	6			2
Md	101	2	8	18	32				2	6	10	13	2	6			2
No	102	2	8	18	32				2	6	10	14	2	6			2
*Lw	103	2	8	18	32				2	6	10	14	2	6	1		2
Ku	104	2	8	18	32				2	6	10	14	2	6	2		2
Ha	105	2	8	18	32				2	6	10	14	2	6	3		

उदाहरण इलेक्ट्रॉनिक विन्यास पर आधारित

उदा.33 मुख्य क्वांटम संख्या 'n' के विभिन्न उपकोशों की ऊर्जाओं का सही क्रम हैं –

(A) f > d > p > s (B) s > p < d > f

(C) f > p > d > s (D) s > f > p > d

उत्तर. **(A)**

हल. यह नियमानुसार हैं।

उदा.34 रूबीडियम (Z = 37) के बाहतम इलेक्ट्रॉल के लिये चारों क्वांटम संख्याओं का सही क्रम हैं –

(A) 5, 0, 0, 1/2 (B) 5, 1, 0, 1/2

(C) 5, 1, 1, 1/2 (D) 6, 0, 0, 1/2

उत्तर. **(A)**

हल. इलेक्ट्रॉनिक विन्यास $5s^1$ हैं।

उदा.35 उपकोशों की ऊर्जाओं का बढ़ता क्रम हैं –

(A) 3s, 3p, 4s, 3d, 4p

(B) 3s, 3p, 3d, 4s, 4p

(C) 3s, 3p, 4s, 4p, 3d

(D) 3s, 3p, 3d, 4p, 4s

उत्तर. **(A)**

हल. यह $(n + \ell)$ नियमानुसार हैं।

उदा.36 d^7 विन्यास के परिणामी कुल चक्रण हैं –

(A) 3/2 (B) 1/2

(C) 2 (D) 1.

उत्तर.(A)

हल. d^7, के लिये तीन अयुग्मित इलेक्ट्रॉन का चक्रण

$= 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

उदा.37 परमाणुओं जिनका परमाणु क्रमांक 7, 24, 34 एवं 36 है, के लिए कुल चक्रण चुम्बकीय आघूर्ण की गणना कीजिये।

हल. इलेक्ट्रॉन विन्यास है

$_7N$: $1s^2, 2s^22p^3$

अनुमानित इलेक्ट्रॉन की संख्या = 3

$_{24}Cr$: $1s^2, 2s^22p^6, 3s^23p^53d^5, 4s^1$

अनुमानित इलेक्ट्रॉन की संख्या = 6

$_{34}Se$: $1s^2, 2s^22p^6, 3s^23p^63d^{10}, 4s^24p^4$

अनुमानित इलेक्ट्रॉन की संख्या = 2

$_{36}Kr$: $1s^2, 2s^22p^6, 3s^23p^63d^{10}, 4s^24p^6$

अनुमानित इलेक्ट्रॉन की संख्या = 0

$\therefore$ एक परमाणु के लिये कुल चक्रण

= ± 1/2 x अनुमानित इलेक्ट्रॉन की संख्या

$_7N$, के लिये, यह है = ± 3/2 ;

$_{24}Cr$, के लिये, यह है = ± 3

$_{34}Se$, के लिये, यह है = ± 1 ;

$_{36}Kr$, के लिये, यह है = 0

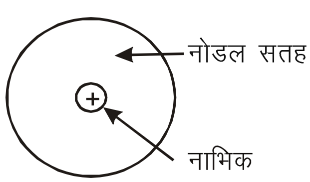
चुम्बकीय आघूर्ण = $\sqrt{[n(n+2)]}$ बोहर मैग्नेटन

$_7N$, के लिये यह है = $\sqrt{(15)}$; $_{24}Cr$, के लिये यह है = $\sqrt{(48)}$

$_{34}Se$, के लिये यह है = $\sqrt{(8)}$

24. कुछ महत्वपूर्ण परिभाषाएँ

24.1 नोडल सतह (Nodal surface)



दो उपकोशों के मध्य का वह स्थान जहाँ इलेक्ट्रॉन पाये जाने की संभावना शून्य हो को **नोडल सतह** कहते हैं। किसी एक परमाणु में नोडल सतह की संख्या =(n – 1), जहाँ 'n' परमाणु में कोशों की कुल संख्या हैं।

24.2 नोडल तल (Nodal plane)

'p' तथा 'd' कक्षकों का वह स्थान जहाँ इलेक्ट्रॉन घनत्व लगभग शून्य होता है, **नोडल तल** कहते हैं।

For p_x = yz

p_y = xz

p_z = xy

For d_{xy} = yz, zx

d_{yz} = xy, xz

$d_{x^2-y^2}$ = 0

d_{zx} = xy, yz

d_{z^2} = 0

24.3 नोडल बिन्दु (Nodal Point)

परमाणु का नाभिक **नोडल बिन्दु** कहलाता हैं।

24.4 तुल्यांतरी नाभिकीय (Isodiapheres)

तत्त्व जिनके (n – p) का मान समान होता हैं, **आइसोडायफर्स** कहलाते हैं।

जैसे	$_7N^{14}$	$_8O^{16}$
(n – p) के मान	0	0

24.5 समपरासरी / समन्यूट्रॉनी (Isotone)

भिन्न भिन्न तत्वों के परमाणु जिनमें न्यूट्रानों की संख्या समान होती हैं, **समपरासरी** कहलाते हैं।

जैसें	$_{14}Si^{30}$	$_{15}P^{31}$	$_{16}S^{32}$
न्यूट्रॉनों की संख्या	16	16	16

24.6 समस्थानिक (Isotopes)

(i) सर्वप्रथम 'सोडी' द्वारा दिया गया।

(ii) समस्थानिकों के परमाणु क्रमांक समान लेकिन द्रव्यमान संख्या भिन्न होती हैं।

(iii) समान परमाणु क्रमांक के कारण इनके रासायनिक गुण समान होते हैं।

(iv) परमाणु द्रव्यमान भिन्न होने के कारण भौतिक गुण भिन्न भिन्न होते है।

जैसें	$_1H^1$	$_1H^2$	$_1H^3$
	प्रोटियम	ड्यूटीरियम	ट्रिटियम
Z =	1	1	1
A =	1	2	3

24.7 समभारिक (Isobar)

दो भिन्न परमाणु जिनके परमाणु क्रमांक भिन्न लेकिन परमाणु द्रव्यमान समान होते हैं **समभारिक** कहलाते हैं।

जैसें	$_{18}Ar^{40}$	$_{19}K^{40}$	$_{20}Ca^{40}$
द्रव्यमान संख्या	40	40	40
परमाणु क्रमांक	18	19	20

24.8 समाकृतिक (Isomorphous)

दो भिन्न प्रकार के यौगिक जिनकी क्रिस्टलीय संरचना समान प्रकार की होती है, समाकृतिक कहलाते है तथा इनका यह गुण समाकृतिकता कहलाता है

जैसें

$FeSO_4 . 7H_2O$	$ZnSO_4 . 7H_2O$
हरा कशीश	श्वेत कशीश
(Green vitriol)	(White vitriol)
हेप्टा हाइड्रेटफेरस सल्फेट	हेप्टा हाइड्रेट जिंक सल्फेट

24.9 समावयवी (Isomers)

दो या दो से अधिक यौगिक जिनके अणुसुत्र समान लेकिन भौतिक या रासायनिक गुण भिन्न होते हैं समावयवी तथा इनका यह गुण समावयवता कहलाता हैं।

जैसें $C_2H_6O \rightarrow C_2H_5\ OH\ \&\ CH_3 - O - CH_3$

24.10 समइलेक्ट्रॉनिक (Isoelectronic)

आयन, परमाणु, अणु या स्पशीज जिनमें समान संख्या में इलेक्ट्रॉन पाये जाते है, समइलेक्ट्रॉनिक कहलाते हैं।

जैसे	$_{17}Cl^-$	$_{18}Ar$	$_{19}K^+$	$_{20}Ca^{+2}$
इलैक्ट्रॉन की संख्या	18	18	18	18
जैसे	CN^-	CO		
इलैक्ट्रॉन की संख्या	14	14		

24.11 समविन्यासी (Isosters)

यौगिक जिनमें इलेक्ट्रॉन तथा परमाणुओं की संख्या समान होती है। समविन्यासी कहलाते हैं।

जैसे	CO_2	N_2O
	22	22

24.12 करनेल (Kernel)

किसी परमाणु के बाह्यतम कोश को पृथक करने के पश्चात बचे आन्तरिक कोश युक्त परमाणु को करनेल कहते हैं तथा कोशों के इलेक्ट्रोनों को करनेल इलेक्ट्रॉन भी कहते हैं।

जैसें $Mg = 1s^2\ 2s^2\ 2p^6,\ 3s^2$

कुल करनेल इलेक्ट्रोनों की संख्या = 2 + 2 + 6 = 10

24.13 कोर (Core)

(i) किसी परमाणु का बाह्यतम कोश कोर कहलाता है तथा इसके इलेक्ट्रॉन कोर इलेक्ट्रॉन कहलाते है।

जैसें $Cl = 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^5$

कोर इलेक्ट्रॉन = 2 + 5 = 7

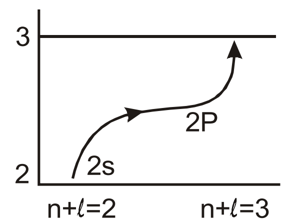
(ii) यदि कोर अस्थाई है तो परमाणु परिवर्तनशील संयोजकता दर्शाता हैं।

नोट : जब इलेक्ट्रॉन स्थाई अवस्था में है तब इलेक्ट्रॉन के चुम्बकीय क्षेत्र का मान शून्य होता हैं।

24.14 प्रमोशन (Promotion) :

किसी कक्ष या कोश में इलेक्ट्रॉनों का उपकोशों के मध्य स्थानान्तरण प्रमोशन कहलाता हैं, जबकि एक इलेक्ट्रॉन का एक ऊर्जा स्तर से दूसरे ऊर्जा स्तर में स्थानान्तरण संक्रमण कहलाता है। प्रमोशन के पूर्ण होने के बाद ही संक्रमण सम्पन्न होता है

जैसे 2s ($n + \ell = 2 + 0 = 2$) से एक इलेक्ट्रॉन का 2p में स्थानान्तरण प्रमोशन तथा 2^{nd} कक्ष से 3^{rd} कक्ष में (या 2p से 3s मे) इलेक्ट्रॉन का स्थानान्तरण संक्रमण कहलाता है।



24.15 त्रिज्य एवं कोणीय फलन :

श्रोडिंगजर समीकरण को ध्रुवीय निर्देशांकों के रूप में इस प्रकार लिखते है।

$$\frac{1}{r^2}\ \frac{\partial}{\partial r}\left(\left(r^2\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 s^2\theta}\cdot\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2} + \frac{1}{r^2}\ \frac{1}{\sin\theta}\ \frac{\partial}{\partial\theta}\ \frac{\partial\psi}{\partial\theta} + \frac{8\pi^2 m}{h^2}\ (E - V)\ \psi = 0\right.$$

इसके हल का निम्न रूप है

$y = R(r)\ .\ \Theta(\theta)\ .\ \Phi(\phi)$ .... (i)

R(r) वह फलन है जो नाभिक से दूरी पर निर्भर करता है जोकि क्वाण्टम संख्या n एवं l पर निर्भर करता है।

$\Theta(\theta)$, θ का फलन है जो क्वाण्टम संख्याओं l एवं m पर निर्भर करती है।

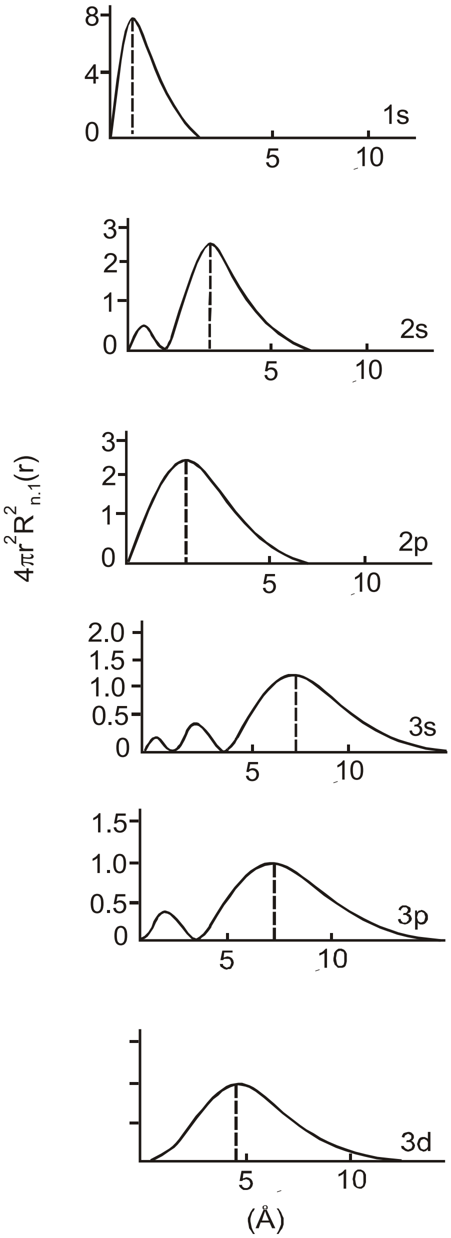
$\Phi(\phi)$, ϕ का फलन है जो क्वाण्टम संख्या m पर निर्भर करती है।

समीकरण (i) को पुनः लिख सकते है $y = R(r)_{nl}\ .\ A_{ml}$ यह तरंग फलन को दो भागों में विखण्डित करता है जिसे अलग अलग हल किया जा सकता है।

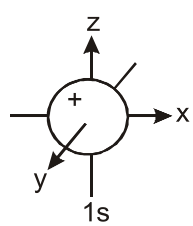
(i) R(r) त्रिज्य फलन है जो क्वाण्टम संख्या n एवं l पर निर्भर करती है।

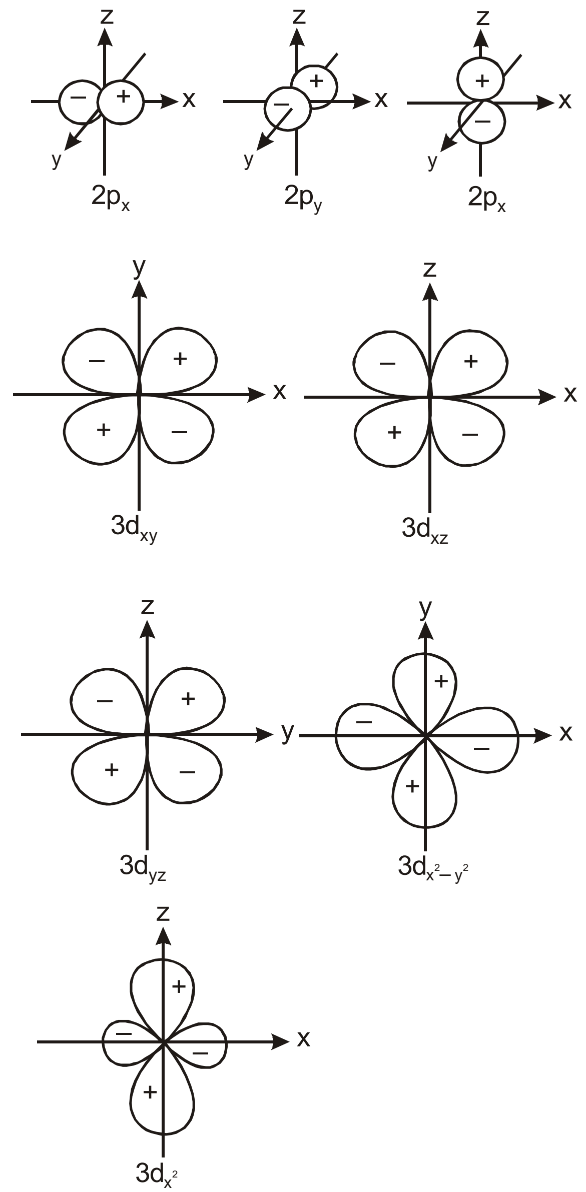
(ii) A_{ml} कुल कोणीय तरंग फलन है जो क्वाण्टम संख्या m एवं l पर निर्भर करती है।

त्रिज्य फलन R का कोई भौतिक अर्थ नहीं है लेकिन R^2 दिये हुये आयतन dv में इलेक्ट्रॉन के पाये जाने की प्रायिकता बताता है। दिये हुये r के लिये छोटे आयतनों की संख्या $4\pi r^2$ है इसलिये नाभिक से r की दूरी पर पाये जाने वाले इलेक्ट्रॉन की प्रायिकता $4\pi r^2 R^2$ है इसे हाइड्रोजन का त्रिज्य वितरण फलन कहा जाता है। इसके आलेख निम्न है –



कोणीय फलन A दिशा पर निर्भर करता है यह नाभिक से दूरी पर निर्भन नहीं करता है। दी हुयी दिशा पर इलेक्ट्रॉन के पाये जाने की प्रायिकता A^2 है। इसे निम्न ध्रुवीय चित्र द्वारा दर्शाया गया है।





हाइड्रोजन परमाणु के 1s, 2p एवं 3d कक्षकों के लिए A(θ, φ) के ध्रुवीय चित्र

यह ध्रुवीय चित्र कुल तरंग फलन ψ को निर्देशित नहीं करता है परन्तु तरंग फलन के कोणीय भाग को प्रदर्शित करता है। यह चित्र सामान्यतः परमाणुओं के मध्य कक्षकों के अतिव्यापन को प्रदर्शित करता है। मूलभूल रूप से आबन्ध के लिये समान चिन्ह वाले कक्षक अतिव्यापन करने चाहिये।

कुछ महत्वपूर्ण बिन्दु

- बड़े पदार्थो जैसे क्रिकेट बॉल, कार, रेलगाड़ी आदि के लिये तरंग प्रकृति का कोई महत्व नहीं हैं।
- डी ब्रॉगली संकल्पना का महत्वपूर्ण उपयोग इलेक्ट्रॉन सूक्ष्म दर्शी के निर्माण तथा इलेक्ट्रॉन विवर्तन द्वारा, ठोसों के सतह के अध्ययन में किया जाता हैं।
- इलेक्ट्रॉन तरंग की तरंग दैर्ध्य जितनी छोटी होगी उतनी ही इलेक्ट्रॉन सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता अधिक होगी।
- गणना में अनिश्चितता किसी प्रयोगात्मक तकनीक की कमी के कारण न होकर उप परमाण्विय कण की प्रकृति के द्वारा होती हैं।
- कक्षकों की आकृति श्रोडिंगर समीकरण के गणितीय हल का क्रियात्मक प्रस्तुतीकरण हैं। वे किसी पदार्थ या विद्युत आवेश चित्र का प्रस्तुतीकरण नहीं करते हैं।

SOLVED EXAMPLES

Ex.1 बॉमर एवं लाइमन श्रेणी की अन्तिम रेखाओं की तरंग दैर्ध्य का अनुपात है

(A) 4 : 1 (B) 27 : 5
(C) 3 : 1 (D) 9 : 4

Sol.(A) स्पेक्ट्रल रेखा की तरंग दैर्ध्य निम्न व्यंजक द्वारा दी जाती है

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

लाइमन श्रेणी के लिए $n_1 = 1$, बामर श्रेणी के लिए $n_1 = 2$

दोनो श्रेणियों की अन्तिम रेखा $n_2 = \infty$

लाइमन श्रेणी के लिए

$$\frac{1}{\lambda_L} = R\left(1 - \frac{1}{\infty}\right) = R\,(1 - 0) = R$$

$$\lambda_L = \frac{1}{R}$$

बामर श्रेणी के लिए

$$\frac{1}{\lambda_B} = R\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{\infty}\right) = \frac{R}{4}$$

$$\lambda_B = \frac{4}{R}$$

$$\frac{\lambda_B}{\lambda_L} = \frac{4}{R} \times \frac{R}{1} = \frac{4}{1}$$

Ex.2 एक इलेक्ट्रोन को अनन्त दूरी से परमाणु की नाभिक के निकट लाया जाये तो इलेक्ट्रान नाभिक तन्त्र की ऊर्जा –

(A) बढ़ेगी (B) घटेगी
(C) समान रहती है (D) इनमें से कोई नही

Sol.(B) इलेक्ट्रॉन की स्थितिज ऊर्जा (P.E.) इसकी नाभिक से दूरी का फलन होती है तथा यह निम्न प्रकार कुलॉम नियम द्वारा दी जाती है।

$$\text{P.E.} = -\frac{e^2}{r}$$

कुल ऊर्जा = K.E. + P.E.

$$= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{e^2}{r} \quad \left(\frac{1}{2}mv^2 = \frac{e^2}{2r}\right)$$

$$= -\frac{e^2}{2r}$$

जैसे 'r' का मान घटता है ऊर्जा घटती चली जाती है।

Ex.3 हाइड्रोजन परमाणु में एक इलेक्ट्रान को सर्वाधिक स्थायी बोहर कक्षा से नाभिक से अधिकतम दूरी पर संक्रमण के लिए 864 यादृच्छिक मात्रक (arbitrary units) ऊर्जा की आवश्यकता होती है।

$n = \infty$ E = 0 यादृच्छिक मात्रक मानी हुयी इकाई
$n = 4$
$n = 3$
$n = 2$
$n = 1$ E = – 864 यादृच्छिक मात्रक

इलेक्ट्रान को बोहर की तीसरी कक्षा से $n = \infty$ कक्षा में स्थानान्तरण कराने पर ऊर्जा की आवश्यकता होगी

(A) 96 यादृच्छिक मात्रक
(B) 192 यादृच्छिक मात्रक
(C) 288 यादृच्छिक मात्रक
(D) 384 यादृच्छिक मात्रक

Sol.(A) परमाणु की प्रथम बोहर कक्षा की ऊर्जा

$$-\frac{2\pi^2 me^4}{h^2} = -864$$

H परमाणु की तीसरी बोहर कक्षा की ऊर्जा

$$= -\frac{2\pi^2 me^4}{h^2} \times \frac{1}{3^2} = -864 \times \frac{1}{9}$$

= –96 यादृच्छिक मात्रक

इलेक्ट्रोन को अलग करने के लिए आवश्यक ऊर्जा

$= E_\infty - E_n = 0 - (-96)$

= 96 यादृच्छिक मात्रक

Ex.4 इलेक्ट्रोन संक्रमण में स्पेक्ट्रल रेखा की तरंगदैर्ध्य व्युत्क्रमानुपाती है -

(A) परमाणु का नाभिकीय आवेश
(B) ऊर्जा स्तरों में अन्तर
(C) इलेक्ट्रोन का वेग
(D) संक्रमण में सम्मिलित कक्षकों की संख्या

Sol.(A) $$\frac{1}{\lambda} = \frac{2\pi^2 me^4 Z^2}{ch^3(4\pi\varepsilon_0)^2} = \left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right]$$

$$\lambda \propto \frac{1}{Z^2}$$

Ex.5 हाइड्रोजन परमाणु की प्रथम एवं दूसरी कक्षाओं के आवर्त काल का अनुपात है -

(A) 1 : 4 (B) 1 : 8
(C) 1 : 2 (D) 2 : 1

Sol.(B) प्रथम कक्षा में आवर्तकाल $(T_1) = \frac{2\pi r_1}{v_1}$

द्वितीय कक्षा में आवर्तकाल $(T_2) = \frac{2\pi r_2}{v_2}$

$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi r_1}{v_1} \times \frac{v_2}{2\pi r_2} = \frac{r_1}{r_2} \times \frac{v_2}{v_1}$

प्रथम कक्षा में इलेक्टॉन का वेग

$= \frac{2.188 \times 10^8}{1}$ cm s^{-1}

द्वितीय कक्षा में इलेक्ट्रॉन का वेग

$= \frac{2.188 \times 10^8}{2}$ cm s^{-1}

प्रथम कक्षा की त्रिज्या = 0.528×10^{-8} cm

द्वितीय कक्षा की त्रिज्या = $0.528 \times 10^{-8} \times 4$ cm

$\frac{T_1}{T_2} = \frac{0.528 \times 10^{-8}}{0.528 \times 10^{-8} \times 4} \times \frac{2.188 \times 10^{-8}}{2 \times 2.188 \times 10^8} = \frac{1}{8}$

Ex.6 हाइड्रोजन परमाणु में निम्न में से किसमें ऊर्जा की आवश्यक मात्रा अधिकतम होगी

(A) $n_2 \rightarrow n_3$ संक्रमण (B) $n_\infty \rightarrow n_1$ संक्रमण

(C) $n_1 \rightarrow n_2$ संक्रमण (D) $n_3 \rightarrow n_5$ संक्रमण

Sol.(C) $E_n = \frac{2\pi^2 me^4}{n^2 h^2 (4\pi\varepsilon_0)^2}$ तथा

$\Delta E = -\frac{2\pi^2 me^4}{h^2 (4\pi\varepsilon_0)^2} \left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right]$

Ex.7 CO के साथ समइलेक्ट्रानिक आयन है -

(A) CN^- (B) O_2^+

(C) O_2^- (D) N_2^+

Sol.(A) CO 6 + 8 = 14

CN^- 6 + 7 + 1 = 14

O_2^+ 8 × 2 – 1= 15

O_2^- 8 × 2 + 1 = 17

N_2^+ 7 × 2 – 1 = 13

Ex.8 निम्नलिखित में कौन से कथन बोहर सिद्धान्त के सन्दर्भ में सही है ?

(A) इलेक्ट्रान की गतिज ऊर्जा स्थितिज ऊर्जा की आधी होती है।

(B) इलेक्ट्रान की गतिज ऊर्जा ऋणात्मक कुल ऊर्जा के बराबर होती है।

(C) मुख्य क्वाण्टम संख्या के बढ़ने पर इलेक्ट्रान की ऊर्जा घटती है।

(D) प्रथम उत्तेजित हाइड्रोजन परमाणु की आयन अवस्था के एक चौथाई ऋणात्मक मान के बराबर है।

Sol.(A,B,D)

हाइड्रोजन जैसे परमाणु के लिए इलेक्ट्रान की ऊर्जा

E = K.E. + P.E.

$= \frac{1}{2} mv^2 - \frac{Ze^2}{(4\pi\varepsilon_0)r}$

इलेक्ट्रोन की वृत्ताकार गति की स्थिरता से

$\frac{mv^2}{r} = \frac{Ze^2}{(4\pi\varepsilon_0)r^2}$;

इसलिये $E = \frac{1}{2} \frac{Ze^2}{(4\pi\varepsilon_0)r} - \frac{Ze^2}{(4\pi\varepsilon_0)r}$

या $E = -\frac{1}{2} \frac{Ze^2}{(4\pi\varepsilon_0)r}$

Ex.9 Z परमाणु भार वाले तत्व के दो समस्थानिक है जिनका परमाणु भार Z – 1 एवं Z + 2 है। भारी समस्थानिक की पाये जाने की प्रतिशत मात्रा है -

(A) 0.25 (B) 33.3

(C) 66.6 (D) 75

Sol.(B) $Z = \frac{(Z-1)x + (Z+2)(100-x)}{100}$

Ex.10 दृश्य स्पेक्ट्रम में, बैंगनी (400 nm) और लाल (750 nm) विकिरणों के मध्य आवृत्ति अनुपात है -

(A) 8/15

(B) 4/15

(C) 15/8

(D) इनमें से कोई नहीं

Sol.(C) $\nu = \frac{c}{\lambda}$

बैंगनी के लिये (400 nm) $\nu_1 = \frac{c}{400x10^{-9}}$

लाल के लिये (750 nm) $\nu_2 = \frac{c}{750x10^{-9}}$

$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{750}{400} = \frac{15}{8}$

Q.11 2s कक्षक में, इलेक्ट्रॉन का कोणीय संवेग है –

(A) $+\frac{1}{2} \frac{h}{2\pi}$ (B) शून्य

(C) $\frac{h}{2\pi}$ (D) $\sqrt{2} \frac{h}{2\pi}$

Sol.(B) कक्षीय कोणीय संवेग = $\sqrt{\ell(\ell+1)} \frac{h}{2\pi}$

$\sqrt{\ell(\ell+1)} = h$ s-कक्षक के लिये $\ell = 0$

इसलिये कक्षीय कोणीय संवेग शून्य है।

Ex.12 f-उपकोश के बाद आने वाले उपकोश को g-उपकोश कहा जाता है। g-उपकोश में g-उपकक्षकों की संख्या एवं मुख्य कोश में कुल कक्षकों की संख्या क्रमश है –

(A) 10 तथा 25 (B) 9 तथा 25
(C) 11 तथा 23 (D) 15 तथा 45

Sol.(B) g-उपकोश के लिये : $n = 5$ तथा $\ell = 4$

कक्षकों की संख्या $= (2\ell + 1) = 9$

मुख्य कक्षा में कुल कक्षकों की संख्या $= n^2 = (5)^2 = 25$

Ex.13 प्राकृतिक रूप से उपस्थित बोरोन के दो समस्थानिको के परमाणु भार क्रमशः 10.01 तथा 11.01 है प्राकृतिक बोरोन का परमाणु भार 10.81 है। प्रत्येक बोरोन समस्थानिक की प्रतिशत मात्रा की गणना करो –

(A) 20 तथा 80 (B) 10 तथा 90
(C) 15 तथा 75 (D) 30 तथा 70

Sol.(A) माना I (10.01) के x% को II (11.01) के साथ मिश्रित किया जाता है तथा परमाणु भार 10.81 हो जाता है, तब

$$\frac{(10.01)x + (11.01)(100 - x)}{100} = 10.81$$

$10.01x - 11.01 \times + 1101 = 10.81 \times 100$

या $-x = 1081 - 1101$ या $-x = -20$

$\therefore \quad x = 20$

अतः अनुपात = 20% तथा 100 – 20 = 80%

Ex.14 d-इलेक्ट्रान के लिये, कक्षीय कोणीय संवेग है -

(A) $\sqrt{6}\, h/2\pi$ (B) $\sqrt{2}\, h/2\pi$
(C) $h/2\pi$ (D) $2.h/2\pi$

Sol.(A) कोणीय संवेग L है

$$L = \sqrt{\ell(\ell+1)} \cdot \frac{h}{2\pi}$$

d-कक्षकों के लिये, $\ell = 2$, इसलिये

$$L = \sqrt{2(2+1)}\ \frac{h}{2\pi} = \sqrt{6}\ \frac{h}{2\pi}$$

Ex.15 जब Be^{3+} आयन में इलेक्ट्रान n = 2 ऊर्जा स्तर से आद्य अवस्था में लौटता है, उत्सर्जित फोटोन की ऊर्जा है।

(A) 2.616×10^{-17} J (B) 26.16×10^{-17}J
(C) 216.6×10^{-17} J (D) 2616×10^{-17} J

Sol.(A) $\dfrac{1}{\lambda} = RZ^2\left(\dfrac{1}{n_1^2} - \dfrac{1}{n_2^2}\right)$

Ex.16 5×10^{16} cycles प्रति सेकेण्ड आवृत्ति वाली रेखाओं की तरंग संख्या ज्ञात करों –

Sol. दिया हुआ है $c = 3 \times 10^8$ m/sec

$\nu = 5 \times 10^{16}$ cycles/sec

= ?

हम जानते है कि

$$\bar{\nu} = \frac{\nu}{c} = \frac{5\times10^{16}}{3\times10^{8}} = 1.666 \times 10^8\ m^{-1}$$

Ex.17 इलेक्ट्रान एवं चाँदी धातु के सतह के मध्य लगने वाले बलों को आवश्यक ऊर्जा का मान 7.52×10^{-19} J है। चाँदी धातु से उत्सर्जित इलेक्ट्रान की अधिकतम गतिज ऊर्जा क्या होगी, जिस पर 360Å तरंगदैर्ध्य वाला पराबैंगनी प्रकाश विकिरत किया गया।

Sol. $K.E. = h\nu - h\nu_0$

$$K.E. = \frac{hc}{\lambda} - h\nu_0$$

$$K.E. = \frac{(6.63\times10^{-34}\,J\,sec)\,(3\times10^{8}\,m/sec)}{3.60\times10^{-8}\,m} - 7.52 \times 10^{-19}\ J$$

$= 4.77 \times 10^{-18}$ J

Ex.18 हाइड्रोजन परमाणु में दूसरी एवं तीसरी बोहर कक्षाओं में इलेक्ट्रान की ऊर्जा क्रमशः -5.42×10^{-12} और -2.41×10^{-12} अर्ग है जब इलेक्ट्रान तीसरी से दूसरी कक्षा में कूदता है, तो उत्सर्जित विकिरण के तरंग दैर्ध्य की गणना करो।

Sol. यहाँ, $h = 6.62 \times 10^{-27}$ ergs

$E_3 = -2.41 \times 10^{-12}$ ergs

$E_2 = -5.42 \times 10^{-12}$ ergs

$\therefore \quad \Delta E = E_3 - E_2$

$= -2.41 \times 10^{-12} + 5.42 \times 10^{-12}$

$= 3.01 \times 10^{-12}$ ergs

हम जानते हैं कि, $\Delta E = h\nu$

$$\therefore \nu = \frac{\Delta E}{h} = \frac{3.01\times10^{-12}}{6.62\times10^{-27}}$$

$$= \frac{3.01}{6.62} \times 10^{15}\ \text{cycles/sec}$$

परन्तु $\nu = \dfrac{c}{\lambda}$ $\quad \therefore \lambda = \dfrac{c}{\nu}$

$$\text{या } \lambda = \frac{3\times10^{10}\times6.62}{3.01\times10^{15}} = 6.6 \times 10^{-5}\ cm$$

चूँकि $1Å = 10^{-8}$ cm

$$\therefore \lambda = \frac{6.6\times10^{-5}}{10^{-8}} = 6.6 \times 10^3\ Å$$

Ex.19 हाइड्रोजन परमाणु की तीसरी कक्षा में उपस्थित इलेक्ट्रान के वेग (cm/sec.) की गणना करो। इस इलेक्ट्रॉन द्वारा नाभिक के चारों ओर प्रति सेकण्ड किये गये परिभ्रमणों की संख्या ज्ञात कीजिये।

Sol. तीसरी कक्षा में त्रिज्या

$= 3^2 \times 0.529 \times 10^{-8} = 4.761 \times 10^{-8}$ cm

हम जानते हैं कि $mvr = \frac{nh}{2\pi}$ या $v = \frac{nh}{2\pi mr}$

$= \frac{3 \times 6.624 \times 10^{-27}}{2 \times 3.14 \times (9.108 \times 10^{-28}) \times (4.761 \times 10^{-8})}$

$= 0.729 \times 10^8$ cm/sec

एक परिभ्रमण में लगा समय $= \frac{2\pi r}{v}$

एक सेकण्ड में परिभ्रमणों की संख्या

$= \frac{1}{\frac{2\pi r}{v}} = \frac{v}{2\pi r} = \frac{0.729 \times 10^8}{2 \times 3.14 \times 4.716 \times 10^{-8}}$

$= 2.4 \times 10^{14}$ परिभ्रमण/सेकण्ड

Ex.20 (a) समानित द्रव्यमान दोष को नगण्य मानते हुये, He^+ स्पेक्ट्रम में सम्भावित संक्रमण क्या होगा, जिसकी तरंग दैर्ध्य हाइड्रोजन की प्रथम लाइमन संक्रमण की तरंग दैर्ध्य के समान है।

(b) He^+ की प्रथम बोहर कक्षा की त्रिज्या क्या है ?

Sol. (a) He^+ एक हाइड्रोजन रखता है, इसलिये वह H जैसी स्पिशीज है जिसका Z = 2, और इस प्रकार बोहर समीकरण He^+ में लागू होंगे।

$$\bar{v} = RZ^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

हाइड्रोजन के लिये प्रथम लाइमन संक्रमण (Z = 1)

$$\bar{v} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right)$$

चूँकि ह्यस द्रव्यमान दोष को नगण्य माना गया है। He^+ के लिए R, ^1H के लिए R समान है। Z^2 पद की n_1 से 2 n_2 व 4 तक बढाकर सन्तुलित किया जा सकता है। अर्थात्

$$\bar{v} = RZ^2\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) = R(2^2)\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right)$$

इसलिये संक्रमण n = 4 से n = 2 में होगा

(b) He^+ में बोहर की प्रथम कक्षा की त्रिज्या

$$r = \frac{n^2}{Z} r_0$$

इस प्रकार $r = \frac{1^2 x 0.529}{2} = 0.264$ Å

($\therefore r_0 = 0.529$ Å)

Ex.21 एक उदासीन परमाणु के पास 2K, 8L, 5M इलेक्ट्रान है। निम्नलिखित की गणना कीजिये।

(a) परमाणु क्रमांक

(b) s-इलेक्ट्रानों की कुल संख्या

(c) p इलेक्ट्रोनों की कुल संख्या

(d) नाभिक में प्रोटॉनों की संख्या

(e) तत्व की संयोजकता

Sol. (a) परमाणु क्रमांक = प्रोटॉनों की संख्या = इलेक्ट्रानों की संख्या

कुल इलेक्ट्रानों की संख्या = 2 + 8 + 5 = 15

परमाणु क्रमांक = 15

(b) s इलेक्ट्रॉनों की कुल संख्या ज्ञात करने के लिए हम परमाणु संख्या = 15 का इलेक्ट्रानिक विन्यास लिखते है।

$1s^2, 2s^2, 2p^6, 3s^2, 3p^3$

$\therefore$ कुल s- इलेक्ट्रानों की संख्या = 6

(c) कुल p इलेक्ट्रानों की संख्या = 9

(d) प्रोटॉनों की संख्या = बाह्य नाभिक में इलेक्ट्रॉनों की संख्या

$\therefore$ प्रोटॉनों की संख्या = 15

(e) संयोजकता कक्षकों में इलेक्ट्रॉनों का विन्यास 2, 8, 5 चुंकि परमाणु तीन इलेक्ट्रॉन ग्रहण करता है इसलिए यह त्रिसयोजी विद्युत ऋणात्मक (–3) है।

Ex.22 5g बर्फ को पिघलाने के लिये 4.67×10^{13} s^{-1} आवृत्ति वाले विकिरण के कितने क्वांटों की आवश्यकता होगी। 1g बर्फ को पिघलाने के लिये 333 J ऊर्जा की आवश्यकता होती है।

Sol. 5g बर्फ को पिघलाने के लिये आवश्यक ऊर्जा

$= 5 \times 333 = 1665$ J

एक क्वांटम की ऊर्जा

$= hv = (6.62 \times 10^{-34}) \times (4.67 \times 10^{13})$

$= 30.91 \times 10^{-21}$J

5 g बर्फ को पिघलाने के लिये आवश्यक क्वाण्टों की संख्या

$= \frac{1665}{30.91 \times 10^{-21}} = 53.8 \times 10^{21} = 5.38 \times 10^{22}$

Ex.23 डी-ब्रॉग्ली समीकरण को लागू करते हुये गति करती हुयी पृथ्वी, पत्थर एवं इलेक्ट्रान से जुड़ी हुयी तरंगदैर्ध्य की गणना कीजिये।

पृथ्वी का द्रव्यमान $= 6 \times 10^{27}$g $= 6 \times 10^{24}$ kg

पत्थर का द्रव्यमान = 100g = 0.1 kg

इलेक्ट्रान का द्रव्यमान $= 10^{-27}$g $= 10^{-30}$ kg

पृथ्वी की कक्षीय गति का वेग

$= 3 \times 10^6$ cm sec^{-1} $= 3 \times 10^4$m s^{-1}

पत्थर का वेग = 100 cm sec^{-1} = 1.0 ms^{-1}

इलेक्ट्रान का वेग $= 6 x 10^7$ cm sec^{-1}

$= 6 \times 10^5$ m s^{-1}

$h = 6.6 \times 10^{-27}$ erg-sec $= 6.6 \times 10^{-34}$ Js.

इनमें से किस वस्तु की तरंगदैर्ध्य मापने योग्य होगी ?

Sol. डी. ब्रॉग्ली सम्बंध में h, m और u का मान निम्न में रखने पर

(a) पृथ्वी के लिये, $\lambda = \frac{h}{mv}$

$\lambda = \frac{6.6\times10^{-34}}{(6\times10^{24})\times(3\times10^{4})} = 3.67 \times 10^{-63}$ m

(b) पत्थर के लिये, $\lambda = \frac{6.6\times10^{-34}}{(0.1)(1.0)}$

$= 6.6 \times 10^{-33}$ m

(C) इलेक्ट्रान के लिये, λ

$= \frac{6.6\times10^{-34}}{(10^{-30})(6\times10^{5})}$

$= 1.1 \times 10^{-9}$ m

इलेक्ट्रॉनों की तरंगदैर्ध्य मापने योग है।

Ex.24 दर्शाइये कि वृत्ताकार कक्षा में भ्रमण करते हुये इलेक्ट्रॉन में डी–ब्रॉग्ली परिकल्पना लागू करने पर बोहर का क्वाण्टीकृत कोणीय संवेग की अवधारणा मिलती है।

Sol. वृत्ताकार कक्षा में इलेक्ट्रॉन की परिधि की लम्बाई तरंग दैर्ध्य का पुर्णाक गुणक होती है।

अतः $2\pi r = n\lambda$

$\lambda = \frac{2\pi r}{n} = \frac{h}{m\nu}$; $m\nu r = \frac{nh}{2\pi}$

Ex.25 यदि दो इलेक्ट्रॉनिक स्तरों की ऊर्जा अन्तर 46.12 kcal mol^{-1} है जब इलेक्ट्रान उच्च ऊर्जा स्तर से निम्न ऊर्जा स्तर में गिरता है तो उत्सर्जित प्रकाश की आवृत्ति क्या होगी। (Nh = 9.52 x 10^{-14} kcal sec mol^{-1}, जहाँ N अवोगाद्रो संख्या है और h प्लांक नियतांक है।)

Sol. $\Delta E = 46.12$ kcal mol^{-1}

बोहर सिद्धांत के अनुसार, $\Delta E = Nh\nu$

अथवा $\nu = \frac{\Delta E}{Nh} = \frac{46.12}{9.52\times10^{-14}}$

$= 4.48 \times 10^{14}$ cycles sec^{-1}

Ex.26 एक इलेक्ट्रान का वेग 30,000cm sec^{-1} जिसकी शुद्धि का प्रतिशत 0.001% है। इसकी स्थिति में अनिश्चितता ज्ञात करो।

Sol. $\Delta v = \frac{0.001}{100} \times 30,000$

$= 0.3$ cm sec^{-1}

अनिश्चितता सिद्धान्त के अनुसार,

$\Delta x . \Delta p \approx \frac{h}{4\pi}$; $\Delta x . \Delta p \approx \frac{h}{4\pi m}$

$\Delta x \times 9.1 \times 10^{-28} \times 0.3 \approx \frac{6.625\times10^{27}\times7}{4\times22}$

$\Delta x \approx 1.93$ cm

Ex.27 प्रकाश वैद्युत प्रभाव में प्रकाश का एक अवशोषित प्रकाश का क्वाण्टम अवशोषक से एक इलेक्ट्रान उत्सर्जित करता है। उत्सर्जित इलेक्ट्रान की गतिज ऊर्जा अवशोषित फोटोन की ऊर्जा एवं अधिकतम तरंग दैर्ध्य वाला फोटोन की ऊर्जा के अन्तर के बराबर है, जो इस प्रभाव को दिखा सकता है। Cs मे 400 nm प्रकाश द्वारा उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा ज्ञात करो। प्रकाश वैद्युत प्रभाव के लिये क्रान्तिक तरंग दैर्ध्य 660 nm है।

Sol. इलेक्ट्रान की गतीज ऊर्जा = $h\nu - h\nu_0$

$= \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0}$

$= \frac{1240 \text{ nm.eV}}{400} - \frac{1240 \text{ nm.eV}}{660}$

= 1.22 eV

Ex.28 दर्शाइये कि 50 m/s के वेग से चल रही 150 g रबड़ की गेंट की तरंगदैर्ध्य नगण्य है।

Sol. u = 50m sec^{-1} = 50 × 10^2cm sec^{-1}, m = 150g

इन मानों को निम्न सम्बन्ध में रखने पर

$\lambda = \frac{h}{mu} = \frac{6.625\times10^{-27}}{150\times50\times10^{2}}$

$= 8.83 \times 10^{-33}$ cm

चूंकि उपर्युक्त तरंगदैर्ध्य दृश्य भाग की तरंगदैर्ध्य से बहुत कम है, यह दृश्य नहीं होगी।

Ex.29 हाइड्रोजन के अनिश्चितता सिद्धान्त के अनुसार दर्शाइये कि नाभिक के अन्दर इलेक्ट्रान नहीं रह सकता है।

Sol. नाभिक की त्रिज्या की कोटि 10^{-13} cm है और इस प्रकार इलेक्ट्रान की स्थिति में अनिश्चितता 10^{-13} cm होगी $\Delta x. \Delta u \geq \frac{h}{4\pi m}$

$\therefore \Delta u = \frac{6.626\times10^{-27}}{4\times3.14\times9.108\times10^{-28}\times10^{-13}}$

$= 5.79 \times 10^{12}$ cm/sec

इलेक्ट्रान के वेग की कोटि प्रकाश के वेग से 100 गुना अधिक होगी, जो कि असम्भव है। इस प्रकार नाभिक में इलेक्ट्रान के अस्तित्व की सम्भावना शून्य है।

Exercise (Level) 1

प्रश्न परमाणु संरचना पर आधारित

Q.1 प्रोटॉन है -
(A) ड्यूटीरियम का नाभिक
(B) आयनीकृत हाइड्रोजन अणु
(C) आयनीकृत हाइड्रोजन परमाणु
(D) एक α-कण

Q.2 चुम्बकीय क्षेत्र द्वारा विक्षेपित नहीं होता है -
(A) न्यूट्रान (B) पॉजिट्रॉन
(C) प्रोटॉन (D) इलेक्ट्रॉन

Q.3 डाल्टन के परमाणु सिद्धान्तानुसार एक परमाणु -
(A) निर्मित किया जा सकता है।
(B) नष्ट किया जा सकता है।
(C) रासायनिक अभिक्रिया में भाग लेता है
(D) इनमें से कोई नहीं

Q.4 α-कण (α), इलेक्ट्रॉन (e^-), प्रोटॉन (p) व न्यूट्रॉन (n) को उनके e/m मान के बढते क्रम में व्यवस्थित कीजिए (विशिष्ट आवेश, परिमाण केवल बिना चिन्ह का मानने पर) -
(A) $\alpha < e^- < p < n$ (B) $n < \alpha < p < e^-$
(C) $n < p < \alpha < e^-$ (D) $e^- < p < n < \alpha$

प्रश्न रदरफोर्ड मॉडल पर आधारित

Q.5 रदरफोर्ड एल्फा कण प्रर्कीणन प्रयोग से निष्कर्ष निकलता है कि -
(A) द्रव्यमान तथा ऊर्जा सम्बन्धित होते है
(B) इलेक्ट्रॉन नाभिक के चारों ओर स्थान घेरे रहते है
(C) न्यूट्रॉन नाभिक मे अधिक गहराई मे होते है
(D) यर्थाथतापूर्वक पदार्थ के प्रकट बिन्दु को ज्ञात कर सकते है

Q.6 निम्न में से कौनसा निष्कर्ष, रदरफोर्ड के α-कण प्रकीर्णन प्रयोग से व्युत्पन्न नही हो सकता।
(A) परमाणु में अधिकांश स्थान रिक्त होता है।
(B) परमाणु की त्रिज्या लगभग 10^{-10} m होती है जबकि नाभिक की 10^{-15} m होती है।
(C) इलेक्ट्रॉन निश्चित ऊर्जा के वर्त्ताकार पथ में गति करते है। जिसे कोश कहते है।
(D) इलेक्ट्रॉन तथा नाभिक दोनों विद्युत स्थितिकी आकर्षण बलों द्वारा एक साथ बंधे होते है।

प्रश्न विद्युतचुम्बकीय तरंग, हाइड्रोजन स्पेक्ट्रम व क्वाण्टीकरण सिद्धान्त पर आधारित

Q.7 दो तत्वों का रेखीय स्पेक्ट्रा एक सा नहीं होता, क्योंकि –
(A) तत्वों में समान संख्या में न्यूट्रॉन नहीं होते,
(B) उनकी द्रव्यमान संख्याएँ भिन्न होती हैं,
(C) उनके बाह्यतम इलेक्ट्रॉन भिन्न भिन्न ऊर्जा स्तरों में होते हैं,
(D) उनकी संयोजकताएँ भिन्न होती हैं।

Q.8 एक रेडियो केन्द्र 980 kHz (किलोहर्टज) की आवृत्ति का प्रसारण करता है। केन्द्र द्वारा प्रसारित विद्युत चुम्बकीय विकिरण की तरंग दैर्ध्य ज्ञात कीजिये -
(A) 306 m (B) 3.06 m
(C) 30.6 m (D) 3060 m

Q.9 जब हाइड्रोजन परमाणु में इलेक्ट्रॉन चौथी ऊर्जा स्तर से दूसरी ऊर्जा स्तर में कूदता है तो स्पेक्ट्रल रेखा की तरंग दैर्ध्य की गणना कीजिये –
(A) 4.86 nm (B) 486 nm
(C) 48.6 nm (D) 4860 nm

Q.10 हाइड्रोजन के प्रथम बामर श्रेणी की तरंग संख्या 15200 cm^{-1} हैं तो Li^{2+} आयन की प्रथम बामर श्रेणी की तरंग संख्या होगी –
(A) 15200cm^{-1} (B) 60800 cm^{-1}
(C) 76000 cm^{-1} (D) 136800 cm^{-1}

Q.11 हाइड्रोजन परमाणु की पाश्चन श्रेणी की एक रेखा की आवृति 2.34×10^{14}Hz है तो क्वांटम संख्या n_2, जो इस संक्रमण का उत्पादन करती है, होगी –
(A) तीन (B) चार
(C) छः (D) पाँच

Q.12 हाइड्रोजन स्पेक्ट्रम में, विद्युत चुम्बकीय स्पेक्ट्रम के पराबैंगनी क्षेत्र में प्रकट होने वाली रेखाओं की श्रेणी कहलाती है –
(A) लाइमन रेखाएँ (B) बामर रेखाएँ
(C) फण्ड रेखाएँ (D) ब्रेकेट रेखाएँ

Q.13 हाइड्रोजन के परमाणु स्पेक्ट्रम में निम्न में से कौनसी रेखाओं की श्रेणी दृश्य क्षेत्र में प्रकट होती है?
(A) लाइमन (B) पाश्चन
(C) ब्रेकेट (D) बामर

Q.14 निम्न में से कौनसा प्लांक क्वांटम सिद्धान्त के अनुसार सही नहीं हैं?

(A) ऊर्जा असतत् रूप से उत्सर्जित या अवशोषित होती है।

(B) क्वांटम की ऊर्जा उसकी आवृत्ति के समानुपाती होती है।

(C) एक फोटोन, प्रकाश का क्वांटम भी होता है।

(D) क्वांटम से कम ऊर्जा भी उत्सर्जित या अवशोषित की जा सकती है।

Q.15 हाइड्रोजन में बोर कक्षकों के मध्य निम्न में से कौनसा इलेक्ट्रॉनिक संक्रमण, बामर श्रेणी में द्वितीय रेखा से संबंधित होता है ?

(A) $3 \rightarrow 2$ (B) $4 \rightarrow 2$

(C) $5 \rightarrow 2$ (D) $6 \rightarrow 2$

प्रश्न बोहर परमाणु मॉडल पर आधारित

Q.16 प्रथम तीन बोहर कक्षों की त्रिज्याओं का अनुपात है–

(A) 1 : 05 : 3 (B) 1 : 2 : 3

(C) 1 : 4 : 9 (D) 1 : 8 : 27

Q.17 रिडबर्ग नियतांक (R_H) के पदों में हाइड्रोजन परमाणु के प्रति मोल की आयनन ऊर्जा का व्यंजक है–

(A) $R_H hc$ (B) $R_H c$

(C) $2 R_H hc$ (D) $R_H N_A hc$

Q.18 हाइड्रोजन परमाणु की बामर श्रेणी की प्रथम रेखा की आवृत्ति v_0 हैं। एकल आयनित हिलीयम (He^+) परमाणु द्वारा यही रेखा उत्सर्जित करने पर आवृति होगी -

(A) $2v_0$ (B) $4v_0$

(C) $v_0/2$ (D) $v_0/4$

Q.19 बोर परमाणु के तृतीय कक्षक की ऊर्जा निम्न होती है–

(A) – 13.6 eV (B) – 3.4 eV

(C) – 1.51 eV (D) इनमें से कोई नहीं

Q.20 यदि प्रथम बोर कक्षक की त्रिज्या a_0 हो, तो तृतीय कक्षक की त्रिज्या निम्न होगी –

(A) $3 \times a_0$ (B) $6 \times a_0$

(C) $9 \times a_0$ (D) $1/9 \times a_0$

Q.21 यदि H–परमाणु में इलेक्ट्रॉन तीसरे से दूसरे ऊर्जा स्तर में कूदता है तो, मुक्त ऊर्जा होगी –

(A) 3.03×10^{-19} J/परमाणु

(B) 1.03×10^{-19} J/परमाणु

(C) 3.03×10^{-12} J/परमाणु

(D) 6.06×10^{-19} J/परमाणु

Q.22 H तथा Be^{+3} की आयनन ऊर्जा का अनुपात है –

(A) 1 : 1 (B) 1 : 3

(C) 1 : 9 (D) 1 : 16

Q.23 हाइड्रोजन परमाणु (आद्य अवस्था में) की आयनन ऊर्जा x kJ है तो इलेक्ट्रॉन के दूसरे कक्षक से तीसरे कक्षक में कूदने के लिए आवश्यक ऊर्जा निम्न होगी–

(A) $x/6$ (B) $5x$

(C) $7.2x$ (D) $5x/36$

Q.24 दो H परमाणुओं में X तथा Y इलेक्ट्रॉन क्रमशः r तथा 4r त्रिज्या के वृत्ताकार कक्षकों में नाभिक के चारों ओर चक्कर लगाते हैं। तो एक घूर्णन पूर्ण करने में उनके द्वारा लिये गये समय का अनुपात निम्न होगा–

(A) 1 : 4 (B) 1 : 2

(C) 1 : 8 (D) 2 : 1

प्रश्न प्रकाशवैद्युत प्रभाव की द्वैत प्रकृति तथा हाइजेनबर्ग के अनिश्चितता सिद्धांत पर आधारित

Q.25 यदि धातु से इलेक्ट्रॉन निकालने के लिए देहली तरंगदैर्ध्य (λ^0) 330 nm है, तो प्रकाश वैद्युत उत्सर्जन के लिए कार्य फलन निम्न होगा –

(A) 1.2×10^{-18} J (B) 1.2×10^{-20} J

(C) 6×10^{-19} J (D) 6×10^{-12} J

Q.26 जब 3.5×10^{15} Hz आवृत्ति का प्रकाश, 1.5×10^{15} Hz देहली आवृत्ति वाले धातु की सतह पर गिरता है तो उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा होगी –

(A) 1.32×10^{-18} J (B) 3.3×10^{-18} J

(C) 6.6×10^{-19} J (D) 1.98×10^{-19} J

Q.27 λ तरंगदैर्ध्य का प्रकाश धातु सतह पर x तीव्रता के साथ चमकता है। धातु प्रतिसैकण्ड z औसत ऊर्जा के y इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित करता है। y व z में क्या होगा यदि x को दोगुना कर दिया जाये ?

(A) y दोगुना व z आधा हो जायेगा

(B) y समान रहेगा z दोगुना हो जायेगा

(C) y व z दोनो दोगुने हो जायेंगे

(D) y दोगुना परन्तु z समान रहेगा

Q.28 A 200g की क्रिकेट बॉल जो 3.0×10^3 cm sec^{-1} वेग से फैंकी गई हैं। इसकी डी–ब्रॉगली तरंगदैर्ध्य होगी –

(A) 1.1×10^{-32} cm (B) 2.2×10^{-32} cm

(C) 0.55×10^{-32} cm (D) 11.0×10^{-32} cm

Q.29 यदि इलेक्ट्रॉन की स्थिति में अनिश्चितता शून्य है तो उसके संवेग की अनिश्चितता होगी –
(A) शून्य (B) $< h/(4\pi)$
(C) $> h/(4\pi)$ (D) अनन्त

Q.30 हाइजेनबर्ग अनिश्चितता सिद्धान्त दर्शाता है कि –
(A) गतिशील वस्तु कणीय तथा तरंग लक्षण दोनों दर्शाती हैं
(B) किसी कण के लिये स्थिति या संवेग मे से किसी की भी यथार्थ गणना नही की जा सकती हैं।
(C) किसी सुक्ष्म दर्शीय कण की स्थिति तथा संवेग दोनों की एक साथ यथार्थ रूप से गणना नहीं की जा सकती हैं।
(D) गतिशील आवेशित कण व्यवहार में विद्युत–चुम्बकीय तरंग के समान होता हैं।

Q.31 150 ग्राम द्रव्यमान वाली क्रिकेट गेंद के वेग में अनिश्चितता की गणना कीजिये, यदि स्थिति में अनिश्चिता की कोटि 1 Å है।
($h = 6.6 \times 10^{-34}$ kg m^2s^{-1})
(A) 3.5×10^{-24} ms^{-1} (B) 4.5×10^{-24} ms^{-1}
(C) 3.5×10^{-24} cms^{-1} (D) 4.5×10^{-24} cms^{-1}

प्रश्न श्रोडिंगर तरंग सिद्धान्त, क्वांटम संख्या तथा कक्षकों की आकृति पर आधारित

Q.32 निम्न कौनसा तथ्य सही नहीं हैं –
(A) श्रोडिंगर तरंग समीकरण को हल करने से प्रायिकता ज्ञात की जाती हैं
(B) अनन्त पर इलेक्ट्रॉन ऊर्जा शून्य होती हैं,
(C) एक तत्व की कुछ स्पेक्ट्रम रेखाएँ समान तरंग संख्या की होती हैं
(D) घुमती गैंद की स्थिति तथा संवेग का आकलन सत्यता से किया जा सकता हैं।

Q.33 s-कक्षक के लिये यदि ψ (कक्षक) कोणों से स्वतंत्र है तो प्रायिकता (ψ^2) हैं –
(A) भी कोणों से स्वतंत्र होगी
(B) गोलाकार सममित
(C) दोनों (A) तथा (B) सही हैं।
(D) दोनों (A) तथा (B) गलत है।

Q.34 मुख्य क्वांटम संख्या के बढ़ने के साथ हाइड्रोजन परमाणु मे क्रमागत ऊर्जा स्तरों की ऊर्जाओं का अन्तर
(A) घटता हैं
(B) बढ़ता हैं
(C) स्थिर रहता हैं
(D) Z के निम्न मान के लिये घटता तथा Z में उच्च मान के लिये बढ़ता हैं।

Q.35 तीसरे क्वांटम कोश (n = 3) से सम्बन्द्ध कक्षकों में कितने इलेक्ट्रॉन भरे जा सकते हैं –
(A) 2 (B) 8 (C) 18 (D) 32

Q.36 चार क्वांटम संख्याओं के संदर्भ में कौनसा कथन गलत हैं
(A) n कक्षक के आकार को दर्शाती है,
(B) ℓ कक्षक की आकृति को दर्शाती हैं,
(C) m कक्षक में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा दर्शाती हैं,
(D) s कक्षक में इलेक्ट्रॉन के चक्रण को दर्शाती हैं।

Q.37 निम्न कौनसा कथन सही नहीं हैं –
(A) किसी परमाण्वीय कक्षक की आकृति दिगंशी क्वांटम संख्या पर निर्भर करती हैं।
(B) परमाण्वीय कक्षक का अभिविन्यास चुम्बकीय क्वांटम संख्या पर निर्भर करती हैं।
(C) बहु इलेक्ट्रॉन युक्त परमाणु कक्षक में उपस्थित इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा मुख्य क्वांटम संख्या पर निर्भर करती हैं।
(D) एक ही प्रकार के समभ्रंश परमाणु कक्षकों की संख्या दिगंशी तथा चुम्बकीय क्वांटम संख्या के मान पर निर्भर करती हैं

प्रश्न ऑफबाऊ नियम तथा इलेक्ट्रॉनिक विन्यास

Q.38 मैगनीज (Z = 25) का बाहय्तम विन्यास हैं –

(A) 4s: [↑↓] 3d: [↑↓][↑][↑][↑][↑]
(B) 4s: [↑↓] 3d: [↑][↑][↑][↑][↑]
(C) 4s: [↑↓] 3d: [↑↓][↑↓][↑][ ][ ]
(D) 4s: [ ] 3d: [↑↓][↑↓][↑][↑][↑]

Q.39 यदि ऑक्सीजन परमाणु की इलेक्ट्रॉनिक संरचना $1s^2$, $2s^2$ 2p: [↑↓][↑↓][ ] के रूप में लिखी जाती हैं तो यह निम्न किस नियम का पालन नहीं करती हैं –
(A) हुण्ड के नियम का
(B) पाऊली के अपवर्जन सिद्धान्त का
(C) हुण्ड तथा पाउली सिद्धान्त दोनों का
(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

Q.40 एक दिये गये कक्षक की चक्रण क्वाण्टम संख्या m = – 1 है यह नहीं हो सकती
(A) s-कक्षक (B) d-कक्षक
(C) p-कक्षक (D) f-कक्षक

Exercise (Level) 2

Q.1 $n = 4, m_\ell = +1$ क्वाण्टम संख्याओं वाले परमाणु में इलेक्ट्रॉनों की सर्वाधिक संख्या क्या है ?
(A) 4 (B) 15
(C) 3 (D) 6

Q.2 हाइड्रोजन परमाणु के कक्षकों को उनकी ऊर्जा के बढ़ते हुए क्रम में व्यवस्थित कीजिए -
$3p_x, 2s, 4d_{xy}, 3s, 4p_z, 3p_y, 4s$
(A) $2s < 3s = 3p_x = 3p_y < 4s = 4p_z = 4d_{xy}$
(B) $2s < 3s < 3p_x = 3p_y < 4s = 4p_z = 4d_{xy}$
(C) $2s < 3s < 3p_x = 3p_y < 4s = 4p_z = 4d_{xy}$
(D) $2s < 3s < 3p_x = 3p_y < 4s < 4p_z < 4d_{xy}$

Q.3 यदि Li^{+2} का आयनन विभव 122.4 eV हो तो कार्बन का 6^{th} आयनन विभव का मान होगा -
(A) 122.4 × 4eV (B) 122.4 × 2eV
(C) 122.4 × 3eV (D) 122.4 × 5eV

Q.4 दो इलेक्ट्रॉनिक स्तर के मध्य ऊर्जाओं का अन्तर 46.12 kcal /mole है इलेक्ट्रॉन के उच्च ऊर्जा स्तर से निम्न ऊर्जा स्तर में गिरने पर उत्सर्जित प्रकाश की आवृति क्या होगी -
(प्लांक नियतांक = 9.52×10^{-14} kcal sec mole^{-1})
(A) 4.84×10^{15} cycles sec^{-1}
(B) 4.84×10^{-5} cycles sec^{-1}
(C) 4.84×10^{-12} cycles sec^{-1}
(D) 4.84×10^{14} cycles sec^{-1}

Q.5 यदि इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा को 4 गुना बढ़ा दिया जाये तो इससे सम्बन्धित डी–ब्रोग्ली तरंग की तरंगदैर्ध्य हो जायेगी :
(A) 4 गुना (B) 2 गुना
(C) $\frac{1}{2}$ गुना (D) $\frac{1}{4}$ गुना

Q.6 स्पेक्ट्रम रेखाओं की अतिसूक्ष्म संरचनाओं का गुणन निम्न के कारण होता है -
(A) मुख्य ऊर्जा स्तर की उपस्थिति के कारण
(B) उप ऊर्जा स्तर की उपस्थिति के कारण
(C) इलेक्ट्रॉन विन्यास की उपस्थिति के कारण
(D) यह परमाणु का लक्षण नहीं है

Q.7 परमाणु का तरंग यांत्रिक सिद्धान्त निम्न पर निर्भर होता है -
(A) इलेक्ट्रॉन की द्वैती प्रकृति की डी ब्रोगली संकल्पना
(B) हाइजेनबर्ग का अनिश्चितता सिद्धान्त
(C) श्रोंडिगर का अनिश्चितता सिद्धान्त
(D) सभी पर

Q.8 Cr परमाणु में m = 0 युक्त e^- की कुल संख्या ज्ञात कीजिए -
(A) 12 (B) 13
(C) 5 (D) 24

Q.9 किस उपकोश में अधिकतम 10 इलेक्ट्रॉन स्थान ग्रहण कर सकते है -
(A) 2d (B) 3d
(C) $3d_{xy}$ (D) $3d_{z^2}$

Q.10 हाइड्रोजन परमाणु के 4s कक्षक में कितने गोलाकार नोड उपस्थित होते है -
(A) 0 (B) 1
(C) 2 (D) 3

Q.11 वेग समान मानते हुए कौनसा उपपरमाण्विक कण सबसे छोटी डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य देगा-
(A) इलेक्ट्रॉन
(B) प्रोटॉन
(C) α-कण
(D) सभी समान तरंगदैर्ध्य रखते है

Q.12 हाइड्रोजन परमाणु का आयनन विभव 13.6 eV के बराबर है। निम्न प्रक्रम के लिए आवश्यक ऊर्जा कितनी है -
He^{+} + ऊर्जा $\longrightarrow He^{+2} + e^{-}$
(A) 2 × 13.6 eV (B) 1 × 13.6 eV
(C) 4 × 13.6 eV (D) इनमें से कोई नही

Q.13 मान लीजिए मुख्य क्वान्टम संख्या n > 4 वाले तत्व प्रकृति में नहीं पाये जाते है। बताइए सम्भावित तत्वों की संख्या होगी -
(A) 60 (B) 32
(C) 64 (D) 50

Q.14 यदि $(n + \ell)$ का मान > 3 न हो तो सभी कक्षको में इलेक्ट्रॉनों की सम्भावित अधिकतम संख्या होगी-

(A) 12 (B) 10
(C) 2 (D) 6

Q.15 निम्न में से किस तत्व को लेकर पाउली के अपवर्जन नियम को नहीं समझाया जा सकता -

(A) B (B) Be
(C) C (D) H

Q.16 यदि एक इलेक्ट्रॉन की तरंग दैर्ध्य, इसके द्वारा एक सैकण्ड में तय की गई दूरी के बराबर है तो इसका वेग होगा -

(A) $\sqrt{\frac{h}{m}}$ (B) $\sqrt{\frac{m}{h}}$
(C) $\sqrt{\frac{h}{p}}$ (D) $\sqrt{\frac{h}{2(KE)}}$

Q.17 एक परमाणु जिसका द्रव्यमान 0.02 kg है तथा इसके वेग में अनिश्चितता 9.218×10^{-6} m/s है, तो इसकी स्थिति में अनिश्चितता होगी ($h = 6.626 \times 10^{-34}$ J-s)

(A) 2.86×10^{-28} m (B) 2.86×10^{-32} cm
(C) 1.5×10^{-27} m (D) 3.9×10^{-10} m

Q.18 H–परमाणु की मूल अवस्था में ऊर्जा –13.6 eV है, तो दूसरी उत्तेजित अवस्था में ऊर्जा है –

(A) –6.8 eV (B) –3.4 eV
(C) –1.51 eV (D) –4.3 eV

Q.19 25 g के एक कण की अन्तरिक्ष में स्थिति में अनिश्चितता 10^{-5} m है, तो वेग (ms^{-1}) में अनिश्चितता है 25 g के एक कण की अन्तरिक्ष में स्थिति में अनिश्चितता 10^{-5} m है, तो वेग (ms^{-1}) में अनिश्चितता है - (प्लांक स्थिरांक $h = 6.6 \times 10^{-34}$ Js)

(A) 2.1×10^{-28} (B) 2.1×10^{-34}
(C) 0.5×10^{-34} (D) 5.0×20^{-24}

Q.20 एक कक्ष में चक्कर लगाने वाले इलेक्ट्रॉन के लिये कक्षकीय कोणीय संवेग को $\sqrt{\ell(\ell+1)}.\frac{h}{2\pi}$ द्वारा दिया जाता है। एक s-इलेक्ट्रॉन के लिये यह संवेग निम्न में से किसके द्वारा दिया जावेगा -

(A) $\frac{h}{2\pi}$ (B) $\sqrt{2}.\frac{h}{2\pi}$
(C) $+\frac{1}{2}.\frac{h}{2\pi}$ (D) शून्य

Q.21 निम्न सेटो में से, कौन सी क्वॉण्टम संख्याओं का समुच्चय 4f आर्बिटल में उपस्थित इलेक्ट्रॉन के लिये सही है ?

(A) $n = 4, \ell = 3, m = +4, s = +\frac{1}{2}$
(B) $n = 4, \ell = 4, m = -4, s = -\frac{1}{2}$
(C) $n = 4, \ell = 3, m = +1, s = +\frac{1}{2}$
(D) $n = 3, \ell = 3, m = -2, s = +\frac{1}{2}$

Q.22 क्रोमियम परमाणु (Z = 24) की आद्य अवस्था पर विचार कीजिये। दिगंशी क्वॉण्टम संख्या $\ell = 1$ और 2 के साथ इलेक्ट्रॉन की सख्याएं क्रमशः है

(A) 12 तथा 4 (B) 12 तथा 5
(C) 16 तथा 4 (D) 16 तथा 5

Q.23 नाभिकों का कौनसा त्रिक समन्यूट्रॉनिक है -

(A) ${}^{14}_{6}C, {}^{15}_{7}N, {}^{17}_{9}F$ (B) ${}^{12}_{6}C, {}^{14}_{7}N, {}^{19}_{9}F$
(C) ${}^{14}_{6}C, {}^{14}_{7}N, {}^{17}_{9}F$ (D) ${}^{14}_{6}C, {}^{14}_{7}N, {}^{19}_{9}F$

Q.24 2s कक्षक में इलेक्ट्रान का कक्षीय कोणीय संवेग है।

(A) $+\frac{1}{2}\cdot\frac{h}{2\pi}$ (B) शून्य
(C) $\frac{h}{2\pi}$ (D) $\sqrt{2}.\frac{h}{2\pi}$

Q.25 पोटैशियम परमाणु में इलेक्ट्रानिक ऊर्जा स्तर का क्रम है

(A) 4s > 3d (B) 4s < 2p
(C) 4s < 3d (D) 4s > 4p

Q.26 निम्न में से कौन अधिकतम संख्या में अयुग्मित इलेक्ट्रॉन रखता है ?

(A) Mg^{2+} (B) Ti^{3+}
(C) V^{3+} (D) Fe^{2+}

Q.27 परमाणु संरचना को समझाने के लिये क्वांटम सिद्धान्त का प्रथम उपयोग किसके द्वारा किया गया

(A) हाइजेनबर्ग (B) बोर
(C) प्लांक (D) आइन्सटाइन

Q.28 d-इलेक्ट्रान के लिए कक्षीय कोणीय संवेग है

(A) $\sqrt{6}\,\hbar$ (B) $\sqrt{2}\,\hbar$
(C) $\hbar$ (D) $2\hbar$

Q.29 निम्नलिखित में कौनसा कथन सत्य नहीं है ?
(A) Cr का इलेक्ट्रान विन्यास [Ar] $3d^5\ 4s^1$ है
(Cr का परमाणु क्रमांक = 24)
(B) चुम्बकीय क्वाण्टम संख्या ऋणात्मक मान रख सकता है।
(C) चाँदी परमाणु में 23 इलेक्ट्रानो का चक्रण एक जैसा परन्तु 24 का विपरीत प्रकार का है।
(Ag का परमाणु क्रमांक = 47)
(D) Cr का इलेक्ट्रॉनिक विन्यास [Ar] $3d^4 4s^2$ है।

Q.30 हाइड्रोजन परमाणु की प्रथम बोहर कक्षा में इलेक्ट्रान की ऊर्जा –13.6 eV है तो हाइड्रोजन के बोहर कक्षक में उत्तेजित अवस्था के इलेक्ट्रोनों के लिए ऊर्जा का सम्भावित मान निम्न होगा (होंगे) –
(A) –3.4 eV (B) –4.2 eV
(C) –6.8 eV (D) +6.8 eV

Q.31 He^+ की प्रथम कक्षा में इलेक्ट्रान की ऊर्जा का मान -871.6×10^{-20} J हैं। हाइड्रोजन की प्रथम कक्षा में इलेक्ट्रान की ऊर्जा होगी
(A) -871.6×10^{-20} J
(B) -435.8×10^{-20} J
(C) -217.9×10^{-20} J
(D) -108.9×10^{-20} J

Q.32 एक P_x कक्षक में नोडल तलों की संख्या है–
(A) दो (B) एक
(C) तीन (D) शून्य

Q.33 200g द्रव्यमान वाली गोल्फ गेंद 5 m/h से चल रही है इससे संलग्न तरंगदैर्ध्य है।
(A) 10^{-10}m (B) 10^{-20}m
(C) 10^{-30} m (D) 10^{-40}m

Q.34 इलेक्ट्रान चक्रण के लिये क्वांटम संख्या +1/2 और –1/2 प्रदर्शित करता हैं
(A) इलेक्ट्रान के घूर्णन की क्रमशः दक्षिणावर्त एवं वामावर्त दिशाये
(B) इलेक्ट्रान के घूर्णन की क्रमशः वामावर्त एवं दक्षिणावर्त दिशायें
(C) इलेक्ट्रान के चुम्बकीय आघूर्ण की क्रमशः ऊपर एवं नीचे की ओर
(D) दो क्वाण्टम यान्त्रिक चक्रण अवस्थायें जिनका कोई क्लासिकल अवधारणा नहीं है।

Q.35 रदरफोर्ड प्रयोग जिसने परमाणु का नाभिकीय प्रतिरूप स्थापित किया, ने निम्न पुंज (Beam) का प्रयोग किया -
(A) β–कण जो धातु की पन्नी पर टकराते है और अवशोषित हो जाते है।
(B) γ–किरणें जो धातु की पन्नी पर टकराते है और इलेक्ट्रान का उत्सर्जन करते है।
(C) हीलियम परमाणुओं जो धातु की पन्नी पर टकराते हैं और प्रकीर्णित हो जाते है।
(D) हीलियम नाभिक जो धातु की पन्नी पर टकराती है और प्रकीर्णित हो जाती है।

Q.36 यदि नाइट्रोजन परमाणु का इलैक्ट्रानिक विन्यास 1s है, इसकी ऊर्जा, सामान्य आद्य अवस्था में विन्यास $1s^2\ 2s^2\ 2p^3$ से कम होगी क्योंकि इलैक्ट्रॅान नाभिक के निकट होगें। $1s^7$ प्रेक्षित नहीं होता है, क्योंकि यह खण्डन करता है
(A) हाइजेनबर्ग अनिश्चिता सिद्धान्त
(B) हुण्ड नियम
(C) पाऊली अपवर्जन नियम
(D) स्थाई कक्षाओं की बोर अभिधारणा

Q.37 निम्नलिखित में से किसकी त्रिज्या n = 1 हाइड्रोजन परमाणु के समान होगी-
(A) He^+, n = 2 (B) Li^{2+}, n = 2
(C) Be^{3+}, n = 2 (D) Li^{2+}, n = 3

Q.38 उपकोश में अधिकतम इलेक्ट्रॅान निम्न सूत्र द्वारा दिये जा सकते है –
(A) $(2\ell+1)$ (B) $2(2\ell+1)$
(C) $(2\ell+1)^2$ (D) $2(2\ell+1)^2$

Q.39 प्रत्येक कक्षक नोडल तल रखता है निम्न में कौन सा कथन नोडल तल के बारे में सत्य नहीं है :
(A) वह तल जहाँ पर इलेक्ट्रान के पाये जाने की प्रायिकता शून्य होती है।
(B) वह तल जहाँ पर इलेक्ट्रान के पाये जाने की प्रायिकता अधिकतम होती है।
(C) नोडल तल पर, Ψ^2 अशुन्य होता है
(D) इनमें से कोई नहीं

Q.40 एक परमाणु के ऊर्जा स्तरों के सन्दर्भ में निम्न कौनसा एक कथन सही है –

(A) 4s उप ऊर्जा स्तर की ऊर्जा 3d उप ऊर्जा स्तर की तुलना में अधिक होती है।

(B) M – ऊर्जा स्तर में अधिकतम 32 इलेक्ट्रॉन हो सकते है

(C) द्वितीय मुख्य ऊर्जा स्तर में चार कक्षक हो सकते है तथा इसमें अधिकतम 8 इलेक्ट्रॉन होते है

(D) 5वाँ मुख्य ऊर्जा स्तर अधिकतम 49 इलेक्ट्रॉन रख सकता है

Q.41 Cr^{24} तथा Cu^{29} के इलेक्ट्रॉनिक विन्यास असामान्य होने का कारण है –

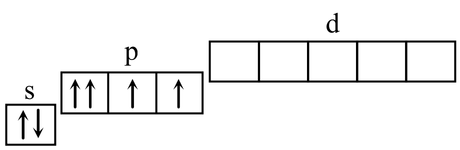
(A) अर्द्ध भरे या पूर्ण भरे कक्षकों का आपेक्षिक स्थायित्व अधिक होने के कारण

(B) ये डी ब्लॉक से सम्बन्धित है

(C) उपर्युक्त दोनों

(D) उपर्युक्त कोई नहीं

Q.42 उपर्युक्त विन्यास सहीं नहीं है, क्योंकि यह पालन नहीं करता है :



(A) केवल हुण्ड के नियम का

(B) केवल पाऊली के अपवर्जन नियम का

(C) (n + l) नियम का

(D) (हुण्ड + पाऊली) के नियम का

Q.43 पाश्चन श्रेणी की प्रथम रेखा की तरंग संख्या है –
($R = 109700\ cm^{-1}$)

(A) [18750 Å] (B) [2854 Å]
(C) [3452 Å] (D) [6243 Å]

Q.44 d_{xy} कक्षक में पाये जाने वाले इलेक्ट्रॉन की अधिकतम संभावना है –

(A) x अक्ष के लम्बवत

(B) y अक्ष के लम्बवत

(C) x तथा y अक्ष से 45º के कोण पर

(D) x तथा y अक्ष से 90º के कोण पर

Q.45 परमाणु का नाभिक x = y = z = 0 पर स्थित है s-कक्षक के इलेक्ट्रॉन के छोटे आयतन x = a, y = z = 0 के चारों ओर पाये जाने की संभावना 1×10^{-5} है इसी आयतन x = z = 0, y = a के चारो और इलेक्ट्रॉन के पाये जाने की संभावना है –

(A) 1×10^{-5} (B) $1 \times 10^{-5} \times a$
(C) $1 \times 10^{-5} \times a^2$ (D) $1 \times 10^{-5} \times a^{-1}$

Q.46 यदि n तथा ℓ क्रमशः मुख्य तथा दिगंशी क्वांटम संख्याएँ है तो एक ऊर्जा स्तर में कुल इलेक्ट्रॉन की संख्या की गणना का व्यंजक है –

(A) $\sum_{\ell=0}^{\ell=n} 2(2\ell+1)$ (B) $\sum_{\ell=1}^{\ell=n-1} 2(2\ell+1)$

(C) $\sum_{\ell=0}^{\ell=n+1} 2(2\ell+1)$ (D) $\sum_{\ell=0}^{\ell=n-1} 2(2\ell+1)$

Q.47 एक हाइड्रोजन परमाणु अपनी आद्य अवस्था में एक फोटोन अवशोषित करता है तथा इलेक्ट्रॉन को पाँचवी कक्षा तक भेजता है। उत्तेजित परमाणु अपनी आद्य अवस्था में लौटता है तब दृश्य क्वाण्टम उत्सर्जित होता हुआ जब इलेक्ट्रॉन संक्रमित होता है–

(A) $5 \to 2$ (B) $2 \to 1$
(C) $3 \to 1$ (D) $4 \to 1$

Q.48 हाइड्रोजन परमाणु के इलेक्ट्रॉन की कक्ष त्रिज्या में (बोहर मॉडल) क्या परिवर्तन होगा जब इलेक्ट्रॉन प्रथम पाश्चन संक्रमण करता है –

(A) 4.23×10^{-10} m (B) 0.35×10^{-10} m
(C) 3.7×10^{-10} m (D) 1.587×10^{-10} m

Q.49 केन्द्रीय–सममित पद्धति में, नाभिक के चारों और चक्कर लगाते हुए कण के कोणिय संवेग की गणना की गई, यदि कक्षीय कोणीय संवेग क्वांटीकृत होता है तो इसका परिमाण है –

(A) $\sqrt{\ell(\ell+1)}\ \frac{h}{2\pi}$ (B) $\sqrt{\ell(\ell-1)}\ \frac{h}{2\pi}$

(C) $\sqrt{s(s+1)}\ \frac{h}{2\pi}$ (D) $\sqrt{s(s-1)}\ \frac{h}{2\pi}$

Q.50 6.2 eV का पराबैंगनी प्रकाश एल्युमिनियम की सतह पर गिरता है (कार्य फलन = 4.2 eV) तो उत्सर्जित तीव्रतम इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा (जूल मे) लगभग है

(A) 3×10^{-21} (B) 3×10^{-19}
(C) 3×10^{-17} (D) 3×10^{-15}

Q.51 एक इलेक्ट्रॉन, एक प्रोटोन तथा एक एल्फा कण की गतिज ऊर्जाएँ क्रमशः 16E, 4E तथा E है इनकी डी ब्रोगली तरंग दैर्ध्य का क्रम होगा –

(A) $\lambda_e > \lambda_p = \lambda_\alpha$ (B) $\lambda_p = \lambda_\alpha > \lambda_e$

(C) $\lambda_p > \lambda_e > \lambda_\alpha$ (D) $\lambda_\alpha < \lambda_e >> \lambda_p$

Q.52 हाइड्रोजन परमाणु के दो ऊर्जा तलो n = 2 तथा n = 3 के बीच की ऊर्जाओ का अन्तर E eV, है तो H परमाणु का आयनन विभव है –

(A) 3.2 E (B) 5.6E

(C) 7.2 E (D) 13.2 E

Q.53 V(Z = 23), Cr(Z = 24), Mn(Z = 25) के चुम्बकीय आघूर्ण क्रमशः x, y, z. है अतः –

(A) x = y = z (B) x < y < z

(C) x < z < y (D) z < y < x

Q.54 हाइड्रोजन परमाणु की लाइमन श्रेणी की सबसे छोटी तरंग दैर्ध्य 'x' है, तब He^+ के बामर श्रेणी की सबसे लम्बी तरंग दैर्ध्य है –

(A) $\frac{9x}{5}$ (B) $\frac{36x}{5}$

(C) $\frac{x}{4}$ (C) $\frac{5x}{9}$

Q.55 प्रोटॉन का विशिष्ठ आवेश $9.6 \times 10^7 C\ kg^{-1}$ है तो α-कणों के लिए यह होगा -

(A) $2.4 \times 10^7 C\ kg^{-1}$ (B) $4.8 \times 10^7 C\ kg^{-1}$

(C) $19.2 \times 10^7 C\ kg^{-1}$ (D) $38.4 \times 10^7 C\ kg^{-1}$

Q.56 H_2 की वियोजन ऊर्जा 430.53 KJ mol^{-1} है H_2 का 253.7 nm, तरंग दैर्ध्य से प्रतिदिप्ती द्वारा वियोजन किया गया ऊर्जा का वह भाग जो गतिज ऊर्जा में परिवर्तित हो जाता है ?

(A) 8.76 % (B) 12.33 %

(C) 11.3 % (D) 100%

Q.57 एक इलेक्ट्रॉन सूक्ष्मदर्शी में इलेक्ट्रॉनों को उच्च वेग से त्वरित किया। 7.0 मेगामीटर प्रति सेकेण्ड वेग से चलते हुए इलेक्ट्रॉन की तरंगदैर्ध्य की गणना कीजिये। इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान 9.1×10^{-28}g है –

(A) 1.0×10^{-13} m (B) 1.0×10^{-7} m

(C) 1.0 m (D) 1.0×10^{-10}m

Q.58 1s, 3s, 3d तथा 2p कक्षकों में उपस्थित एक इलेक्ट्रॉन के कक्षीय कोणीय संवेग का मान है –

(A) 0, 0, $\frac{h}{2\pi}\sqrt{6}$, $\frac{h}{2\pi}\sqrt{2}$

(B) 1, 1, $\frac{h}{2\pi}\sqrt{4}$, $\frac{h}{2\pi}\sqrt{2}$

(C) 0, 1, $\frac{h}{2\pi}\sqrt{6}$, $\frac{h}{2\pi}\sqrt{3}$

(D) 0, 0, $\frac{h}{2\pi}\sqrt{20}$, $\frac{h}{2\pi}\sqrt{6}$

Q.59 दो इलेक्ट्रॉनिक स्तर के मध्य ऊर्जाओं का अन्तर 46 .12 kcal /mole है इलेक्ट्रॉन के उच्च ऊर्जा स्तर से निम्न ऊर्जा स्तर में गिरने पर उत्सर्जित प्रकाश की आवृति क्या होगी

(प्लांक नियतांक = 9.52×10^{-14} kcal sec $mole^{-1}$)

(A) 4.84×10^{15} cycles sec^{-1}

(B) 4.84×10^{-5} cycles sec^{-1}

(C) 4.84×10^{-12} cycles sec^{-1}

(D) 4.84×10^{14} cycles sec^{-1}

Q.60 हाइड्रोजन परमाणु की प्रथम दो त्रिज्याओं का अनुपात 1: 4. है उनके मध्य ऊर्जाओं का अन्तर हो सकता है

(A) 12.09 eV या 3.4 eV

(B) 2.55 eV या 10.2 eV

(C) 13.6 eV या 3.4 eV

(D) 3.4 eV या 0.85 eV

Q.61 परमाणु में प्रोटॉन, न्यूट्रॉन व इलेक्ट्रॉन उपस्थित होते है यदि न्यूट्रॉन का द्रव्यमान उसके वास्तविक मान का आधा तथा इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान उसके वास्तविक मान का दुगना मान लिया जाये तो $_6C^{12}$ का परमाणु भार होगा –

(A) दुगना

(B) 75% कम

(C) 25% कम

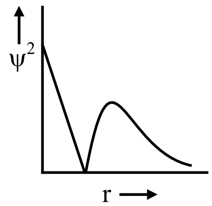
(D) उसके वास्तविक मान का आधा

Q.62 Cr परमाणु में m = 0 युक्त e^- की कुल संख्या ज्ञात कीजिए -

(A) 12 (B) 13

(C) 5 (D) 24

Q.63 ψ^2 प्रायिकता घनत्व तथा नाभिक से दूरी के मध्य निम्न ग्राफ प्रदर्शित करता है–



(A) 2s (B) 3s
(C) 1s (D) 2p

Q.64 परमाण्विय कक्षक में पालियों का चिन्ह प्रदर्शित करता है-
(A) प्रायकिता वितरण के चिन्ह को
(B) आवेश के चिन्ह को
(C) तरंग फलन के चिन्ह को
(D) इलेक्ट्रॉन की उपस्थिति या अनुपस्थिति को

Q.65 निम्न में से कौनसे प्रतीको द्वारा परमाण्विक कक्षक को प्रदर्शित किया जाता है।

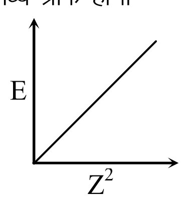
(A) $\Psi_{n,\ell,m} = R_n \Theta_\ell \Phi_m$

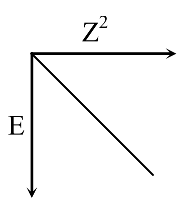
(B) $\Psi_{n,\ell,m} = R_{n,\ell} \Theta_\ell \Phi_m$

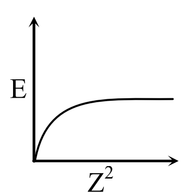
(C) $\Psi_{n,\ell,m} = R_n \Theta_{\ell,m} \Phi_m$

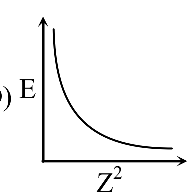
(D) $\Psi_{n,\ell,m} = R_{n,\ell} \Theta_{\ell,m} \Phi_m$

Q.66 एक तत्व के n^{th} बोहर कक्षा में गतिशील इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा $E_n = \frac{-13.6}{n^2} Z^2$ ev/atom (Z = परमाण्विक संख्या) द्वारा दी गई है E तथा Z^2 ('n' को नियत रखते हुए) के मध्य ग्राफ होगा -

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

Q.67 बोहर मॉडल में एकल इलेक्ट्रोनिक परमाणु के लिए घूर्णन का आवर्तकाल $T_{n,z}$ द्वारा प्रदर्शित है जहाँ n कोश संख्या को तथा Z परमाण्विय संख्या को प्रदर्शित करें तब $T_{1,2} : T_{2,1}$ का अनुपात होगा -
(A) 8 : 1 (B) 1 : 8
(C) 1 : 1 (D) 1 : 32

Q.68 H परमाणु की उत्तेजित अवस्था में λ तरंगदैर्ध्य का फोटॉन उत्सर्जित कर इसकी आध अवस्था में लोट आता है उत्तेजित अवस्था की मुख्य क्वांटम संख्या है-

(A) $\sqrt{\lambda R(\lambda R - 1)}$ (B) $\sqrt{\frac{\lambda R}{(\lambda R - 1)}}$

(C) $\sqrt{\lambda R(\lambda R - 1)}$ (D) $\sqrt{\frac{(\lambda R - 1)}{\lambda R}}$

Q.69 हाइड्रोजन परमाणु के लिए श्रोडिगर तरंग समीकरण निम्न है–

$$\Psi_{24} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}}\left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2}\left(2 - \frac{r}{a_0}\right)e^{-r/a_0}$$

जहाँ a_0 बोहर त्रिज्या है यदि 2s में त्रिज्यीय नोड r_0 पर हो तब r_0 का मान होगा -

(A) $\frac{a_0}{2}$ (B) $2a_0$

(C) $\sqrt{2}a_0$ (D) $\frac{a_0}{\sqrt{2}}$

Q.70 हाइड्रोजन परमाणु के लिए श्रोडिगर तरंग समीकरण निम्न है –

$$\Psi\,(\text{radial}) = \frac{1}{16\sqrt{4}}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2}[(\sigma-1)(\sigma^2-8\sigma+12)]\,e^{-\sigma/2}$$

जहाँ a_0 तथा Z नियतांक है जहाँ उत्तर $\sigma = \frac{2Zr}{a_0}$ द्वारा व्यक्त है नाभिक से त्रिज्यीय नोड की न्यूनतम तथा अधिकतम स्थिति ..... क्रमशः है -

(A) $\frac{a_0}{Z}, \frac{3a_0}{Z}$ (B) $\frac{a_0}{2Z}, \frac{a_0}{Z}$

(C) $\frac{a_0}{2Z}, \frac{3a_0}{Z}$ (D) $\frac{a_0}{2Z}, \frac{4a_0}{Z}$

Q.71 λ तरंगदैर्ध्य का एक प्रकाश स्त्रोत एक धातु को प्रतिदिप्त करता है तथा फोटो इलेक्ट्रॉन को $(K.E.)_{max}$ = 1eV के साथ उत्सर्जित करता है $\frac{\lambda}{3}$ तरंगदैर्ध्य का अन्य स्त्रोत समान धातु से $(K.E.)_{max}$ = 4eV के साथ फोटो उत्सर्जित करता है। कार्य फलन का मान ज्ञात कीजिए।
(A) 1 eV (B) 2 eV
(C) 0.5 eV (D) इनमें से कोई नहीं

Q.72 m द्रव्यमान का एक लघु कण इस तरह गति करता है कि $P.E. = -\frac{1}{2}mkr^2$ रहे। जहाँ k एक नियतांक तथा r मूल बिन्दु से कण की दूरी है कोणीय संवेग तथा वृत्ताकार कक्षा के क्वाण्टीकरण के बोहर मोडल को मानते हुए r समानुपाती होगा -

(A) n^2 (B) n

(C) $\sqrt{n}$ (D) इनमें से कोई नहीं

Q.73 Li^{2+} आयन के द्वितीय कक्षा में एक इलेक्ट्रॉन का कोणीय वेग (ω) क्या है ?

(A) $\frac{8\pi^3me^4}{h^3}$ (B) $\frac{8\pi^3me^4}{9h^3}$

(C) $\frac{64}{9}\times\frac{\pi^3me^4}{h^3}$ (D) $\frac{9\pi^3me^4}{h^3}$

Q.74 यदि विकिरण, Li^{2+} के बामर श्रेणी की द्वितीय रेखा से सम्बन्धित हो, तब H-परमाणु की प्रथम उत्तेजित अवस्था से इलेक्ट्रॉन निकलता है तब उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा होगी -

(A) 2.55 eV (B) 4.25 eV

(C) 11.25 eV (D) 19.55 eV

Q.75 एक तत्व दर्शाई गई अभिक्रिया –
$X + 2e^- \longrightarrow X^{2-}$, से गुजरता है तथा मुक्त ऊर्जा = 30.87 eV/परमाणु है यदि मुक्त ऊर्जा 4 gms H_2 अणुओं को समान रूप से H^+ तथा H* में वियोजित करने में प्रयुक्त हो जहाँ H* हाइड्रोजन परमाणु की उत्तेजित अवस्था है जहाँ इलेक्ट्रॉन कक्षा में गति करता है जिसकी परिधि इसकी द्विबोग्ली तरंगदैर्ध्य के चार गुने के बराबर आवश्यक निम्नतम X मोल संख्या ज्ञात कीजिए दिया गया है। H की 1.E. = 13.6 eV/atom, H_2 की बन्ध ऊर्जा = 4.526 eV /अणु

(A) 1 (B) 2

(C) 3 (D) 4

Q.76 आद्य अवस्था में H-परमाणु की ऊर्जा–E हो तब उत्सर्जित फोटो इलेक्ट्रॉन का वेग क्या होगा, जब E_p ऊर्जा का एक फोटॉन आद्य अवस्था में स्थिर Li^{2+} आयन से टकराता है -

(A) $v = \sqrt{\frac{2(E_p - E)}{m}}$ (B) $v = \sqrt{\frac{2(E_p + 9E)}{m}}$

(C) $v = \sqrt{\frac{2(E_p - 9E)}{m}}$ (D) $v = \sqrt{\frac{2(E_p - 3E)}{m}}$

Q.77 3x-कक्षक के लिए

$\Psi(3s) = \frac{1}{9\sqrt{3}}\left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} (6–6\sigma + 6\sigma^2)^{-\sigma/2}$; जहाँ

$\sigma = \frac{2r\cdot Z}{3a_0}$

नाभिक से नोड की अधिकतम त्रिज्यीय दूरी क्या है?

(A) $\frac{(3+\sqrt{3})a_0}{Z}$ (B) $\frac{a_0}{Z}$

(C) $\frac{3}{2}\frac{(3+\sqrt{3})a_0}{Z}$ (D) $\frac{2a_0}{Z}$

Q.78 किसी परमाणु के I, II तथा III ऊर्जा स्तरों की ऊर्जा क्रमश $E, \frac{4E}{3}$ तथा 2E है λ तरंगदर्ध्य का एक फोटोन III से I में संक्रमण के दौरान उत्सर्जित होता हो तब II से I उत्सर्जन के लिए तरंगदैर्ध्य क्या होगी ?

(A) $\frac{\lambda}{2}$ (B) λ

(C) 2λ (D) 3λ

Q.79 हरे पौधों में प्रकाश संश्लेषण की क्वाण्टम दक्षता के मापन में यह पाया जाता है कि 6850 Å तरंगदैर्ध्य के लाल प्रकाश का 10 क्वाँटा O_2 के एक अणु को मुक्त करने के लिए आवश्यक है इस प्रक्रम में औसत संग्रहित ऊर्जा 112 kcal/mol है इस प्रयोग में ऊर्जा रूपान्तरण दक्षता क्या है?
(दिया गया है : 1 cal = 4.18 J; $N_A = 6 \times 10^{23}$; $h = 6.63 \times 10^{-34}$ J.s)

(A) 23.5 (B) 26.9

(C) 66.34 (D) 73.1

Exercise (Level) 3

OLD EXAMINATION QUESTIONS [JEE MAIN]

Q.1 एक बहुइलैक्ट्रॉन परमाणु मे चुम्बकीय और वैद्युत क्षेत्रों की अनुपस्थिति में निम्नलिखित तीन क्वाण्टम संख्याओं द्वारा वर्णित कौन सी आर्बिटलों की ऊर्जा समान होंगी ? **[AIEEE- 2005]**

(a) $n = 1, \ell = 0, m = 0$ (b) $n = 2, \ell = 0, m = 0$

(C) $n = 2, \ell = 1, m = 1$ (d) $n = 3, \ell = 2, m = 1$

(e) $n = 3, \ell = 2, m = 0$

(A) (b) व (C) (B) (a) व (b)

(C) (d) व (e) (D) (C) व (d)

Q.2 निम्न समुच्चयों में से किसमे समइलैक्ट्रॉनिकी स्पीशीज नहीं है ? **[AIEEE- 2005]**

(A) CN^-, N_2, C_2^{2-}

(B) $PO_4^{3-}, SO_4^{2-}, ClO_4^-$

(C) $BO_3^{3-}, CO_3^{2-}, NO_3^-$

(D) $SO_3^{2-}, CO_3^{2-}, NO_3^-$

Q.3 बोर सिद्धांत के अनुसार, एक इलेक्ट्रॉन का 5 वीं कक्षा में कोणीय संवेग है - **[AIEEE 2006]**

(A) $1.0\ h/\pi$ (B) $10\ h/\pi$

(C) $2.5\ h/\pi$ (D) $25\ h/\pi$

Q.4 300 ms^{-1} के वेग, जो 0.001% यथार्थ है, से गतिशील इलेक्ट्रान (संहति = 9.1×10^{-31} kg) की स्थिति में क्या अनिश्चितता होगी - **[AIEEE 2006]**

(A) 5.76×10^{-2} m (B) 1.92×10^{-2} m

(C) 3.84×10^{-2} m (D) 19.2×10^{-2} m

Q.5 निम्न में से कौनसा क्वान्टम संख्याओं का समुच्चय परमाणु की अधिकतम ऊर्जा को प्रदर्शित करता है ? **[AIEEE 2007]**

(A) $n = 3, \ell = 1, m = 1, s = +½$

(B) $n = 3, \ell = 2, m = 1, s = +½$

(C) $n = 4, \ell = 0, m = 0, s = +½$

(D) $n = 3, \ell = 0, m = 0, s = +½$

Q.6 हाइड्रोजन परमाणु की आयनन एन्थैल्पी 1.312×10^6 J mol^{-1}है। इस परमाणु में इलेक्ट्रॉन को n = 1 से n = 2 में उत्तेजित करने के लिए आवश्यक ऊर्जा है - **[AIEEE 2008]**

(A) 6.56×10^5 J mol^{-1} (B) 7.56×10^5 J mol^{-1}

(C) 9.84×10^5 J mol^{-1} (D) 8.51×10^5 J mol^{-1}

Q.7 किसी परमाणु में, एक इलेक्ट्रॉन 0.005% की यथार्थता के साथ 600 m/s की वेग से गतिमान है। तो इलेक्ट्रॉन के पाये जाने की स्थिति की निश्चितता निम्न होगी ($h = 6.6 \times 10^{-34}$ kg m^2 s^{-1}, इलेक्ट्रॉन की द्रव्यमान, $e_m = 9.1 \times 10^{-31}$ kg) **[AIEEE 2009]**

(A) 1.52×10^{-4} m (B) 5.10×10^{-3} m

(C) 1.92×10^{-3} m (D) 3.84×10^{-3} m

Q.8 1.0×10^3 ms^{-1} से गतिमान प्रोटॉन के साथ सम्बन्धित तरंगदैर्ध्य (नैनोमीटर में) की गणना कीजिए (प्रोटॉन का द्रव्यमान = 1.67×10^{-27} kg तथा $h = 6.63 \times 10^{-34}$ Js) - **[AIEEE 2009]**

(A) 0.032 nm (B) 0.40 nm

(C) 2.5 nm (D) 14.0 nm

Q.9 एक गैस 355 nm का फोटॉन अवशोषित करते है तथा दो तरंगदैर्ध्यो पर, उत्सर्जित करती है। यदि एक उत्सर्जन 680 nm हो तो अन्य किस पर होगी : **[AIEEE 2011]**

(A) 1035 nm (B) 325 nm

(C) 743 nm (D) 518 nm

Q.10 He^+ के n = 4 से n = 2 संक्रमण के लिये उत्सर्जित प्रकाश की आवृत्ति H परमाणु में निम्न में से किस संक्रमण के संगत बराबर होगी ? **[AIEEE 2011]**

(A) n = 2 to n = 1 (B) n = 3 to n = 2

(C) n = 4 to n = 3 (D) n = 3 to n = 1

Q.11 क्वांटम संख्याओं n व ℓ द्वारा ज्ञात इलेक्ट्रॉनों की ऊर्जा – **[AIEEE-2012]**

(a) $n = 4, \ell = 1$ (b) $n = 4, \ell = 0$

(C) $n = 3, , \ell = 2$ (d) $n = 3, \ell = 1$

बढ़ते क्रम में निम्न प्रकार व्यवस्थित हो सकती है -

(A) (d) < (b) < (C) < (a)

(B) (b) < (d) < (a) < (C)

(C) (a) < (C) < (b) < (d)

(D) (C) < (d) < (b) < (a)

Q.12 क्वान्टम संख्याओं का निम्न सेट एक परमाणु में चार इलेक्ट्रॉनों को अभिव्यक्त करता है : **[AIEEE Online - 2012]**

(i) $n = 4, \ell = 1$ (ii) $n = 4, \ell = 0$

(iii) $n = 3, \ell = 2$ (vi) $n = 3, \ell = 1$

निम्न में से कौनसा एक ऊर्जा के बढ़ते हुये क्रम को दिखाता है :

(A) (i) < (iii) < (ii) < (iv)
(B) (ii) < (iv) < (i) < (iii)
(C) (iv) < (ii) < (iii) < (i)
(D) (iii) < (i) < (iv) < (ii)

Q.13 बॉमर श्रेणी में सीमान्त लाइन की आवृति है :
(Rydberg constant, $R_\infty = 3.29 \times 10^{15}$ cycles/s) **[AIEEE Online - 2012]**

(A) $3.65 \times 10^{14}\ s^{-1}$ (B) $8.22 \times 10^{14}\ s^{-1}$
(C) $3.29 \times 10^{15}\ s^{-1}$ (D) $5.26 \times 10^{13}\ s^{-1}$

Q.14 यदि एक इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा चार गुना बढ़ा दी जाती है तो इससे सम्बन्धित डि-ब्रोगली तरंगदैर्ध्य हो जायेगी : **[AIEEE Online - 2012]**

(A) दो गुनी (B) आधी
(C) एक चौथाई (D) चार गुनी

Q.15 दिये हुये परमाणु क्रमांकों के साथ तत्वों के किस युग्म के द्वारा समान गुणधर्म दर्शाने की सम्भावना है? **[AIEEE Online - 2012]**

(A) 11, 12 (B) 40, 72
(C) 20, 36 (D) 10, 28

Q.16 हाइड्रोजन परमाणु के प्रथम कक्षक में त्रिज्या का मान a_0 है तो तीसरे कक्षक में इलेक्ट्रॉन के डि-ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य का मान होगा **[AIEEE Online - 2012]**

(A) $6\pi a_0$ (B) $8\pi a_0$
(C) $2\pi a_0$ (D) $4\pi a_0$

Q.17 उस परमाणु में कक्षकों की संख्या क्या होगी जिसकी क्वाण्टम संख्याऐं $n = 3, \ell = 2$ तथा $m_\ell = +2$ हैं ? **[JEE Main Online -2013]**

(A) 5 (B) 3
(C) 1 (D) 7

Q.18 H-स्पैक्ट्रम की बामर श्रेणी में प्रथम उत्सर्जन रेखा की तरंग संख्या है (R = रिडबर्ग स्थिरांक) **[JEE Main Online -2013]**

(A) $\frac{5}{36}R$ (B) $\frac{9}{400}R$

(C) $\frac{7}{6}R$ (D) $\frac{3}{4}R$

Q.19 भारी पानी के एक अणु में प्रोटोन, इलेक्ट्रॉन तथा न्युट्रॉनों की संख्या क्रमशः है। **[JEE Main Online -2013]**

(A) 8, 10, 11 (B) 10, 10, 10
(C) 10, 11, 10 (D) 11, 10, 10

Q.20 1000kg द्रव्यमान तथा 36 km/hr वेग वाली कार की डि-ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य क्या है- ($h = 6.63 \times 10^{-34}$ Js) **[JEE Main Online -2013]**

(A) 6.626×10^{-34} m (B) 6.626×10^{-38} m
(C) 6.626×10^{-31} m (D) 6.626×10^{-30} m

Q.21 एक इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा को इस प्रकार प्रस्तुत किया जाता है - $E = -2.178 \times 10^{-18}\ J\left(\frac{Z^2}{n^2}\right)$ । हाइड्रोजन परमाणु में एक इलेक्ट्रॉन को n = 1 से n = 2 स्तर पर उत्तेजित करने के लिये आवश्यक प्रकाश की तरंगदैर्ध्य होगी: **[JEE Main -2013]**

($h = 6.62 \times 10^{-34}$ Js तथा $c = 3.0 \times 10^8\ ms^{-1}$)

(A) 6.500×10^{-7} m (B) 8.500×10^{-7} m
(C) 1.214×10^{-7} m (D) 2.816×10^{-7} m

Q.22 रूबिडियम परमाणु (Z = 37) के लिये वेलैन्सी इलैक्ट्रॉनों के उचित चार क्वान्टम नम्बारों का सेट होता है - **[JEE Main 2014]**

(A) $5, 1, 0 + \frac{1}{2}$ (B) $5, 1, 1 + \frac{1}{2}$

(C) $5, 0, 1 + \frac{1}{2}$ (D) $5, 0, 0 + \frac{1}{2}$

Q.23 दिया है
(a) $n = 5, m_l = +1$
(b) $n = 2, l = 1, M_l = -1, m_s = -½$
एक परमाणु में इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम संख्या क्या है जिसकी क्वाण्टम संख्या (a) तथा (b) दिये अनुसार हो सकती है।- **[JEE Main Online - 2014]**

(A) 25 तथा 1 (B) 8 तथा 1
(C) 2 तथा 4 (D) 4 तथा 1

Q.24 गैसीय सोडियम परमाणुओं की आयनन ऊर्जा का मान 495.5 kJमोल$^{-1}$ है। सोडियम परमाणु का आयनन करने के लिये प्रकाश की सम्भव न्यूनतम आवृति (frequency) क्या होगी ? **[JEE Main Online - 2014]**

($h = 6.626 \times 10^{-34}$Js, $N_A = 6.022 \times 10^{23}$ मोल$^{-1}$)

(A) $7.50 \times 10^4\ s^{-1}$ (B) $4.76 \times 10^{14}\ s^{-1}$
(C) $3.15 \times 10^{15}\ s^{-1}$ (D) $1.24 \times 10^{15}\ s^{-1}$

Q.25 यदि हाइड्रोजन परमाणु के त्रिज्या r की कक्ष में घूमने वाले इलैक्ट्रॉन का द्रव्यमान m और आवेश e हों तो, घूमने वाले इलैक्ट्रॉन की कुल ऊर्जा होगी **[JEE Main Online - 2014]**

(A) $\frac{1}{2}\frac{e^2}{r}$ (B) $-\frac{e^2}{r}$

(C) $\frac{me^2}{r}$ (D) $-\frac{1}{2}\frac{e^2}{r}$

Q.26 द्रव्यमान 6.63 g के कण का आवेग 100 ms^{-1} से गतिमान होने पर डी–ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य होगी : **[JEE Main Online - 2014]**

(A) 10^{-33} m (B) 10^{-35} m

(C) 10^{-31} m (D) 10^{-25} m

Q.27 2.47×10^{15} Hz. पर पराबैंगनी क्षेत्र में उत्तेजित हाइड्रोजन परमाणु प्रकाश उत्सर्जित करता है। इस आवृत्ति के साथ एक अकेले फोटॉन की ऊर्जा होगी: ($h = 6.63 \times 10^{-34}$ Js) **[JEE Main Online - 2014]**

(A) 8.041×10^{-40} J (B) 2.680×10^{-19}J

(C) 1.640×10^{-18} J (D) 6.111×10^{-17} J

Q.28 H-परमाणु के प्रथम बोहर आर्बिट में इलैक्ट्रॉन की ऊर्जा –13.6 eV हैं। Li^{2+} की उतेजित अवस्था में इलैक्ट्रान का ऊर्जा मान होगा: **[JEE Main Online - 2014]**

(A) –27.2 eV (B) 30.6 eV

(C) –30.6 eV (D) 27.2 eV

Q.29 यदि λ_0 और λ दहलीज़ी तरंगदैर्ध्य और आपतित प्रकाश का तरंग दैर्ध्य हों तो धातु स्थल से निकले प्रकाशीय इलेक्ट्रानों का वेग होगा : **[JEE Main Online - 2014]**

(A) $\sqrt{\frac{2h}{m}(\lambda_0 - \lambda)}$ (B) $\sqrt{\frac{2hc}{m}(\lambda_0 - \lambda)}$

(C) $\sqrt{\frac{2hc}{m}\left(\frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda \lambda_0}\right)}$ (D) $\sqrt{\frac{2h}{m}\left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda}\right)}$

Q.30 गर्म फिलामेन्ट से मुक्त इलेक्ट्रानों की धारा को, विभवान्तर V esu पर रखी गयी दो आवेशित प्लेटो के मध्य में से गुजारा जाता है। यदि e तथा m क्रमशः इलेक्ट्रानों के आवेश तथा द्रव्यमान है तो h/λ (जहाँ, λ इलेक्ट्रॉन तंरग से संबंधित तंरगदैर्ध्य है) का मान होगा: **[JEE Main - 2016]**

(A) meV (B) 2meV

(C) $\sqrt{meV}$ (D) $\sqrt{2meV}$

Q.31 हाइड्रोजन परमाणु के लिए द्वितीय बोहर कक्षा की त्रिज्या है – (प्लांक नियतांक $h = 6.6262 \times 10^{-34}$ Js इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान = 9.1091×10^{-31} kg; इलेक्ट्रॉन का आवेश e = 1.60210×10^{-19} C; निर्वात की विद्युतशीलता $\epsilon_0 = 8.854185 \times 10^{-12} \text{ kg}^{-1}\text{m}^{-3}\text{A}^2$) **[JEE Main Offline - 2017]**

(A) 0.529 Å (B) 2.12 Å

(C) 1.65 Å (D) 7.76 Å

Q.32 समइलेक्ट्रोनिक स्पीशीज का समूह है - **[JEE Main Offline - 2017]**

(A) O^{2-}, F^-, Na, Mg^{2+}

(B) O^-, F^-, Na^+, Mg^{2+}

(C) O^{2-}, F^-, Na^+, Mg^{2+}

(D) O^-, F^-, Na, Mg^+

Q.33 हाइड्रोजन परमाणु की लाइकन श्रेणी में लघुत्तम तरंगदैर्ध्य A हो तब He^+ की पाश्चन श्रेणी में दीर्घत्तम तरंगदैर्ध्य होगी – **[JEE Main Online - 2017]**

(A) $\frac{5A}{9}$ (B) $\frac{36A}{7}$

(C) $\frac{36A}{5}$ (D) $\frac{9A}{5}$

Q.34 हाइड्रोजन परमाणु में इलेक्ट्रॉन 211.6 pm त्रिज्या के कक्षक में उच्च कक्षण से संक्रमण करता है यह संक्रमण संबंधित होगा : **[JEE Main Online - 2017]**

(A) लाइमन श्रेणी से (B) बामर श्रेणी से

(C) ब्रेकेट श्रेणी से (D) पाश्चन श्रेणी से

Q.35 आण्विक आयन, N_2^+ के लिए आण्विक कक्षक डायग्राम में, σ_{2p} आण्विक कक्षक में इलेक्ट्रॉनों की संख्या है: **[JEE-Main Online -2018]**

(A) 0 (B) 2

(C) 3 (D) 1

Q.36 निम्न में से कौन सी व्यवस्था प्रतिलोह चुम्बकीय पदार्थ के चुम्बकीय आघूर्ण के योजनाबद्ध संरेखण को प्रदर्शित करती है ? **[JEE-Main Online -2018]**

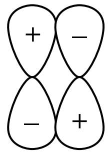
(A) ⇧ ⇩ ⇩ ⇩ ⇩ ⇧

(B) ⇧ ⇧ ⇧ ⇧ ⇧ ⇧

(C) ⇧ ⇧ ⇩ ⇧ ⇧ ⇩

(D) ⇧ ⇩ ⇧ ⇩ ⇧ ⇩

Q.37 निम्न में से कौनसा आण्विक कक्षक के चित्र को सही वर्णित करता है- **[JEE-Main Online -2018]**



(A) एक आबंधी π कक्षक
(B) एक अनाबंधी कक्षक
(C) एक प्रतिआबंधी σ कक्षक
(D) एक प्रतिआबंधी π कक्षक

Q.38 'H' परमाणु के प्रथम बोहर कक्षक में उपस्थित इलेक्ट्रॉन की डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य है - **[JEE-Main Online -2018]**
(A) 4×0.529 Å (B) $2\pi \times 0.529$ Å
(C) $\frac{0.529}{2\pi}$ Å (D) 0.529 Å

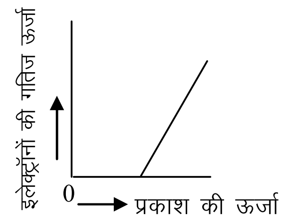
Q.39 निम्न रूपान्तरों में किसमें आकार तथा संकरण दोनों का परिवर्तन होता है ? **[JEE-Main Online-2018]**
(A) $H_2O \rightarrow H_3O^+$ (B) $BF_3 \rightarrow BF_4^-$
(C) $CH_4 \rightarrow C_2H_6$ (D) $NH_3 \rightarrow NH_4^+$

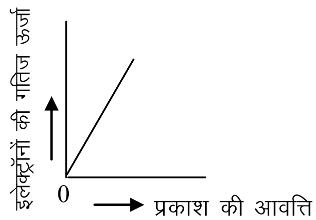
Q.40 परमाणु हाइड्रोजन के $n_1 = 8$ से $n_f = n$ तक की उत्सर्जन रेखा के लिए $\left(\frac{1}{n^2}\right)$ के विरूद्ध तरंग संख्या ($\bar{v}$) का आरेख होगा, (रिडबर्ग स्थिरांक, R_H तरंग संख्या के मात्रक में) **[Main-2019]**
(A) R_H अन्तः खण्ड के साथ रैखिक
(B) R_H ढाल के साथ रैखिक
(C) अरैखिक
(D) R_H ढाल के साथ रैखिक

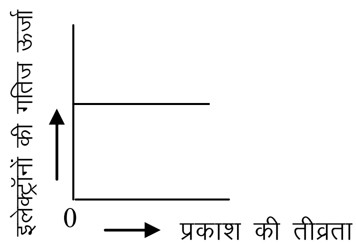
Q.41 परमाणु कक्षकों की व्याख्या से संबंधित कौन से संयुक्त कथन सत्य है? **[Main-2019]**
(a) कम कोणीय संवेग वाले कक्षक के इलेक्ट्रॉन की तुलना में अधिक कोणीय संवेग वाले कक्षक में इलेक्ट्रॉन नाभिक से दूर रहता है
(b) मुख्य क्वांटम संख्या के एक दिये मान के लिए कक्ष का आकार द्विगंशी क्वांटम संख्या के व्युत्क्रमानुपाती होता है
(c) तरंग यांत्रिकी के अनुसार निम्न अवस्था कोणीय संवेग, $h/2\pi$ के बराबर होता है
(d) विभिन्न द्विगंशी क्वांटम संख्याओं के लिए ψ Vs r का आरेख अधिक r मान की ओर पीक (शिखर) विस्थापित होना प्रदर्शित करता है।
(A) (b), (c) (B) (a), (d)
(C) (a), (b) (D) (a), (c)

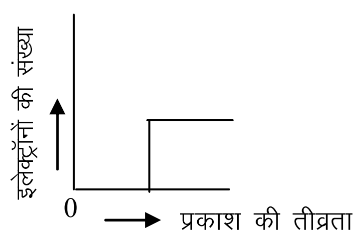
Q.42 किस अभाज्य एकक कोष्ठिका में असमान कोर लम्बाई ($a \neq b \neq c$) होती है तथा सभी अक्षीय कोण 90° से भिन्न होते हैं? **[Main-2019]**
(A) षटकोणीय (B) द्विसमलम्बाक्ष
(C) त्रिनताक्ष (D) एकनताक्ष

Q.43 नीचे प्रदर्शित ग्राफ में से कौन–सा आपतित प्रकाश तथा धातु पृष्ठ से निष्कासित इलेक्ट्रॉन के बीच का सम्बन्ध सही प्रकार से अभिव्यक्त नही करता है? **[Main-2019]**

(A)


(B)


(C)


(D)


Q.44 A_2B_3 सूत्र वाले एक यौगिक में hcp जालक है। कौनसा परमाणु hcp जालक बनाता है तथा चतुष्फलकीय रिक्तियों का कौनसा अंश दूसरे परमाणु द्वारा अधिकृत होता है- **[Main-2019]**
(A) hcp जालक - A, $\frac{1}{3}$ चतुष्फलकीय रिक्तियाँ-B
(B) hcp जालक - B, $\frac{1}{3}$ चतुष्फलकीय रिक्तियाँ-A
(C) hcp जालक - A, $\frac{2}{3}$ चतुष्फलकीय रिक्तियाँ ds-B
(D) hcp जालक-B, $\frac{2}{3}$ चतुष्फलकीय रिक्तियाँ-A

Q.45 हाइड्रोजन परमाणु की मूल अवस्था ऊर्जा –13.6 eV है। He^+ आयन की द्वितीय उत्तेजित अवस्था की ऊर्जा eV में, है : **[Main-2019]**

(A) –6.04 (B) – 54.4
(C) – 27.2 (D) – 3.4

Q.46 माँसपेशीय दर्द के ऊष्मा उपचार के लिए लगभग 900 nm के तरंगदैर्ध्य के विकिरण का उपयोग होता है। इसके लिए H-परमाणु की कौनसी स्पेक्ट्रल लाइन उपयुक्त है?
$[R_H = 1 \times 10^5\ cm^{-1},\ h = 6.6 \times 10^{-34}\ Js,\ c = 3 \times 10^8\ ms^{-1}]$ **[Main-2019]**

(A) बामर, $\infty \rightarrow 2$ (B) पाश्चन, $5 \rightarrow 3$
(C) पाश्चन, $\infty \rightarrow 3$ (D) लाइमन, $\infty \rightarrow 1$

Q.47 काय केन्द्रित घन एकल कोशिका के कोर के केन्द्र में स्थापित होने वाले सबसे बड़े गोले की त्रिज्या होगी (कोर लम्बाई को 'a' द्वारा व्यक्त किया गया है) **[Main-2019]**

(A) 0.134 a (B) 0.067 a
(C) 0.047 a (D) 0.027 a

Q.48 प्रकाशिक इलेक्ट्रॉन से सम्बन्धित डी–ब्रॉग्ली तरंगदैर्ध्य (λ) आपतित विकिरण की आवृत्ति (v) के साथ इस प्रकार परिवर्तित होती है [v_0 = देहली आवृत्ति] : **[Main-2019]**

(A) $\lambda \propto \frac{1}{(v - v_0)^{\frac{3}{2}}}$ (B) $\lambda \propto \frac{1}{(v - v_0)^{\frac{1}{4}}}$
(C) $\lambda \propto \frac{1}{(v - v_0)}$ (D) $\lambda \propto \frac{1}{(v - v_0)^{\frac{1}{2}}}$

Q.49 धातु का कार्यफलन क्या होगा, यदि 4000Å तरंगदैर्ध्य का प्रकाश इससे $6 \times 10^5\ ms^{-1}$ वेग के प्रकाशित इलेक्ट्रॉनों को उत्पन्न करता है ? **[Main-2019]**
इलेक्ट्रॉन का भार = 9×10^{-31} kg ;
प्रकाश का वेग = $3 \times 10^8\ ms^{-1}$
प्लैंक स्थिरांक = 6.626×10^{-34} Js ;
तथा इलेक्ट्रॉन का आवेश = $1.6 \times 10^{-19}\ JeV^{-1}$)

(A) 4.0 eV (B) 0.9 eV
(C) 2.1 eV (D) 3.1 eV

Q.50 यदि एक हाइड्रोजन परमाणु में n वें बोर कक्षक में स्थित इलेक्ट्रॉन का डी–ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य 1.5 πa_0 के बराबर है, तो n/z का मान है (a_0 बोर त्रिज्या है)- **[Main-2019]**

(A) 0.75 (B) 0.40
(C) 1.50 (D) 1.0

Q.51 चार इलेक्ट्रॉनों की क्वान्टम संख्यायें नीचे दी गई :

I. $n = 4, l = 2, m_l = -2, m_s = -\frac{1}{2}$

II. $n = 3, l = 2, m_l = 1, m_s = +\frac{1}{2}$

III. $n = 4, l = 1, m_l = 0, m_s = +\frac{1}{2}$

IV. $n = 3, l = 1, m_l = 1, m_s = -\frac{1}{2}$

इनकी बढ़ती ऊर्जाओं का **सही** क्रम है- **[Main-2019]**

(A) I < III < II < IV (B) IV < II < III < I
(C) I < II < III < IV (D) IV < III < II < I

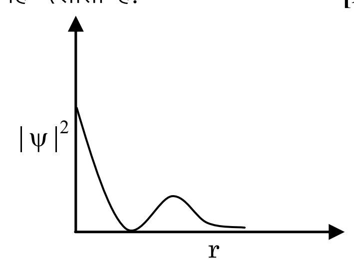
Q.52 निम्न में से किसके द्वारा समइलेक्ट्रॉनी स्पीशीज Cl^-, Ar तथा Ca^{2+} का आकार प्रभावित होगा - **[Main-2019]**

(A) नाभिकीय आवेश
(B) संयोजकता कोश की द्विगंशी क्वान्टम संख्या
(C) बाहय कक्षकों में इलेक्ट्रॉन अन्योन्यक्रिया
(D) संयोजकता कोश की मुख्य क्वान्टम संख्या

Q.53 सिल्वर के लिए $C_p(JK^{-1}\ mol^{-1}) = 23 + 0.01\ T$ यदि 1 atm दाब पर सिल्वर के 3 मोल का ताप (T) 300 K से बढ़कर 1000 K हो जाये, तो ΔH का मान किसके निकटतम होगा - **[Main-2019]**

(A) 13 kJ (B) 16 kJ
(C) 62 kJ (D) 21 kJ

Q.54 $|\psi|^2$ तथा r (त्रिज्य दूरी) के बीच ग्राफ नीचे प्रदर्शित है। यह दर्शाता है: **[Main-2019]**

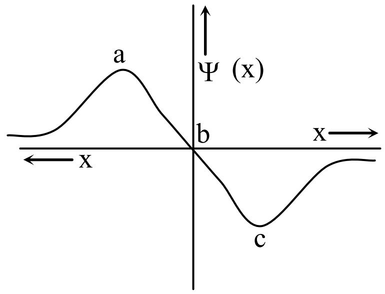


(A) 3s कक्षक (B) 2s कक्षक
(C) 2p कक्षक (D) 1s कक्षक

Q.55 हाइड्रोजन स्पेक्ट्रम के दो स्पेक्ट्रमी श्रेणियों की लघुत्तम तरंगदैर्ध्य का अनुपात लगभग 9 पाया गया। स्पेक्ट्रमी श्रेणियाँ है: **[Main-2019]**

(A) पाश्चन तथ फुन्ड (B) बामर तथा ब्रैकेट
(C) लाइमन तथा पाश्चन (D) ब्रैकेट तथा फुंड

Q.56 इलेक्ट्रॉनों के पाये जाने की अधिकतम संभावना है : **[Main-2019]**



(A) a तथा c क्षेत्र में (B) मात्र c क्षेत्र में
(C) a तथा b क्षेत्र में (D) मात्र a क्षेत्र में

Q.57 जिस तत्व की परमाणु संख्या 15 है उसकी समूह संख्या उसके संयोजकता इलेक्ट्रॉनों की संख्या तथा उसकी संयोजकता क्रमशः होगी: **[Main-2019]**
(A) 16, 6 तथा 3 (B) 15, 6 तथा 12
(C) 16, 5 तथा 2 (D) 15, 5 तथा 3

Q.58 एक तत्व की फलक केन्द्रित घनीय (fcc) संरचना है जिसके कोशिका का कोर a है जालक में दो निकटतम चतुष्फलकीय रिक्तियों के केन्द्रों के बीच की दूरी होगी : **[Main-2019]**
(A) a (B) $\frac{3}{2}a$ (C) $\frac{a}{2}$ (D) $\sqrt{2}a$

Q.59 सरल घनीय, काय केन्द्रित घनीय तथा फलक केन्द्रित घनीय संरचना में उपस्थित परमाणुओं की संख्या का अनुपात क्रमशः, होगा : **[Main-2019]**
(A) 8 : 1 : 6 (B) 4 : 2 : 1
(C) 1 : 2 : 4 (D) 4 : 2 : 3

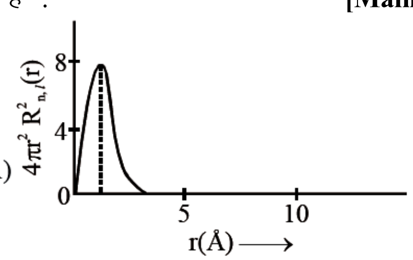
Q.60 क्वांटम संख्याओं $n = 5$, $m_s = +\frac{1}{2}$ से संबंधित कक्षको की संख्या है : **[Main -2020]**
(A) 15 (B) 50
(C) 11 (D) 25

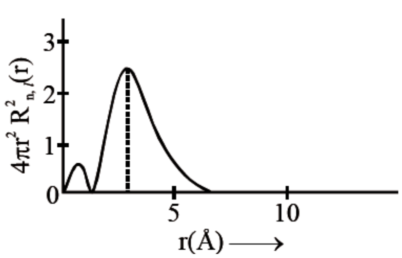
Q.61 H परमाणु के स्पेक्ट्रम में बामर श्रेणी के लिए $\bar{v} = R_H\left\{\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right\}$, (I) से (IV) के मध्य सही कथन है :
(I) तरंगदैर्ध्य के घटने पर, श्रृंखला में रेखाऐं अभिसारित होती है
(II) पूर्णांक n_1, 2 के बराबर है
(III) अधिकतम तरंगदैर्ध्य की रेखाये $n_2 = 3$ के अनुरूप है
(IV) इन रेखाओं की तरंग संख्या से हाइड्रोजन की आयनीकरण की ऊर्जा की गणना की जा सकती है। **[Main -2020]**
(A) (II), (III), (IV) (B) (I), (III), (IV)
(C) (I), (II), (III) (D) (I), (II), (IV)

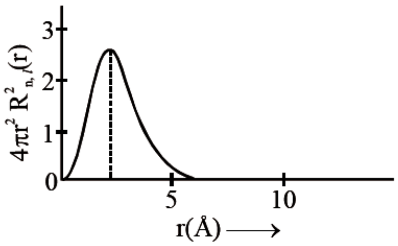
Q.62 निम्नलिखित मे से कौनसा युग्म समइलेक्ट्रोनिय है ?
A. SO_4^{2-} तथा CrO_4^{2-}
B. $SiCl_4$ तथा $TiCl_4$
C. NH_3 तथा NO_3^-
D. BCl_3 तथा $BrCl_3$ **[Main -2021]**
(A) केवल C तथा D (B) केवल A तथा B
(C) केवल A तथा C (D) केवल B तथा C

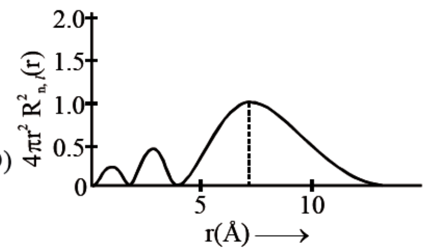
Q.63 बोर परमाणु सिद्वांत के अनुसार :-
(A) इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा $\propto \frac{Z^2}{n^2}$
(B) इलेक्ट्रॉन के वेग (v) तथा मुख्य क्वांटम संख्या(n) का गुणनफल , 'vn' $\propto Z^2$.
(C) एक कक्षक मे इलेक्ट्रॉन के चक्रण की आवृत्ति $\propto \frac{Z^3}{n^3}$
(D) इलेक्ट्रॉन पर आकर्षण का कूलाम्ब बल $\propto \frac{Z^3}{n^4}$
नीचे दिए गए विकल्पो मे से सबसे सही विकल्प का चयन कीजिए : **[Main -2021]**
(A) केवल (C) (B) केवल (A)
(C) केवल (A), (C) तथा (D) (D) केवल (A) तथा (D)

Q.64 हाइड्रोजन परमाणु के विभिन्न कक्षको के लिए त्रिज्या 'r' के साथ रेखिय वितरण फलनो के वक्र नीचे दिए गए है : **[Main -2021]**

(A)


(B)


(C) 

(D) 

3s कक्षक के लिए सही वक्र है : **[Main -2021]**

(A) (B) (B) (A)
(C) (D) (D) (C)

Q.65 दो रेखिय नोड के साथ ही दो कोणिय नोड रखने वाला कक्षक है - **[Main -2021]**

(A) 3p (B) 4f (C) 4d (D) 5d

Q.66 यदि हाइड्रोजन परमाणु के 3rd बोर कोश की त्रिज्या r_3 तथा 4th बोर कोश की त्रिज्या r_4 हो तबः: **[Main -2022]**

(A) $r_4 = \frac{9}{16} r_3$ (B) $r_4 = \frac{16}{9} r_3$

(C) $r_4 = \frac{3}{4} r_3$ (D) $r_4 = \frac{4}{3} r_3$

Q.67 हाइड्रोजन तीन समस्थानिक रखता हैः प्रोटियम (^1H), ड्यूटीरियम (^2H or D) तथा ट्राइटियम (^3H or T)। इनमें रासायनिक गुण समान होते है लेकिन भौतिक गुण भिन्न होते है। इनमें भिन्नता होती है **[Main -2022]**

(A) प्रोटोनों की संख्या में
(B) परमाणु संख्या में
(C) इलेक्ट्रॉनिक विन्यास में
(D) परमाणु द्रव्यमान में

Q.68 निम्नलिखित में से कौनसे कथन सही है? **[Main -2022]**

(a) Cr का इलेक्ट्रॉनिक विन्यास [Ar] $3d^5 4s^1$ है।
(b) चुम्बकीय क्वाण्टम संख्या ऋणात्मक मान रख सकती है।
(c) एक परमाणु की आद्य अवस्था में, कोश इनकी ऊर्जा के बढ़ती हुए क्रम में भरे जाते है।
(d) नोड की कुल सख्या $n - 2$ द्वारा दी जाती है।

नीचे दिये गए विकल्पों में से अधिक उपयुक्त उत्तर का चयन कीजिए।

(A) केवल (a), (c) तथा (d)
(B) केवल (a) तथा (b)
(C) केवल (a) तथा (c)
(D) केवल (a), (b) तथा (c)

Q.69 क्वाण्टम संख्याओं के निम्नलिखित समुच्चय वाले कक्षकों के लिए ऊर्जा का सही घटता क्रम हैः **[Main -2022]**

(1) $n = 3, \ell = 0, m = 0$

(2) $n = 4, \ell = 0, m = 0$

(3) $n = 3, \ell = 1, m = 0$

(4) $n = 3, \ell = 2, m = 1$

(A) (4) > (2) > (3) > (1) (B) (2) > (4) > (3) > (1)
(C) (3) > (2) > (4) > (1) (D) (2) > (3) > (4) > (1)

Q.70 यदि अन्तरिक्ष में एक सूक्ष्म कण के वेग तथा स्थिति में अनिश्चितता क्रमशः 2.4×10^{-26} (m s^{-1}) तथा 10^{-7} (m) है, तो कण का द्रव्यमान _____ ग्राम होगा। (निकटतम पूर्णांक में)
(दिया गया हैः $h = 6.626 \times 10^{-34}$Js) **[Main -2022]**

Q.71 क्वाण्टम संख्याओं के निम्नलिखित समुच्चयों पर विचार कीजिए–

	n	l	m_l
A.	3	3	–3
B.	3	2	–2
C.	2	1	+1
D.	2	2	+2

क्वाण्टम संख्याओं के सही समुच्चयों की संख्या _____ है। **[Main -2022]**

Q.72 एक काल्पनिक आयन $^{48}_{22}X^{3-}$ पर विचार कीजिए। आयन में नाभिक इलेक्ट्रॉनों की संख्या से 'a'% अधिक न्यूट्रॉन रखता है। 'a' का मान है– (निकटतम पूर्णांक में) **[Main -2022]**

Q.73 n = 4 वाले कोश मे उपस्थित रह सकने वाले इलेक्ट्रोनों की अधिकतम संख्या है : **[Main -2023]**

(A) 72 (B) 32 (C) 16 (D) 50

Q.74 2S के लिए तरंग फलन (Ψ) दिया गया है

$$\Psi_{2s} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}}\left(\frac{1}{a_0}\right)^{1/2}\left(2-\frac{r}{a_0}\right)e^{-r/2a_0},$$

$r = r_0$ पर त्रिज्या (रेडियल नोड) बनता है। अतः a_0 के सदंर्भ में r_0 **[Main -2023]**

(A) $r_0 = 2a_0$ (B) $r_0 = 4a_0$

(C) $r_0 = a_0$ (D) $r_0 = \frac{a_0}{2}$

Q.75 Li^{2+} की द्वितीय की त्रिज्या x है। Be^{3+} की तृतीय कक्षा की प्रत्याशित त्रिज्या है : **[Main -2023]**

(A) $\frac{9}{4}x$ (B) $\frac{16}{27}x$

(C) $\frac{27}{16}x$ (D) $\frac{4}{9}x$

Q.76 यदि हाइड्रोजन परमाणु के प्रथम कक्षक की त्रिज्या α_0 है, तो डी ब्रोग्ली के तृतीय कक्षक में इलेक्ट्रॉन की तरंग दैर्ध्य है। **[Main -2023]**

(A) $\frac{\pi a_0}{6}$ (B) $\frac{\pi a_0}{3}$

(C) $6\pi a_0$ (D) $3\pi a_0$

Q.77 दिये गये समूह में समइलेक्ट्रानिक स्पीशीज की कुल संख्या है

O^{2-}, F^-, Al, Mg^{2+}, Na^+, O^+, Mg, Al^{3+}, F

[Main -2023]

Q.78 $n = 4$, $s = +\frac{1}{2}$ वाले सभी पूर्ण पूरित उपकोश में उपस्थित इलेक्ट्रोनो की सखँ्या है (जहाँ :→ n = मुख्य क्वाण्टम सखँ्या s = चक्रण क्वाण्टम सखँ्या)

[Main -2024]

Q.79 निम्नलिखित मे से सभी तत्वो के साथ d^{10} इलेक्ट्रॉनिक विन्यास रखने वाले सही विकल्प का चयन कीजिए। **[Main -2024]**

(A) ^{27}Co, ^{28}Ni, ^{26}Fe, ^{24}Cr

(B) ^{46}Pd, ^{28}Ni, ^{26}Fe, ^{24}Cr

(C) ^{29}Cu, ^{30}Zn, ^{48}Cd, ^{47}Ag

(D) ^{28}Ni, ^{24}Cr, ^{26}Fe, ^{29}Cu

Q.80 रूबिडियम परमाणु (Z = 37) के सयोजी इलेक्टोन के लिए चार क्वाण्टम सखँ्या का सही समुच्चय है। **[Main -2024]**

(A) 5, 0, 0, $+\frac{1}{2}$ (B) 5, 0, 1, $+\frac{1}{2}$

(C) 5, 1, 0, $+\frac{1}{2}$ (D) 5, 1, 1, $+\frac{1}{2}$

Q.81 सुची I का सुची II के साथ मिलान कीजिए

सुची–I (हाइडोजन के लिए स्पेक्टोल श्रेणी)		सुची–II (स्पेक्टोल क्षेत्र/ उच्च ऊर्जा क्षेत्र)	
(I)	लाइमन	(P)	अवरक्त क्षेत्र
(II)	ब्रामर	(Q)	पराबैगनी क्षेत्र
(III)	पाश्चन	(R)	अवरक्त क्षेत्र
(IV)	P- फंड	(S)	दृश्य क्षेत्र

निचे दिये गये विकल्प मे से सही उत्तर का चयन करे **[Main -2024]**

(A) I-(P), II-(R), III-(Q), IV-(S)

(B) I-(Q), II-(R), III-(P), IV-(S)

(C) I-(P), II-(Q), III-(R), IV-(S)

(D) I-(Q), II-(S), III-(R), IV-(P)

Q.82 सुची **I** के साथ सुची **II** का मिलान कीजिए

सुची–I स्पीशीज		सुची–II (इलेक्टॉनिक विन्यास)	
(I)	Cr^{+2}	(P)	$3d^8$
(II)	Mn^+	(Q)	$3d^34s^1$
(III)	Ni^{+2}	(R)	$3d^4$
(IV)	V^+	(S)	$3d^54s^1$

निचे दिये गये विकल्प मे से सही उत्तर का चयन करे **[Main -2024]**

(A) I-(Q), II-(P), III-(S), IV-(R)

(B) I-(R), II-(S), III-(P), IV-(Q)

(C) I-(S), II-(R), III-(P), IV-(Q)

(D) I-(P), II-(Q), III-(R), IV-(S)

Q.83 हिलियम आयन की प्रथम उतेजित अवस्था की त्रिज्या दी गयी है।

a_0 → हाइड्रोजन परमाणु के प्रथम सकरण कक्षक की त्रिज्या **[Main -2025]**

(A) $r = \frac{a_0}{2}$ (B) $r = \frac{a_0}{4}$

(C) $r = 4a_0$ (D) $r = 2a_0$

Q.84 हाइड्रोजन परमाणु के लिए कक्षक के साथ न्यूनतम ऊर्जा है :

(a) 4s (b) $3p_x$ (c) $3d_{x^2-y^2}$

(d) $3d_{z^2}$ (e) $4p_z$

नीचे दिये गये विकल्पों में से सही उतर का चयन करो – **[Main -2025]**

(A) केवल (a) और (e)

(B) केवल (b)

(C) केवल (a)

(D) केवल (b), (c) और (d)

Q.85 2s व 2p कक्षको में इलेक्ट्रॉन के लिए कक्षक कोणीय आघूर्ण का मान क्रमश है। **[Main -2025]**

(A) 0 और $\sqrt{2}\frac{h}{2\pi}$

(B) 0 और $\sqrt{6}\frac{h}{2\pi}$

(C) $\sqrt{2}\frac{h}{2\pi}$ और 0

(D) $\frac{h}{2\pi}$ और $\sqrt{2}\frac{h}{2\pi}$

Q.86 90% कार्बन और 80 g mol^{-1} मोलर द्रव्यमान के साथ हाइड्रोकार्बन (X) में असंतृप्ता की कोटि ________है **[Main -2025]**

Q.87 H^- परमाणु के प्रथम बोहर कक्षक में इलेक्ट्रान की ऊर्जा –13.6 है। Be^{3+} की प्रथम उतेजित अवस्था में इलेक्ट्रान के चुंबकीय ऊर्जा का मान _____ eV है। (निकटतम पूर्णाक मान) **[Main -2025]**

Exercise (Level) 4

Part-A : एक या एक से अधिक सही विकल्प प्रकार के प्रश्न

Q.1 निम्न में से कौनसा/से गुण–विद्युत चुम्बकीय विकिरण की ऊर्जा के अनुक्रमानुपाती है ?
(A) आवृति (B) तरंग संख्या
(C) तरंग लम्बाई (D) फोटोन की सख्या

Q.2 निम्न में से कौनसे कथन असत्य है ?
(A) Fe^{3+} के (n –1)d उपकोश में पाँच अयुग्मित इलैक्ट्रॉन है
(B) Fe^{3+}, Mn^{+} तथा Cr सभी के 24 इलैक्ट्रानों के चुम्बकीय आघूर्ण का मान समान होगा
(C) कॉपर (I) क्लोराइड रंगीन लवण है
(D) प्रत्येक रंगीन आयन अनुचुम्बकीय है

Q.3 सही कक्षकीय प्रदर्शन क्या नहीं हो सकता है यदि तरंग फलन निम्न है

$$\psi = \frac{1}{81\sqrt{6\pi}}\left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} \sigma^2 e^{-\sigma/3} (3\cos^2\theta - 1);$$

यहाँ $\sigma = r/a_0$ तथा $a_0 = \dfrac{h^2 \in_0}{\pi me^2}$
(A) 4s (B) $2P_x$
(C) $3P_y$ (D) $3d_{z^2}$

Q.4 निम्न में से कौनसा कक्षक गोलीय नोड नहीं रखता है
(A) 1s (B) 2s
(C) 2p (D) 3p

Q.5 कक्षकों के कौनसे समुच्चय में, इलैक्ट्रॉनों के कक्षकीय कोणीय संवेग बराबर है ?
(A) 1s तथा 2s (B) 2s तथा 2p
(C) p तथा 3p (D) 3p तथा 3d

Q.6 निम्न में से क्वाण्टम संख्या का कौनसा समुच्चय सही है ?
(A) $n = 3, \ell = 2, m = +1, s = +\frac{1}{2}$
(B) $n = 3, \ell = 3, m = +3, s = +\frac{1}{2}$
(C) $n = 4, \ell = 0, m = 0, s = -\frac{1}{2}$
(D) $n = 5, \ell = 2, m = +4, s = -\frac{1}{2}$

Q.7 रदरफोर्ड प्रयोग ने स्थापित किया कि :
(A) परमाणु के अन्दर घना धनात्मक केन्द्र होता है
(B) नाभिक में प्रोटोन तथा न्यूट्रॉन होते है
(C) परमाणु में अधिकतम स्थान रिक्त है
(D) नाभिक का आकार बहुत छोटा है

Q.8 निम्न मे से कौनसे कथन असत्य है ?
(A) कक्षको को पहचानने के लिए तीन क्वाण्टम संख्याओं की आवश्यकता है
(B) हीलियम की द्वितीय आयनन ऊर्जा, हाइड्रोजन की प्रथम आयन ऊर्जा की 4 गुना है
(C) लिथियम की तृतीय आयनन ऊर्जा, हाइड्रोजन की प्रथम आयनन ऊर्जा की 9 गुना है
(D) Li^{2+} के तृतीय कक्षा की त्रिज्या, हाइड्रोजन परामणु के तृतीय कक्षा की त्रिज्या की 3 गुना है

Q.9 निम्न में से कौनसे कथन (H परमाणु के संदर्भ में) सही है ?
(A) इलैक्ट्रॉन की प्रथम कक्षा में गतिज ऊर्जा अधिकतम है
(B) प्रथम कक्षा में इलैक्ट्रॉन की स्थितिज ऊर्जा अधिकतम है
(C) द्वितीय कक्षा की त्रिज्या, प्रथम कक्षा की त्रिज्या से चार गुना है
(D) विभिन्न ऊर्जा स्तरों में बराबर स्थान है

Q.10 H–परमाणु का निम्न में से कौनसा संक्रमण समान आवृति को विकिरण उत्सर्जित करता है ?
(A) $4s \rightarrow 3p$ (B) $4d \rightarrow 3p$
(C) $5s \rightarrow 4s$ (D) $3s \rightarrow 2p$

Q.11 त्रिज्यीय वितरण फलन [P(r)] को मुख्य प्रायिक त्रिज्या ज्ञात करने में प्रयुक्त किया जाता है जिसका प्रयोग दी गई कक्षा में इलेक्ट्रॉन ज्ञान करने में किया जाता है Z परमाणु संख्या के जैसे हाइड्रोजन की 1s- कक्षक के लिए $\frac{dP(r)}{dr}$ निम्न है

$$\frac{dP}{dr} = \frac{4Z^3}{a_0^3}\left(2r - \frac{2Zr^2}{a_0}\right)e^{-2Zr/a_0}$$

तब निम्न में से कौनसा कथन सही है ?

(A) अधिकतम मान के बिन्दु पर त्रिज्यीय वितरण फलन $\frac{dP(r)}{dr} = 0$ एक एक्टिनोड उपस्थित होता है।

(B) Li^{2+} की मुख्य प्रायिक त्रिज्या $\frac{a_0}{3}$ pm है

(C) He^{+} की मुख्य प्रायिक त्रिज्या $\frac{a_0}{2}$ pm है

(D) हाइड्रोजन परमाणु की मुख्य प्रायिक त्रिज्या a_0 pm है

Q.12 सही कथन चुनिए -

(A) $\ell = 0$ का एक कक्षक नाभिक के परितः सममित होता है

(B) $\ell = 0$ का एक कक्षक नाभिक के परितः गोलीयरूप से सममित होता है

(C) $3d_{z^2}$ z-अक्ष के परितः गोलीय रूप से सममित होता है

(D) सभी सही है

Q.13 सही कथन चुनिए -

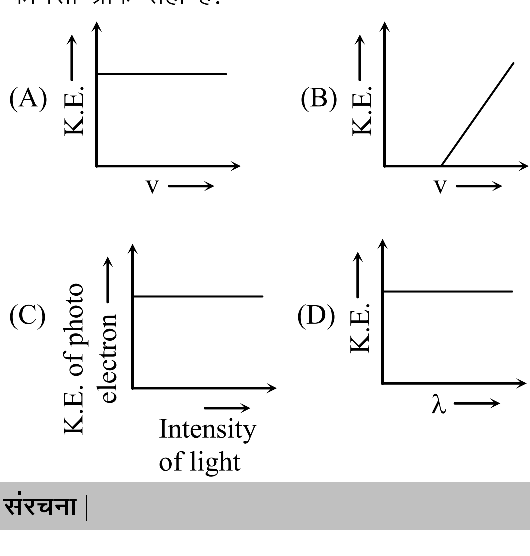
(A) त्रिज्यीय फलन केवल दिशा पर निर्भर करता है तथा केवल नाभिक के क्वाण्टम संख्या n पर निर्भर नहीं करता

(B) कोणीय फलन केवल दिशा पर निर्भर करता है तथा यह नाभिक से दूरी पर निर्भर नहीं करता

(C) $\Psi^2(r, \theta, \phi)$ समिष्टि में किसी विशेष बिन्दु पर इलेक्ट्रॉन के पाए जाने की प्रायिकता घनत्व होता है

(D) त्रिज्यीय वितरण फलन $(4\pi r^2 R^2)$ नाभिक से r दूरी पर उपस्थित इलेक्ट्रॉन की प्रायिकता देता है

Q.14 कौनसा ग्राफ सही है?



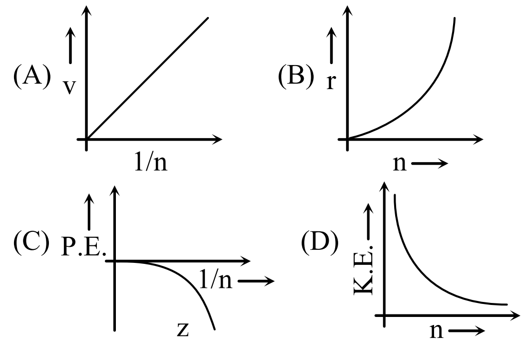
Q.15 सही वक्र चुनिए –

यदि v = बोहर कक्षा में इलेक्ट्रॉन का वेग

r = बोहर कक्षा में इलेक्ट्रॉन की त्रिज्या

P.E. = बोहर कक्षा में इलेक्ट्रॉन की स्थितिज ऊर्जा

K.E. = बोहर कक्षा में इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा



Q.16 सही कथन चुनिए -

(A) नाभिक के निकटतम इलेक्ट्रॉन नाभिक द्वारा आकर्षित होता है तथा इसकी निम्न स्थिति ऊर्जा होती है

(B) बोहर सिद्धांत के अनुसार एक इलेक्ट्रॉन सततरूप से ऊर्जा विकरित करता है यदि यह एक कक्षक में हो

(C) बोहर मॉडल बहुसंख्यक इलेक्ट्रॉन परमाणुओं के स्पेक्ट्रम को परिभाषित नही कर सकता

(D) बोहर मॉडल ऊर्जा के क्वाण्टीकरण पर आधारित प्रथम परमाण्विय मॉडल था

Q.17 सही कथन चुनिए -

(A) एक परमाण्विय कक्षक की आकृति एजिमुथल क्वाण्टम संख्या पर निर्भर करती है

(B) एक परमाण्विय कक्षक का घूर्णक चुम्बकीय क्वाण्टम संख्या पर निर्भर करता है

(C) बहु–इलेक्ट्रॉन परमाणु के एक परमाण्विय कक्षक में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा केवल मुख्य क्वाण्टम संख्या पर निर्भर करती है

(D) एक प्रकार के अपमार्जक परमाण्विय कक्षक की संख्या एजिमुथल तथा चुम्बकीय क्वाण्टम संख्या के मान पर निर्भर करती है

Q.18 त्रिज्यीय प्रायिकता वक्र के लिए निम्न में से कौनसा कथन सही है ?

(A) 2s कक्षक में उच्चिष्ठ की संख्या दो होती है

(B) गोलाकार या त्रिज्यीय नोड की संख्या $n-l-1$ के बराबर होती है

(C) कोणीय नोड की संख्या 'l' है

(D) $3d_z^2$ के 3 कोणीय नोड होते है

Q.19 सही कथन चुनिए -

(A) त्रिज्यीय वितरण फलन दर्शाता है कि 3p तथा 3d इलेक्ट्रॉन की स्थिति के बजाए नाभिक के निकट 3s इलेक्ट्रॉन के पाए जाने की प्रायिकता उच्च होती है

(B) 3s कक्षक की ऊर्जा 3p तथा 3d कक्ष की ऊर्जा से कम होती है

(C) नोड पर त्रिज्यीय फलन का मान धनात्मक से ऋणात्मक परिवर्तित होता है

(D) त्रिज्यीय फलन क्वाण्टम संख्या n तथा l पर निर्भर करती है

Q.20 गलत कथन का चयन कीजिए -

(A) हाइड्रोजन परमाणु में एक विशेष कक्षक के लिए तरंग फलन का ऋणात्मक मान हो सकता है

(B) त्रिज्यीय प्रायिकता वितरण फलन का मान शून्य हो सकता है लेकिन ऋणात्मक मान नही हो सकता

(C) $3d_{x^2-y^2}$ कक्षक के दो कोणीय नोड तथा एक त्रिज्यीय नोड होते हैं

(D) yz तथा xz तल d_{xy} कक्षक के लिए नोडल तल होते हैं

Q.21 सही कथन चुनिए -

(A) हाइजनबर्ग सिद्धान्त स्थिर e^- के लिए लागू होता है

(B) पाउली एक्सक्लुजन सिद्धान्त फोटॉन के लिए लागू नही होता

(C) एक e^- के लिए वेग तथा मुख्य क्वाण्टम संख्या का गुणज, मुख्य क्वाण्टम संख्या पर निर्भर नहीं करता

(D) क्वाण्टम संख्या l तथा m से कोणीय तरंग फलन का मान ज्ञात किया जा सकता है

Q.22 निम्न में से सही कथन चुनिए -

(A) सम्मिष्ठि में एक नोड एक बिन्दु होता है जहाँ तरंग फलन Ψ का आयन शून्य होता है

(B) त्रिज्यीय वितरण में उच्चिष्ठ की संख्या n-l होती है

(C) त्रिज्यीय प्रायिकता $4\pi r^2 R^2_{n,\ell}(r)$ होती है

(D) Ψ^2, $3P_y$ कक्षक के पाए जाने की प्रायिकता दर्शाता है

Q.23 $3P_y$ कक्षक के सन्दर्भ में सही कथन चुनिए -

(A) नोड की कुल संख्या 2 है

(B) $4\pi^2R^2(r)$ वक्र Vs वक्र में उच्चिष्ठ की संख्या एक है

(C) किसी कक्षक के लिए क्वाण्टम संख्या n, l तथा m का मान क्रमशः 3, 1, –1 होता है

(D) चुम्बकीय क्वाण्टम संख्या का मान धनात्मक होता है

Part-B : कथन व कारण प्रकार के प्रश्न

निम्न प्रश्नों 24 से 27 तक प्रत्येक के साथ दो वाक्य दिये गये है जिन्हे कथन व कारण के रूप में लिखा गया है इनका उत्तर देते समय आपको निम्न चार विकल्पों में से किसी एक को चुनना है

(A) यदि दोनों कथन व कारण सत्य है तथा कारण, कथन का सही स्पष्टीकरण है।

(B) यदि दोनों कथन व कारण सत्य है परंतु कारण, कथन का सही स्पष्टीकरण नहीं है।

(C) यदि कथन सत्य है परन्तु कारण असत्य है।

(D) यदि कथन असत्य है परन्तु कारण सत्य है।

Q.24 **कथन :** एनोड किरणों मे कण के आवेश तथा द्रव्यमान का अनुपात, विसर्जन नली में भरी हुई गैस की प्रकृति पर निर्भर करता है।

कारण : एनोड किरणों में कणों पर धनावेश होता है।

Q.25 **कथन :** s-कक्षक दो इलैक्ट्रानों से अधिक नहीं रख सकता है।

कारण : s-कक्षक गोलीय सममित है।

Q.26 **कथन :** प्रकाश इलैक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जा, आपतित विकिरण की तीव्रता के सीधी अनुक्रमानुपाती है।

कारण : प्रकाश का प्रत्येक फोटोन केवल एक फोटो इलैक्ट्रॉन को उत्सर्जित करता है।.

Q.27 **कथन :** फास्फोरस परमाणु के तीन अयुग्मित इलैक्ट्रॉनों के अस्तित्व की हुण्ड नियम के आधार पर व्याख्या कर सकते है।

कारण : हुण्ड नियम के अनुसार, नए कक्षक पहले एक–एक इलैक्ट्रॉन से भरते है, तत्पश्चात् युग्मन होता है।

Part-C : स्तम्भ सुमेलन प्रश्न

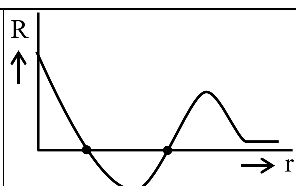
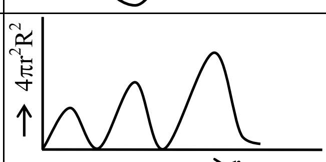
Q.28

स्तंभ -A		स्तंभ -B	
(A)	यदि स्थितिज ऊर्जा = – 13.6 eV	(i)	21
(B)	Na^{10+} के द्वितीय कोश से इलेक्ट्रॉन की आयनन ऊर्जा	(ii)	10
(C)	स्पेक्ट्रम रेखाओं की संख्या जब इलेक्ट्रॉन 7^{th} से 3^{rd} कोश में हो	(iii)	कुल ऊर्जा = – 6.8 eV
(D)	स्पेक्ट्रम रेखाओं की संख्या जब इलेक्ट्रॉन 7^{th} कोश से 1^{st} कोश में आए	(iv)	411.4 eV

Q.29 स्तम्भ मिलान कीजिए :

स्तंभ -A		स्तंभ -B	
(A)	समान ऊर्जा के कक्षक	(i)	3p, 3d
(B)	शून्य कक्षक कोणीय संवेग रखने वाले कक्षक	(ii)	2s तथा 3s
(C)	केवल एक गोलीय नोड़ वाले कक्षक	(iii)	समभ्रंश कक्षक
(D)	दिशीय गुण रखने वाले कक्षक	(iv)	2s तथा 3p

Q.30 स्तम्भ मिलान कीजिए :

स्तंभ -A		स्तंभ -B	
(A)		(i)	$3p_z$
(B)		(ii)	$4p_y$
(C)	कोणीय प्रायिकता θ व φ पर निर्भर होती है	(iii)	3s
(D)	कम से कम एक कोणीय नोड उपस्थित होता है	(iv)	$3p_x$

Part-D : गद्यांश पर आधारित वस्तुनिष्ठ प्रश्न

गद्यांश-1 (Q. 31 से 33)

इलेक्ट्रॉन नाभिक के चारों ओर वृतीय कक्षको में, निश्चित ऊर्जा पथों में घूमते हैं। जैसे–जैसे इलेक्ट्रॉन इन कक्षाओं में घूमता है तब न तो ऊर्जा ग्रहण करता है और ना ही निकालता है, किन्तु जब इलेक्ट्रॉन निम्न ऊर्जा स्तर से उच्च ऊर्जा स्तर में जाता है, तो ऊर्जा ग्रहण करता है। जबकि जब यह पुनः निम्न ऊर्जा स्तर में आता है, तब फोटोन के रूप में ऊर्जा उत्सर्जित करता है तथा एक स्पेक्ट्रल रेखा बनती है। भिन्न–भिन्न संभावित संक्रमणों के आधार पर भिन्न–भिन्न रेखाऐं बनती है जो कि मुख्य श्रृंखलाऐं बनाती है। जैसे कि लाइमन, बामर, पाश्चन, फण्ड, हम्फरी आदि। माना हाइड्रोजन परमाणु में e^-, 10 उत्तेजित अवस्था में उपस्थित है, तब अनुच्छेद पर आधारित निम्न प्रश्नों उत्तर दीजिए।

Q.31 यदि 10th उत्तेजित अवस्था में उपस्थित इलेक्ट्रॉन एक दृश्य क्वाण्टा उत्सर्जित करता है, तब अगला निकलने वाला क्वाण्टा किस संक्रमण से सम्बन्धित होगा –

(A) $10 \rightarrow 2$ (B) $11 \rightarrow 2$
(C) $11 \rightarrow 1$ (D) $2 \rightarrow 1$

Q.32 आद्य अवस्था में संक्रमण के दौरान प्राप्त होने वाली स्पेक्ट्रम रेखाओं की कुल संख्या है –

(A) 45 (B) 55
(C) 66 (D) 36

Q.33 तरंगदैर्ध्य का न्यूनतम मान जो कि संक्रमण के दौरान प्राप्त हो सकता है, है –

(A) $\frac{121}{120R}$ (B) $\frac{11}{10R}$
(C) $\frac{100}{99R}$ (D) $\frac{10}{9R}$

जहाँ R = रिडबर्ग स्थिरांक है।

गद्यांश-2 (Q. 34 से 36)

माना बोहर सिद्धांत धनात्मक आवेश Ze के नाभिक के चारों ओर घूर्णन कर रहे 2 m_e द्रव्यमान तथा 2e आवेश का एक ऋणात्मक आवेशित कण के लिए अनुप्रयोग में लिया जाता है माना r_1, v_1 तथा E_1 कक्षा में कण की कक्षीय त्रिज्या, कक्षीय चाल तथा कक्षा में कण की ऊर्जा को प्रदर्शित करता है सम्बन्धित कक्षा में घूर्णन कर रहे इलेक्ट्रॉन के लिए मान क्रमशः r,v तथा E है

Q.34 त्रिज्याओं के अनुपात के सन्दर्भ में निम्न में से कौनसा व्यंजक सही है?

(A) $\frac{r_1}{r} = 2$ (B) $r_1/r = \frac{1}{2}$

(C) $\frac{r_1}{r} = 4$ (D) $\frac{r_1}{r} = \frac{1}{4}$

Q.35 वेगों के अनुपात के सन्दर्भ में निम्न में से कौनसा व्यंजक सही है?

(A) $\frac{v_1}{v} = 2$ (B) $\frac{v_1}{v} = \frac{1}{2}$

(C) $\frac{v_1}{v} = 4$ (D) $\frac{v_1}{v} = \frac{1}{4}$

Q.36 ऊर्जाओं के अनुपात के सन्दर्भ में निम्न में से कौनसा व्यंजक सही है ?

(A) $\frac{E_1}{E} = 4$ (B) $\frac{E_1}{E} = \frac{1}{4}$

(C) $\frac{E_1}{E} = 8$ (D) $\frac{E_1}{E} = \frac{1}{8}$

गद्यांश-3 (Q. 37 से 39)

माना कि चक्रण क्वाण्टम संख्या m_s के लिए चार संभावित मान $(-1, -\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}, +1)$ है। मुख्य क्वाण्टम संख्या n को हमेशा की तरह परिभाषित करते है, जबकि क्वाण्टम संख्या ℓ तथा m_l को निम्न प्रकार से परिभाषित करते है :

ℓ : 1 से (n +1) पूर्णांक पदों में

m_l: $-\ell/2$ से $+\ell/2$ (शून्य सहित, यदि हो) पूर्णांक पदो में

ℓ = 1, 2, 3.......के सम्बन्धित कक्षको को क्रमशः A, B, C........द्वारा दर्शाते है। आगे ℓ के दिए हुए मान के लिए m_l के मान एक कक्षक में उप–कक्षकों की संख्या बताते है। कोष में इलेक्ट्रॉन को भरने का नियम अपरिवर्तित रहता है। एक ही कोष में विभिन्न कक्षको की ऊर्जा का क्रम : A < B < C.......है।

Q.37 दूसरा आवर्त आरम्भ होगा –

(A) फ्लोरीन (B) सोडियम

(C) कैल्शियम (D) स्केन्डियम

Q.38 दि आफबाउ सिद्धान्त का खण्डन न हो अर्थात् $(n + \ell)$ नियम का पालन हो तब परमाणु संख्या 100 वाले एक तत्व का बाह्यतम इलैक्ट्रानिक विन्यास होगा –

(A) $3B^8 4A^4$ (B) $3C^{16} 4A^8$

(C) $3C^{12} 4B^8$ (D) $4B^{12} 5A^8$

Q.39 उप–कक्षकों की संख्या तथा एक E–कक्षक में इलैक्ट्रानों की अधिकतम संख्या भरी जा सकती है–

(A) 6, 24 (B) 5, 20

(C) 7, 28 (D) ज्ञात नहीं कर सकते

गद्यांश-4 (Q.40 से 42)

कक्षीय तरंग फलन Ψ को इस प्रकार दिया जाता है।

$\Psi(r, \theta, \phi) = R(r) . \theta(\theta) . \phi(\phi)$

H-परमाणु तथा H-समान परमाणु के विभिन्न कक्षकों के लिये R (त्रिज्य तरंग फलन) का मान है।

<u>1s-कक्षक के लिये</u>

$$R_{1s} = 2\left(\frac{z}{a_0}\right)^{3/2} e^{-zr/a_0}$$

<u>2s-कक्षक के लिये</u>

$$R_{2s} = \left(\frac{z}{2a_0}\right)^{3/2}\left(2 - \frac{zr}{a_0}\right)e^{-zr/2a_0}$$

<u>2p-कक्षक के लिये</u>

$$R_{2p} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{z}{2a_0}\right)^{3/2}\left(\frac{zr}{a_0}\right) \times e^{-zr/2a_0}$$

<u>3s-कक्षक के लिये</u>

$$R_{3s} = \frac{2}{3}\left(\frac{z}{3a_0}\right)^{3/2}\left(3 - \frac{2zr}{a_0} + \frac{2z^2r^2}{9a_0^2}\right) \times e^{-zr/3a_0}$$

आदि।

यहाँ a_0 = बोहर त्रिज्या $\frac{4\pi \in_0 \hbar^2}{\mu e^2}$

z = परमाणु क्रमांक

इसी प्रकार, s-कक्षक तथा ϕ के लिये कोणीय फलन θ तथा ϕ इस प्रकार दिये गये है।

$\theta(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ क्रमांक $\phi(\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$

इसलिए, 1s-कक्षक के लिये Ψ इस प्रकार दिया जाता है

$$\Psi_{1s} = R_{1s}.\theta_{1s}.\phi_{1s} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{z}{a_0}\right)^{3/2} e^{-zr/a_0}$$

Q.40 H परमाणु में (मूल अवस्था में) r दूरी पर पाये जाने वाले इलेक्ट्रॉन का प्रायिकता धनत्व है –

(A) Ψ (B) R^2

(C) $\frac{1}{\pi}\left(\frac{z}{a_0}\right)^3 e^{-2zr/a_0}$ (D) इनमें से कोई नहीं

Q.41 2s-कक्षक के लिये r का मान, जहाँ रेडियल नोड पाये जाते है।

(A) a_0 (B) $2a_0$

(C) $3a_0$ (D) $4a_0$

Q.42 3s-कक्षक के लिये रेडियल नोड किस पर स्थित होते है -
(A) $r = 1.9\ a_0$ (B) $r = 7.1\ a_0$
(C) $r = 2a_0$ (D) (A) तथा (B) दोनों

Part-E : आंकिक उत्तर प्रकार के प्रश्न

Q.43 हाइड्रोजन स्पेक्ट्रम की बॉमर श्रेणी में 434 nm वाली रेखा n^{th} से दूसरी कक्षा में इलेक्ट्रान संक्रमण के संगत है। n का क्या मान है ?

Q.44 एक कण का आवेश एक इलेक्ट्रॉन के बराबर तथा द्रव्यमान इलेक्ट्रॉन के द्रव्यमान के 400 गुणा के बराबर है यह +4e आवेश के नाभिक के चारों और एक वृत्ताकार कक्षा में गति करता है– यह मानते हुए कि परमाणु का बोहर मॉडल इस निकाय के लिए लागू है–

Part-F : विषय परख प्रकार के प्रश्न

Q.45 कब इलेक्ट्रान से संलग्न तरंगदैर्ध्य प्रोटॉन की तरंगदैर्ध्य के बराबर होगी ?
(इलेक्ट्रान का द्रव्यमान = 9×10^{-28} g ; प्रोटॉन का द्रव्यमान = 1.6725×10^{-24} g)

Q.46 निम्नलिखित में इलेक्ट्रान का कोणीय संवेग ज्ञात करो
(a) 4s कक्षक (b) 3p कक्षक
(c) चौथी कक्षा

Q.47 (a) Be^{3+} की बॉमर श्रेणी में प्रथम रेखा की तरंग संख्या $2.43 \times 10^5\ cm^{-1}$. Li^{2+} की पाश्चन श्रेणी की दूसरी रेखा की तरंगदैर्ध्य क्या है ?
(b) He^+, Li^{2+}, Be^{3+} जैसे आयनों में कैसे एवं क्यों रिडबर्ग नियतांक का मान बदलता है ?

Q.48 जब H परमाणु में n = 2 बोहर कक्षा से n = 1 कक्षा में इलेक्ट्रान लौटता है उत्सर्जित फोटोन की तरंगदैर्ध्य (Å) में ज्ञात कीजिये। H परमाणु की आद्य अवस्था में आयनन विभव 2.17×10^{-11} erg है।

Q.49 दो कण A एवं B गतिमान है यदि A कण से संलग्न तरंगदैर्ध्य 5×10^{-8} m है तो B कण की तरंगदैर्ध्य ज्ञात करो यदि इसका संवेग A का आधा है।

Q.50 H की प्रथम आयनन ऊर्जा 21.79×10^{-19} J है। He परमाणु की द्वितीय आयनन ऊर्जा ज्ञात कीजिये।

Q.51 हाइड्रोजन परमाणु के लिये n = 8 एवं n = 9 ऊर्जा स्तर के मध्य तथा n = 3 एवं n = 8 ऊर्जा स्तरों के मध्य का कितना गुना होगा ?

Q.52 1.1×10^{-27} kg द्रव्यमान वाले कण के वेग में न्यूनतम अनिश्चितता ज्ञात कीजिये यदि स्थिति में अनिश्चितता 3×10^{-10} cm.है।

Q.53 60W सोडियम लैम्प के द्वारा 10 घण्टे में उत्सर्जित फोटानों की संख्या ज्ञात कीजिये।
(λ_{photon}= 5893 Å).

Q.54 परमाणु क्रमांक 7, 24, 34 एवं 36 वाले परमाणुओं के लिए कुल चक्रण एवं चुम्बकीय आघूर्ण ज्ञात कीजिये।

Q.55 X^{3+} आयन की 3d श्रेणी का चुम्बकीय आघूर्ण $\sqrt{35}$ B.M है। X^{3+} का परमाणु क्रमांक क्या है ?

Q.56 जब एक धातु को 3.2×10^{16} Hz वाली आवृत्ति के प्रकाश से किर्णित किया गया, तो उत्सर्जित प्रकाश इलेक्ट्रानों की गतिज ऊर्जा 2.0×10^{16} Hz आवृत्ति वाले प्रकाश से उसी धातु को किर्णित किये जाने पर उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जा का दुगुना है धातु के लिये ν_0 की गणना करो।

Q.57 2.19×10^6 m/s के वेग से गतिमान इलेक्ट्रॉन के लिए चतुर्थ बोर कक्षक की परिधि की गणना कीजिए।

Q.58 1.53 g हाइड्रोजन को विकिरण से उत्तेजित किया गया। किसी निश्चित क्षण पर 10% परमाणु –328 kJ mol^{-1} ऊर्जा वाली उत्तेजित स्तर पर है और 2% परमाणु –146 kJ $mole^{-1}$ ऊर्जा वाली उत्तेजित स्तर पर है। बाकी परमाणु आद्य अवस्था में है जब सभी उत्तेजित परमाणु आद्य अवस्था में लौटते है तो कितनी ऊर्जा उत्सर्जित होगी।

Q.59 गैस विसर्जन नली में 12.1 eV ऊर्जा वाले इलेक्ट्रॉनों को हाइड्रोजन परमाणुओं से टकराया गया। हाइड्रोजन द्वारा उत्सर्जित रेखाओं की तरंगदैर्ध्य ज्ञात करो।

Q.60 He^+ आयन दूसरे कक्षा में रहने वाले इलेक्ट्रॉन की कोणीय आवृत्ति ($\omega = v/r$) ज्ञात कीजिये।

Q.61 एक इलेक्ट्रान परमाणु का नाभिकीय आवेश +Ze है जहाँ Z परमाणु क्रमांक है e इलेक्ट्रान का आवेश है। दूसरी बोहर कक्षा से तीसरी बोहर कक्षा में इलेक्ट्रान को उत्तेजित करने के लिये 47.2eV आवश्यक है। ज्ञात कीजिये

(a) तत्व का परमाणु क्रमांक

(b) तीसरी बोहर कक्षा से चौथी बोहर कक्षा में इलेक्ट्रॉन संक्रमण के लिए आवश्यक ऊर्जा

(C) प्रथम बोहर कक्षा से अनन्त तक इलेक्ट्रॉन निकालने के लिए आवश्यक तरंगदैर्ध्य

(d) प्रथम बोहर कक्षा में इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा

Q.62 He^+ आयन में एक इलेक्ट्रॉन की डी ब्रोग्ली तरंग दैर्ध्य 3.329 Å है। यदि He^+ आयन के विउत्तेजन के फलस्वरूप उत्सर्जित फोटोन, H-परमाणु से इसकी आद्य अवस्था में टकराने से इससे इलेक्ट्रॉन युक्त करता है, तो प्रकाशीय इलेक्ट्रॉन की डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य क्या होगी ?

Q.63 f उपकोश के बाद आने वाली उपकोश को g उपकोश कहा जाता है

(a) g उपकोश में उपस्थित g-कक्षकों की संख्या कितनी है।

(b) g उपकोश प्रथम बार किस मुख्य इलेक्ट्रॉन कक्षा में आती है और इस मुख्य कोश में कुल कक्षकों की संख्या कितनी है।

Q.64 एक इलेक्ट्रॉन का वेग क्या होगा जिसकी डी–ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य 1 nm है ?

Exercise (Level) 5

OLD EXAMINATION QUESTIONS [JEE ADVANCED]

Q.1 3s तथा 2p में त्रिज्जीय नोड़ल सतह की संख्या कितनी है ? **[IIT-2005]**
(A) 2, 0 (B) 2, 1
(C) 1, 0 (D) 0, 2

Q.2 (a) हाइड्रोजन परमाणु के प्रथम कक्ष के लिए इलेक्ट्रॉन के वेग की गणना करो
($r = a_0 = 0.529$ Å) **[IIT - 2005]**
(b) प्रथम बोहर कक्ष के इलेक्ट्रॉन के लिए डी–ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य की गणना कीजिए।
(c) 2p कक्षक के लिए $h/2\pi$ इकाई में कक्षीय कोणीय संवेग की गणना कीजिए।

➢ सूची सुमेलित कीजिये

Q.3 बोर सिद्धान्त के अनुसार, **[IIT-2006]**
E_n = कुल ऊर्जा ; K_n = गतिज ऊर्जा
V_n = स्थितिज ऊर्जा r_n = n कक्षक की त्रिज्या

स्तम्भ -I		स्तम्भ -II	
(A)	$V_n/K_n = ?$	(P)	0
(B)	यदि n कक्षा की त्रिज्या r_n, $r_n \propto E_n^x$, x = ?	(Q)	–1
(C)	निम्नतम कक्षक में कोणीय संवेग	(R)	–2
(D)	$\frac{1}{r^n} \propto Z^y$, y = ?	(S)	1

Q.4 स्तम्भ-I में प्रविष्टियों का स्तम्भ-II में संबंधित क्वांटम संख्या (s) के साथ सही मिलान कीजिए– **[IIT-2008]**

स्तम्भ –I		स्तम्भ -II	
(A)	हाइड्रोजन जैसे परमाण्विय कक्षक में इलेक्ट्रॉन का कक्षीय कोणीय संवेग	(P)	मुख्य क्वांटम संख्या
(B)	पॉलिंग नियम का पालन करता हुआ हाइड्रोजन जैसा एक इलेक्ट्रॉन तरंग फलन	(Q)	दिंगशी क्वांटम संख्या
(C)	हाइड्रोजन जैसे परमाण्वीय कक्षक की आकृति, आकार व विन्यास	(R)	चुम्बकीय क्वांटम संख्या
(D)	हाइड्रोजन जैसे परमाणु में नाभिक पर इलेक्ट्रॉन का प्रायिकता घनत्व	(S)	इलेक्ट्रॉन चक्रण क्वांटम

➢ गद्यांश पर आधारित वस्तुनिष्ठ प्रश्न

गद्यांश : (Q.5 से 7)

एक हाइड्रोजन समान स्पीशीज Li^{2+} एक रेखीय नोड वाली गोलाकार S_1 अवस्था में है। आयन प्रकाश अवशोषित करके संक्रमण द्वारा S_2 अवस्था में चला जाता है। S_2 अवस्था एक रेखीय नोड रखती है तथा इसकी ऊर्जा हाइड्रोजन परमाणु की आद्य अवस्था की ऊर्जा के समान होती है। **[IIT-2010]**

Q.5 S_1 अवस्था है -
(A) 1s (B) 2s (C) 2p (D) 3s

Q.6 हाइड्रोजन परमाणु की आद्य अवस्था की ऊर्जा की इकाई से अवस्था S_1 की ऊर्जा होगी –
(A) 0.75 (B) 1.50
(C) 2.25 (D) 4.50

Q.7 S_2 अवस्था की कक्षीय कोणीय संवेग क्वांटम संख्या है
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

Q. 8 इलेक्ट्रॉनों की सर्वाधिक संख्या है, जिसमें मुख्य क्वांटम संख्या n = 3 व चंक्रण क्वांटम संख्या $m_s = -1/2$, हो सकती है। **[IIT-2011]**

Q.9 कुछ धातुओं के कार्यफलन (ϕ) नीचे सूची में दिये गये है। धातुओं की संख्या जो प्रकाश विद्युत प्रभाव दर्शायेगी जब 300 nm तरंगदैर्ध्य का प्रकाश धातु पर आपतित होता है, है। **[IIT-2011]**

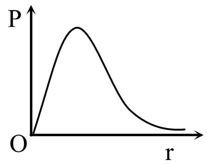
Metal	Li	Na	K	Mg	Cu	Ag	Fe	Pt	W
ϕ (eV)	2.4	2.3	2.2	3.7	4.8	4.3	4.7	6.3	4.75

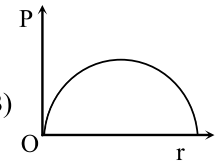
Q.10 हाइड्रोजन परमाणु की द्वितीय बोर कक्षा में एक इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा है [a_0 बोर त्रिज्या है]
(A) $\frac{h^2}{4\pi^2 ma_0^2}$ (B) $\frac{h^2}{16\pi^2 ma_0^2}$
(C) $\frac{h^2}{32\pi^2 ma_0^2}$ (D) $\frac{h^2}{64\pi^2 ma_0^2}$

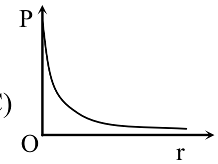
Q.11 एक परमाणु में क्वांटम संख्या n = 4, $|m_l| = 1$ तथा $m_s = -1/2$ रखने वाले इलेक्ट्रॉनों की सम्पूर्ण संख्या है। **[JEE Advance-2014]**

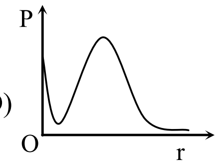
Q.12 इलेक्ट्रॉन चक्रण का विचार न करत हुये H परमाणु की द्वितीय उत्तेजित अवस्था (n = 3) की समभ्रंशता (degeneracy) 9 है, तब H^- की द्वितीय उत्तेजित अवस्था की समभ्रंशता होगी **[JEE Advance-2015]**

Q.13 हाइड्रोजन परमाणु के 1s इलेक्ट्रॉन के नाभिक से r दूरी पर एक अनन्त सूक्ष्म मोटाई, dr, के गोलीय कोश में पाये जाने की प्रायिकता (probability) P है। इस कोश का आयतन $4\pi r^2 dr$ है। P की r पर निर्भरता का गुणात्मक रेखाचित्र है – **[JEE Advance-2016]**

(A) 

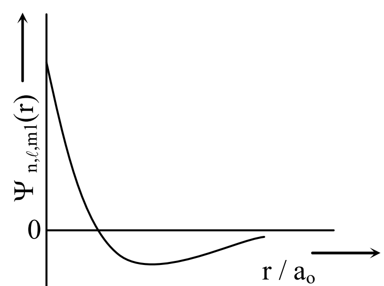
(B) 

(C) 

(D) 

नीचे दी गयी टेबल के तीन स्तम्भों में उपलब्ध सूचनाओं का उपयुक्त ढंग से सुमेल की प्रश्नों 14, 15 एवं 16 के उत्तर दीजिये। **[JEE-Advance-2017]**

तरंग फलन Ψ_{n,ℓ,m_1} एक गणितीय फलन है जिसका मान इलेक्ट्रॉन के गोलोड ध्रुव निर्देशांक (r, θ, ϕ) पर निर्भर करता है तथा क्वाण्टम संख्याऐं n, ℓ तथा m_1 द्वारा अभिलाषित होती है यहाँ r नाभिक से दूरी, θ colatitude तथा ϕ एजिमुथ होता है. सारणी में गणितीय फलन दिया गया है Z परमाणु संख्या तथा a_o बोहर त्रिज्या है -

स्तम्भ 1	स्तम्भ 2	स्तम्भ 3
(I) 1s कक्षक	(i) $\Psi_{n,\ell,m_1} \propto \left(\frac{Z}{a_o}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\left(\frac{Zr}{a_o}\right)}$	(P) 
(II) 2s कक्षक	(ii) एक त्रिज्यीय नोड	(Q) नाभिक पर प्रायिकता घनत्व $\propto \frac{1}{a_o^3}$
(III) $2p_z$ कक्षक	(iii) $\Psi_{n,\ell,m_1} \propto \left(\frac{Z}{a_o}\right)^{\frac{5}{2}} re^{-\left(\frac{Zr}{2a_o}\right)} \cos\theta$	(R) नाभिक पर प्रायिकता घनत्व अधिकतम होता है
(IV) $3d_z^2$ कक्षक	(iv) xy- तल एक नोडल तल होता है	(S) n = 2 अवस्था से n = 4 अवस्था तक इलेक्ट्रॉन को उत्तेजित करने के लिए आवश्यक ऊर्जा n = 2 से n = 6 अवस्था तक उत्तेजित करने के लिए आवश्यक ऊर्जा की $\frac{27}{32}$ गुना होती है

Q.14 स्तम्भ–1 में दिए गए कक्षक के लिए किसी हाइड्रोजन जैसी संरचना के लिए केवल **सही** युग्मन है -
(A) (III) (iii) (P) (B) (II) (ii) (P) (C) (IV) (iv) (R) (D) (I) (ii) (S)

Q.15 He^+ आयन के लिए केवल **गलत** युग्मन है -
(A) (I) (i) (R) (B) (I) (i) (S) (C) (I) (iii) (R) (D) (II) (ii) (Q)

Q.16 हाइड्रोजन परमाणु के लिए केवल **सही** युग्मन है -
(A) (I) (i) (S) (B) (I) (iv) (R) (C) (I) (i) (P) (D) (II) (i) (Q)

Q.17 143 K के पर XeF_4 के साथ O_2F_2 की अभिक्रिया पर एक जीनोन यौगिक Y बनता है। Y के सम्पूर्ण अणु में उपस्थित इलेक्ट्रॉनों के एकल युग्मों की कुल संख्या ____ है - **[JEE-Advanced-2019]**

Q.18 हाइड्रोजन परमाणु की निम्नतम अवस्था की ऊर्जा –13.6 eV है। मान लीजिये कि He^+ की एलेक्ट्रोनिक अवस्था ψ की ऊर्जा, दिगंशी क्वाण्टम संख्या तथा चुम्बकीय क्वाण्टम संख्या क्रमशः –3.4 eV, 2 और 0 हैं। दिये गए कथनों में से अवस्था ψ के संदर्भ में सही कथन कौनसा/से है/हैं? **MCQ** **[JEE-Advanced-2019]**

(A) इस अवस्था में इलेक्ट्रॉन 2e से कम नाभिकीय आवेश अनुभव करता है, जहाँ e इलेक्ट्रोनिक आवेश का परिमाण है

(B) इसकें 2 कोणीय नोड है

(C) इसमें 3 त्रिज्य नोड है

(D) यह एक 4d अवस्था है

Q.19 एक इलेक्ट्रॉन परमाणु के बोर के मॉडल का विचार कीजिये, जहाँ इलेक्ट्रॉन एक नाभिक के चारों ओर घूम रहा है। निम्न में सूची-I में n^{th} कक्षक के कुछ परिमाण दिये गए हैं तथा सूची-II में उनकी n पर निर्भरता दी गयी है। **[JEE-Advanced-2019]**

	LIST-I		**LIST-II**
(I)	n^{th} कक्षक की त्रिज्या	**(P)**	$\propto n^{-2}$
(II)	n^{th} कक्षक में इलेक्ट्रॉन का कोणीय संवेग	**(Q)**	$\propto n^{-1}$
(III)	n^{th} कक्षक में इलेक्ट्रॉन की गतिक ऊर्जा	**(R)**	$\propto n^{0}$
(IV)	n^{th} कक्षक में इलेक्ट्रॉन की स्थितिज ऊर्जा	**(S)**	$\propto n^{1}$
		(T)	$\propto n^{2}$
		(U)	$\propto n^{1/2}$

(A) (III), (P) (B) (III), (S)
(C) (IV), (U) (D) (IV), (Q)

Q.20 एक इलेक्ट्रॉन परमाणु के बोर के मॉडल का विचार कीजिये, जहाँ इलेक्ट्रॉन एक नाभिक के चारों ओर घूम रहा है। निम्न में सूची-I में n^{th} कक्षक के कुछ परिमाण दिये गए हैं तथा सूची-II में उनकी n पर निर्भरता दी गयी है। **[JEE-Advanced-2019]**

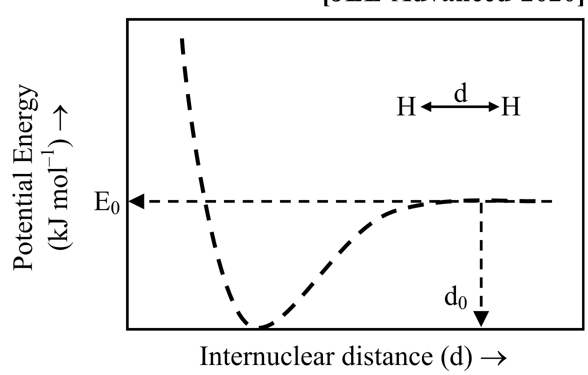
	LIST-I		**LIST-II**
(I)	n^{th} कक्षक की त्रिज्या	**(P)**	$\propto n^{-2}$
(II)	n^{th} कक्षक में इलेक्ट्रॉन का कोणीय संवेग	**(Q)**	$\propto n^{-1}$
(III)	n^{th} कक्षक में इलेक्ट्रॉन की गतिक ऊर्जा	**(R)**	$\propto n^{0}$
(IV)	n^{th} कक्षक में इलेक्ट्रॉन की स्थितिज ऊर्जा	**(S)**	$\propto n^{1}$
		(T)	$\propto n^{2}$
		(U)	$\propto n^{1/2}$

(A) (I), (P) (B) (I), (T)
(C) (II), (R) (D) (II), (Q)

Q.21 नीचे दिये चित्र में H_2 अणु का इलेक्ट्रॉनिक ग्राऊंड अवस्था में स्थितिज ऊर्जा का अर्न्तनाभिकीय दूरी के साथ ग्राफ दर्शाया गया है कुल स्थितिज ऊर्जा ($kJ\ mol^{-1}$ में) का मान क्या होगा जब $d = d_0$ जिस पर E_0 e^-- e^- प्रतिकर्षण एंव नाभिक –2 प्रतिकर्षण ऊर्जा अनुपस्थिति हो। सदर्भ के लिए, इसके e^- एव नाभिक अनन्त दूरी पर हो तो H परमाणु की स्थितिज ऊर्जा को 0 मान सकते है

(आवोगाद्रो स्थिरांक = $6.023 \times 10^{23}\ mol^{-1}$)

[JEE-Advanced-2020]



Q.22 हीलियम (He) परमाणु पर विचार कीजिए जो 330 nm. तरंगदैर्ध्य का फोटॉन अवशोषित करता है। फोटॉन अवशोषण के बाद He परमाणु के वेग में परिवर्तन ($cm\ s^{-1}$ में) ____ है।

(माना : फोटॉन के अवशोषण पर संवेग संरक्षित रहता है, प्लांक नियतांक = 6.6×10^{-34} J s

आवोगाद्रो संख्या = $6 \times 10^{23}\ mol^{-1}$, He का मोलर द्रव्यमान = $4g\ mol^{-1}$) **[JEE-Advanced-2021]**

Q.23 द्विपरमाणु अणुओं के लिए दो $2p_z$ कक्षकों के अतिव्यापन द्वारा निर्मित अणु कक्षकों के विषय में सही कथन है/है **[JEE-Advanced-2022]**

(A) σ कक्षक में कुल दो नोडीय तल होते है

(B) σ^* कक्षक में आणविक अक्ष युक्त x-z तल में एक नोड होता है

(C) π कक्षक में तल में एक नोड होता है जो आणविक अक्ष के लम्बवत होता है तथा अणु के केन्द्र से गुजरता है

(D) π^* कक्षक में आणविक अक्ष युक्त xy-तल में एक नोड होता है

Q.24 He^+ के लिए 105.8 त्रिज्या की कक्षा से 26.45 त्रिज्या की कक्षा में सक्रमण होता है। सक्रमण के दौरान उत्सर्जित फोटोन की तरगदैर्ध्य (nm) ___है

उपयोग – बोहर कक्षक, रिडबर्ग नियतांक, प्लांक नियतांक, प्रकाश की चाल

[**Use**: Bohr radius, a = 52.9 pm; Rydberg constant, $R_H = 2.2 \times 10^{-18}$ J; Planck's constant, $h = 6.6 \times 10^{-34}$ J s; Speed of light, $c = 3 \times 10^8$ m s^{-1}] **[JEE-Advanced-2023]**

Q.25 परमाणु में उपस्थित इलेक्ट्रॉन्स के लिए, निम्नलिखित में से सही कथन है (हैं) **[JEE-Advanced-2024]**

(A) अनिश्चितता का सिद्धान्त (Uncertainty principle) इलेक्ट्रॉन्स के निश्चित मार्ग के अस्तित्व का खंडन करता है।

(B) परमाणु के 2s कक्षक में स्थित इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा, नाभिक से अनंत दूरी पर स्थित इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा से कम होती है।

(C) बोर मॉडल के अनुसार, इलेक्ट्रान की ऊर्जा का सबसे अधिक ऋणात्मक मान $n = 1$ के लिए होता है और यह कक्षा सबसे अधिक स्थायी होती है।

(D) बोर मॉडल के अनुसार, इलेक्ट्रॉन्स के वेग का परिमाण n के बढ़ने के साथ बढ़ता है।

Q.26 बोर मॉडल के अनुसार, अधिकतम गतिज ऊर्जा वाला इलेक्ट्रॉन है: **[JEE-Advanced-2024]**

(A) H परमाणु की प्रथम कक्षा में इलेक्ट्रॉन

(B) He^+ की प्रथम कक्ष में इलेक्ट्रॉन

(C) He^+ की दूसरी कक्षा में इलेक्ट्रॉन

(D) Li^{2+} की दूसरी कक्षा में इलेक्ट्रॉन

Exercise (Level) 6

REVIEW EXERCISE

Q.1 एक इलेक्ट्रॉन V वोल्ट के विभवान्तर के अनुप्रयोग द्वारा बहुत धीमे वेग (लगभग शून्य गति) से त्वरित होता हैं। यदि डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य 1.0% तक परिवर्तित होती है (घटती है) तो V में कितने प्रतिशत की वृद्धि यह परिवर्तन करेगी-

Q.2 एक इलेक्ट्रॉन 100 वोल्ट से त्वरित होता है तथा क्रमागत रूप से दो विलम्बों (i) 19 volts से तथा (ii) 32 volts से गुजरता हैं। तीन अवस्थाओं में इसकी डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य क्रमशः λ_1, λ_2 तथा λ_3 हैं। तो $\frac{\lambda_3-\lambda_2}{\lambda_1}$ ज्ञात करो।

Q.3 फोटोन्स की ऊर्जा Li^+ आयन की द्वितीयक अवस्था में उपयोगी धातु सतह का कार्य फलन 10.6 eV के समान है यदि मुक्त इलेक्ट्रॉन को 5V विभवान्तर के द्वारा पुनः बढ़ाया जाता है, तो इलेक्ट्रॉन से सम्बन्धित डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य का न्यूनतम मान होगा-

Q.4 एक हाइड्रोजन परमाणु अपनी मूल अवस्था में एक फोटोन को अवशोषित कर प्रथम उत्तेजित अवस्था में जाता हैं। इसके पश्चात् यह एक द्वितीय फोटोन को अवशोषित करता है जो इसे केवल आयनित करता हैं तो प्रथम फोटोन तथा द्वितीय फोटोन की तरंगदैर्ध्य का अनुपात क्या है ?

Q.5 एक हाइड्रोजन के समान 'Z' परमाणु क्रमांक युक्त परमाणु 'n' क्वाण्टम संख्या की उच्च उत्तेजित अवस्था में हैं। यह उत्तेजित अवस्था, 10 eV तथा 17 eV ऊर्जा के दो उत्तरोतर उत्सर्जित फोटोनों द्वारा प्रथम उत्तेजित अवस्था में संक्रमण कर सकती है। विकलपतः समान उत्तेजित अवस्था में परमाणु 4.25 eV तथा 5.95 eV ऊर्जा के दो फोटोनों के उत्सर्जन से द्वितीय उत्तेजित अवस्था में संकरण कर सकता है– 'n' तथा 'Z' है

Q.6 हाइड्रोजन परमाणु के लिए श्रोड़िगर तरंग समीकरण

$$\Psi(\text{त्रिज्या}) = \frac{1}{16\sqrt{4}}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} [(\sigma-1)(\sigma^2-8\sigma+12)]\, e^{-\sigma/2}$$

जहाँ a_0 तथा Z स्थिरांक है जिसमें उत्तर को प्रस्तुत करते है तथा $\sigma = \frac{2Zr}{a_0}$ नाभिक से त्रिज्य नोडो की न्यूनतम तथा अधिकतम स्थिति क्रमशः .... है–

Q.7 काल्पनिक हाइड्रोजन के समान परमाणु के लिए, निकाय की विभव ऊर्जा दी गयी है $U(r) = \frac{-Ke^2}{r^3}$, जहाँ r दो कणों के मध्य की दूरी है। यदि बोहर मॉडल कोणीय संवेग के क्वांटीकरण के लिए उपयोगी हो, तो दिये गये कण का वेग है–

Q.8 एक तत्व निम्न प्रकार क्रियान्वित होता हैः
$X + 2e^- \rightarrow X^{2-}$, मुक्त ऊर्जा = 30.87 eV/atom है। यदि मुक्त हुई ऊर्जा का 4 gms H_2 अणु को वियोजित करने में प्रयुक्त की जाये तो समान रुप से H^+ तथा H* बनते है। जहाँ H*, H-परमाणु की उत्तेजित अवस्था है। जहाँ इलेक्ट्रॉन कक्षक में गतिमान है। जिसकी परिधि इसकी डी ब्रोग्ली तरंग धैर्य की चार गुना है। आवश्यक X के न्युनतम मोल कितने होगें
दिया हैः H की I.E.= 13.6 eV/atom, H_2 की बन्ध ऊर्जा = 4.526 eV/अणु

Q.9 हरे पादपों में प्रकाश संश्लेषण की क्वांटम दक्षता के मापन में, यह पाया गया की 6850 Å तरंगदैर्ध्य के लाल प्रकाश के 10 क्वांटा, O_2 के एक अणु को मुक्त करने में आवश्यक होते है। इस प्रक्रम में औसत ऊर्जा संग्रह 112 kcal/mol है, O_2 निष्कासित होती है इस प्रयोग में ऊर्जा परिवर्तन दक्षता है
दिया है: 1 cal = 4.18 J; $N_A = 6 \times 10^{23}$; $h = 6.63 \times 10^{-34}$ J. s

Q.10 रिडबर्ग स्थिरांक के पदों में, तरंग संख्या $(\overline{V})$ ज्ञात करो। जब इलेक्ट्रॉन He^+ आयन के उन दो ऊर्जा तलों के मध्य संक्रमण करता है। जिसका योग 4 तथा अन्तर 2 है–

Answer Key

EXERCISE (Level-1)

1. (C)	**2.** (A)	**3.** (C)	**4.** (B)	**5.** (B)	**6.** (C)	**7.** (C)
8. (A)	**9.** (B)	**10.** (D)	**11.** (D)	**12.** (A)	**13.** (D)	**14.** (D)
15. (B)	**16.** (C)	**17.** (D)	**18.** (B)	**19.** (C)	**20.** (C)	**21.** (A)
22. (D)	**23.** (D)	**24.** (C)	**25.** (C)	**26.** (A)	**27.** (D)	**28.** (A)
29. (D)	**30.** (C)	**31.** (A)	**32.** (C)	**33.** (C)	**34.** (A)	**35.** (C)
36. (C)	**37.** (C)	**38.** (B)	**39.** (A)	**40.** (A)		

EXERCISE (Level-2)

1. (D)	**2.** (A)	**3.** (A)	**4.** (D)	**5.** (C)	**6.** (B)	**7.** (D)
8. (A)	**9.** (B)	**10.** (D)	**11.** (C)	**12.** (C)	**13.** (A)	**14.** (A)
15. (D)	**16.** (A)	**17.** (A)	**18.** (C)	**19.** (A)	**20.** (D)	**21.** (C)
22. (B)	**23.** (A)	**24.** (B)	**25.** (C)	**26.** (D)	**27.** (B)	**28.** (A)
29. (D)	**30.** (A)	**31.** (C)	**32.** (B)	**33.** (C)	**34.** (D)	**35.** (D)
36. (C)	**37.** (C)	**38** (B)	**39.** (B,C)	**40.** (C)	**41.** (A)	**42.** (B)
43. (A)	**44.** (C)	**45.** (A)	**46.** (D)	**47.** (A)	**48.** (C)	**49.** (A)
50. (B)	**51.** (A)	**52.** (C)	**53.** (C)	**54.** (A)	**55.** (B)	**56.** (A)
57. (D)	**58.** (A)	**59.** (D)	**60.** (B)	**61.** (C)	**62.** (A)	**63.** (A)
64. (C)	**65.** (D)	**66.** (B)	**67.** (D)	**68.** (B)	**69.** (B)	**70.** (C)
71. (C)	**72.** (C)	**73.** (D)	**74.** (D)	**75.** (B)	**76.** (C)	**77.** (C)
78. (D)	**79.** (B)					

EXERCISE (Level-3)

1. (C)	**2.** (D)	**3.** (C)	**4.** (B)	**5.** (B)	**6.** (C)	**7.** (C)
8. (B)	**9.** (C)	**10.** (A)	**11.** (A)	**12.** (C)	**13.** (B)	**14.** (B)
15. (B)	**16.** (A)	**17.** (C)	**18.** (A)	**19.** (B)	**20.** (B)	**21.** (C)
22. (D)	**23.** (B)	**24.** (D)	**25.** (D)	**26.** (A)	**27.** (C)	**28.** (C)
29. (C)	**30.** (D)	**31.** (B)	**32.** (C)	**33.** (B)	**34.** (B)	**35.** (D)
36. (D)	**37.** (D)	**38.** (B)	**39.** (B)	**40.** (B)	**41.** (B)	**42.** (C)
43. (B)	**44.** (B)	**45.** (A)	**46.** (C)	**47.** (B)	**48.**(D)	**49.**(C)
50. (A)	**51.** (B)	**52.** (A)	**53.** (C)	**54.** (B)	**55.** (C)	**56.** (A)
57. (D)	**58.** (C)	**59.** (C)	**60.** (D)	**61.** (C)	**62.** (B)	**63.** (D)
64. (C)	**65.** (D)	**66.** (B)	**67.** (D)	**68.** (D)	**69.** (A)	**70.** [22.00]
71. [2.00]	**72.** [4.00]	**73.** (B)	**74.** (A)	**75.** (C)	**76.** (C)	**77.** (5)
78. (16)	**79.** (C)	**80.** (A)	**81.** (D)	**82.** (B)	**83.** (D)	**84.** (D)
85. (A)	**86.** [3.00]	**87.** [54.00]				

EXERCISE (Level-4)

Part-A

1. (A,B,D) **2.** (B,C,D) **3.** (A,B,C) **4.** (A,C) **5.** (A,C) **6.** (A,C) **7.** (A,C,D)
8. (D) **9.** (A,C) **10.** (A,B) **11.** (A,B,C,D) **12.** (A, B) **13.** (B,C,D) **14.** (B,C)
15. (A,B) **16.** (A,C,D) **17.** (A,B,D) **18.** (A,B,C) **19.** (A,C,D) **20.** (B,C) **21.** (B,C,D)
22. (AB,C,D) **23.** (A,B,C,D)

Part-B

24. (B) **25.** (B) **26.** (D) **27.** (A)

Part-C

28. A $\rightarrow$ (iii); B $\rightarrow$ (iv); C $\rightarrow$ (ii); D $\rightarrow$ (i)
29. A $\rightarrow$ (iii); B $\rightarrow$ (ii); C $\rightarrow$ (iv); D $\rightarrow$ (i)
30. A $\rightarrow$ (iii); B $\rightarrow$ (ii), (iii); C $\rightarrow$ (ii), (iv); D $\rightarrow$ (i), (ii), (iv)

Part-D

31. (D) **32.** (B) **33.** (A) **34.** (D) **35.** (A) **36.** (C) **37.** (D)
38. (B) **39.** (A) **40.** (C) **41.** (B) **42.** (D)

Part-E

43. n = 5 **44.** n = 40

Part-F

45. $\frac{v_e}{v_p} = 1.858 \times 10^3$ **46.** (a) 0 (b) $\frac{h}{\sqrt{2}\pi}$ (c) $\frac{2h}{\pi}$
47. (a) $7 \times 10^6\ m^{-1}$ (b) $R_H = R_H Z^2$
48. 1221 Å **49.** 10×10^{-8} m **50.** 87.16×10^{-19} J
51. 3.235 **52.** 1.598×10^{-4} m/sec. **53.** 6.4×10^{24}
54. Total spin = ± 3/2, ±3, ± 1, 0 : magnetic moment = $\sqrt{15}$, $\sqrt{48}$, $\sqrt{8}$, 0 **55.** 26
56. 8×10^{15} Hz **57.** 13.297×10^{-10} m **58.** 184.2 kJ
59. 1212 Å, 1022 Å, 5545 Å **60.** $2.067 \times 10^{16}\ sec^{-1}$
61. (a) 5 ; (b) 23.9×10^{-19} J ; (c) 36.5 Å ; (d) 5.45×10^{-10} erg **62.** 2.351 Å
63. (a) 9 (b) 25 **64.** 7.36×10^5 m/s

EXERCISE (Level-5)

1. (A) **2.** (a) 2.18×10^8 cm/sec (b) 3.3 Å (C) $\sqrt{2}\frac{h}{2\pi}$ **3.** a $\rightarrow$ R ; b $\rightarrow$ Q; c $\rightarrow$ P; d $\rightarrow$ S
4. a $\rightarrow$ Q, R ; b $\rightarrow$ P, Q, R, S ; c $\rightarrow$ P, Q, R ; d $\rightarrow$ P, Q
5.(B) **6.**(C) **7.**(B) **8.**[9] **9.**[4] **10.** (C) **11.** [6]
12. [3] **13.** (A) **14.**(B) **15.**(C) **16.**(A) **17.** [19.00] **18.** (B,D)
19. (A) **20.** (B) **21.** [–5246.50] **22.** [30] **23.** [A, D] **24.** [30] **25.** (A, B, C)
26. (B)

EXERCISE (Level-6)

1. V = 2% **2.** $\frac{20}{63}$ **3.** 2.45 Å **4.** 0.33 **5.** n $\approx$ 6
6. $r_1 = \frac{a_0}{2z}, \frac{a_0}{z}, \frac{3a_0}{z}$ **7.** $v = \frac{n^3h^3}{24Ke^2\pi^3m^2}$ **8.** 2 **9.** 26.9% **10.** $\frac{32R}{9}$

NOTES

गणित

Study Material for JEE Main & Advanced preparation

Prepared by Career Point Kota Experts

CAREER POINT

CONTENTS OF THE PACKAGE AT A GLANCE

MATHEMATICS

Class 11

त्रिकोणमिति
- त्रिकोणमितीय अनुपात
- त्रिकोणमितीय समीकरण
- त्रिभुज के गुणधर्म
- त्रिभुज से संबंधित वृत्त की त्रिज्याऐं

बीजगणित (Part-I)
- प्राथमिक गणित एवं लघुगणक
- द्विघात समीकरण
- श्रेढ़ियाँ
- द्विपद प्रमेय
- क्रमचय एवं संचय
- सांख्यिकी
- समुच्चय एवं सम्बन्ध

निर्देशांक ज्यामिति
- बिन्दु एवं सरल रेखा
- वृत्त
- परवलय
- दीर्घवृत्त
- अतिपरवलय

Class 12

अवकलन
- फलन
- प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन
- सीमा
- सान्तत्यता
- अवकलन
- स्पर्शरेखा एवं अभिलम्ब
- एकदिष्टता
- उच्चिष्ठ एवं निम्निष्ठ

समाकलन
- अनिश्चित समाकलन
- निश्चित समाकलन
- वक्रों का क्षेत्रफल
- अवकल समीकरण

बीजगणित (Part-II)
- सम्मिश्र संख्या
- प्रायिकता
- सारणिक
- मैट्रिक्स
- सदिश
- त्रिविम निर्देशांक ज्यामिति

फलन

This chapter covers the following syllabus

- फलनों के प्रान्त एवं परिसर
- अन्तर्क्षेपी, आच्छादक तथा एकैकी फलन
- दो फलनों का योग, अन्तर, गुणनफल एवं भागफल
- संयुक्त फलन
- निरपेक्ष मान
- महत्तम पूर्णांक, बहुपद, परिमेय, त्रिकोणमितीय, चरघातांकीय तथा लघुगणकीय फलन,
- सम एवं विषम फलन
- फलनों का प्रतिलोम

Revision Plan

Prepare Your Revision plan today!

Exercise Sheet को हल करने के बाद, नीचे दिये गये निर्देशों के अनुसार कृपया निम्न सारणी भरें।

A. नीचे दिये गये स्तम्भ A में उन प्रश्नों की संख्या (QN) को लिखिये जिन्हें आप स्वयं हल करने में असमर्थ रहें।

B. स्तम्भ **A** में लिखे गये प्रश्नों को फेकल्टी से पूछने के पश्चात् इन प्रश्नों के हिन्ट व हल अच्छी तरह लिखकर ऐसे रखें कि रिवीजन के समय उन प्रश्नों की संख्या को आसानी से देखा जा सकें।

C. स्तम्भ **B** में उन प्रश्नों की संख्या को लिखें जिन्हें आप महत्वपूर्ण प्रश्न या अच्छे प्रश्न मानते है।

EXERCISE	COLUMN A	COLUMN B
	Questions unable to solve in first attempt	Good or Important questions
Level-1		
Level-2		
Level-3		
Level-4		
Level-5		
Level-6		

Revision Strategy :

जब कभी आप इस अध्याय का रिवीजन करना चाहों, तो निम्न स्टेप का अनुसरण करें -

Step-1: थ्योरी नोट्स का रिवीजन करें।

Step-2: स्तम्भ A के प्रश्नों को हल करें।

Step-3: स्तम्भ B के प्रश्नों को हल करें।

Step-4: Other Question Bank, Problem book के प्रश्न हल करें।

1. प्रारंभिक अध्ययन

1.1 ट्रायकोटोमी नियम :

वास्तविक संख्याऐं मापांक में क्रम संबंधित होती हैं। यदि x तथा y दो वास्तविक संख्याऐं हों, तो उनके मध्य एक और केवल एक सम्बन्ध निम्न प्रकार का होगा

$x < y,\ \ x = y,\ \ x > y$

1.2 अन्तराल :

किन्हीं दो वास्तविक संख्याओं के मध्य की संख्याओं के समुच्चय को **''अन्तराल''** कहते हैं। अन्तराल के प्रकार निम्नलिखित हैं।

(a) संवृत्त या बन्द अन्तराल :

$[a, b] = \{x, a \le x \le b\}$

(b) विवृत्त या खुला अन्तराल :

(a, b) या $]a, b[= \{x, a < x < b\}$

(c) अर्ध विवृत्त या अर्ध संवृत्त अन्तराल :

$[a, b[$ या $[a, b) = \{x\ ;\ a \le x < b\}$

$]a, b]$ या $(a, b] = \{x\ ;\ a < x \le b\}$

2. फलन की परिभाषा

माना A तथा B दो अरिक्त समुच्चय हैं, तो फलन ' f ' जो समुच्चय A से समुच्चय B में एक नियम कि समुच्चय A के अवयवों व समुच्चय B के अवयवों से इस प्रकार सम्बद्ध है कि

(i) समुच्चय A के सभी अवयव,समुच्चय B के किसी अवयव से सम्बद्ध हों

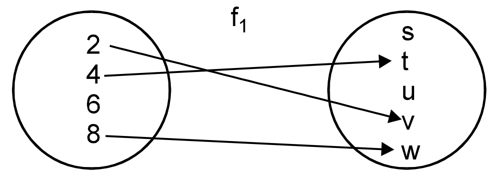
(ii) समुच्चय A का प्रत्येक अवयव, समुच्चय B के एक अद्वितीय अवयव से सम्बद्ध है।

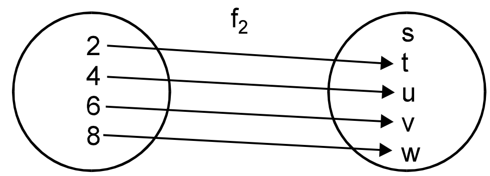
पद "प्रतिचित्रण" ("mapping"), "संगतता" (correspondence), प्रतिबिम्ब आदि "फलन" के पर्यायवाची हैं।

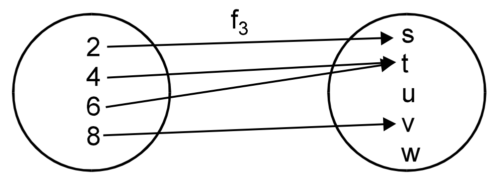
यदि समुच्चय A से समुच्चय B में फलन f हो तो हम इसे $f : A \rightarrow B$ या $A \xrightarrow{f} B$, से प्रदर्शित करते हैं, जो कि A से B में फलन पढ़ा जाता है या A से B में प्रतिचित्रण कहलाता है।

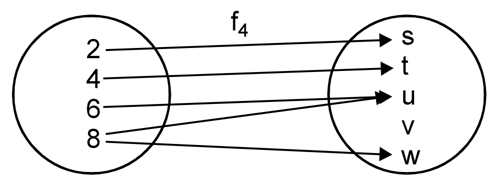
2.1 पूर्व प्रतिबिम्ब/f प्रतिबिम्ब : माना कि A एवं B दो समुच्चय हैं एवं यदि कोई अवयव $a \in A$, किसी अवयव $b \in B$ से सम्बद्ध हो, तो b , a का f-प्रतिबिम्ब या f' का प्रतिचित्रण या फलन f'का a' पर मान कहलाता है एवं a ,b का पूर्व प्रतिबिम्ब कहलाता है। जिसे हम $b = f(a)$ से दर्शाते हैं।

उदा.1 माना कि $A = \{2, 4, 6, 8\}$ तथा $B = \{s, t, u, v, w\}$ दो समुच्चय हैं एवं A के अवयवों का B के अवयवों से सम्बद्ध नियम f_1, f_2, f_3 एवं f_4 चित्रानुसार है









उपरोक्त से स्पष्ट है कि f_1 समुच्चय A से समुच्चय B में फलन नहीं है क्योंकि एक अवयव $6 \in A$ जो कि B के किसी भी अवयव से सम्बद्ध नहीं है। परन्तु f_2 व f_3 समुच्चय A से B में फलन हैं, क्योंकि f_2 व f_3 में Aका प्रत्येक अवयव B के एक अद्वितीय अवयव से सम्बद्ध है, परन्तु f_4 समुच्चय A से B में फलन नहीं हैं, क्योंकि अवयव $8 \in A$ समुच्चय B के दो अवययय u एवं w से सम्बद्ध है।

3. फलन को निरूपित करने के तरीके

3.1 विश्लेषणात्मक निरूपण :

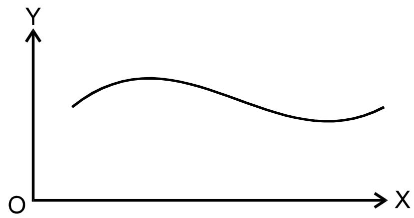
$$y = \sqrt{x^2 - 1},\ f(x) = \frac{\log_e x + e^x}{\sin x}$$

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{e^{2x}\sin^{-1} x},\ \ldots\ldots\ldots$$

फलन को व्यक्त करने के उपरोक्त तरीके विश्लेषणात्मक निरूपण कहलाते हैं अर्थात् जब फलन $y = f(x)$ या $f(x, y) = 0$ से व्यक्त किया जाता है तो यह निरूपण **विश्लेषणात्मक निरूपण (Analytical Representation)** कहलाता है।

3.2 लेखाचित्र निरूपण :

द्विविमीय निर्देशांक में बिन्दुओं M(x, y) का समुच्चय दो या दो से अधिक बिन्दुओं को जो एक ही सरल रेखा, जो y -अक्ष के समान्तर है, पर स्थित नहीं है, को प्रकट करता है। तब M(x, y) एक फलन को प्रदर्शित करता है, जहाँ x' कोणांक एवं y फलन के मान को प्रदर्शित करता है।



3.3 प्रतिचित्रण (Mapping) : एक प्रतिचित्रण $f : X \rightarrow Y$ फलन कहलाता है, यदि समुच्चय X के प्रत्येक अवयव का प्रतिबिम्ब समुच्चय Y में हो। यह तब ही संभव हो सकता है जबकि समुच्चय Y समान प्रकार के अवयव रखता है जिनका समुच्चय X में कोई प्रतिबिम्ब न हो समुच्चय X में प्रत्येक अवयव की एक से अधिक प्रतिबिम्ब नहीं हो सकता परन्तु यह संभव है कि समुच्चय X का एक से अधिक अवयव का समान प्रतिबिम्ब हो सकता है।

प्रान्त, सह प्रान्त : समुच्चय X फलन f का प्रान्त कहलाता है अर्थात् उन अवयवों का समुच्चय जिनमें फलन परिभाषित है एवं समुच्चय Y फलन f का सहप्रान्त कहलाता है अर्थात् उन अवयवों का समुच्चय जिनमें फलन परिभाषित किया गया हो।

फलन f का परिसर : समुच्चय X में प्रत्येक अवयव के प्रतिबिम्ब का समुच्चय फलन का परिसर कहलाता है।

नोट :

परिसर $\subseteq$ सहप्रान्त

3.4 फलन क्रमित युग्म के रूप में : माना A तथा B दो अरिक्त समुच्चय हैं तो Aसे B, में सम्बन्ध अर्थात् $A \times B$ का उपसमुच्चय A से B में फलन प्रतिचित्रण (or a mapping or a map) कहलाता है यदि

(i) प्रत्येक $a \in A$ के लिऐ $b \in B$ इस प्रकार विद्यमान है कि $(a, b) \in f$,

(ii) $(a, b) \in f$ तथा $(a, c) \in f \Rightarrow b = c$.

इस प्रकार $A \times B$ का अरिक्त उपसमुच्चय A से B में एक फलन है, यदि A का प्रत्येक अवयव f में कुछ क्रमित युग्म में प्रकट होता हो एवं f में कोई दो क्रमितयुग्म प्रथम अवयव समान नहीं रखते हों।

यदि $(a, b) \in f$, तो f के अन्तर्गत b, a का प्रतिबिम्ब कहलाता है।

उदा.2 माना कि A = {a, b, c}, B = {2, 3, 4} तथा f_1 , f_2 एवं f_3 .... समुच्चय $A \times B$ के उपसमुच्चय हों, तो

$f_1 = \{(a, 2), (b, 3), (c, 4)\}$

$f_2 = \{(a, 2), (a, 3), (b, 3), (c, 4)\}$,

$f_3 = \{(a, 3), (a, 4)\}$

$f_4 = \{(a, 2), (c, 3), (b, 4)\}$

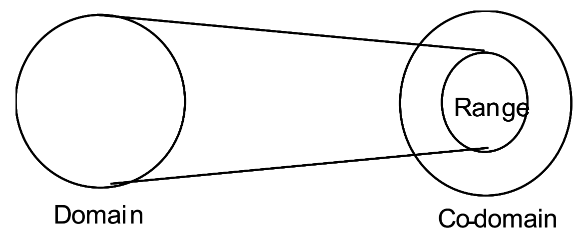
....

तो फलन f_1 तथा f_4 समुच्चय A से B में परिभाषित है, परन्तु f_2 तथा f_3 समुच्चय A से B में परिभाषित नहीं है।

कारण : f_2 के अवयव के दो प्रतिबिम्ब 2 तथा 3 हैं एवं इसी तरह f_3 में भी अर्थात् f_2 तथा f_3 फलन नहीं है।

4. प्रान्त

x के उन मानों का समुच्चय जिनके लिऐ f(x) परिभाषित है, y = f(x) का प्रान्त कहलाता है। उदाहरण के लिऐ $y = \log_e x$; x > 0 के लिऐ परिभाषित है अतः $y = \log_e x$ का प्रान्त R^+ है। फलन y = sin x जो प्रत्येक x के लिऐ परिभाषित है अतः sinx का प्रान्त R है।



स्मरणीय

(f + g + h.......)का प्रान्त

= f का प्रान्त $\cap$ g का प्रान्त $\cap$ h का प्रान्त..........

(f – g) का प्रान्त = f का प्रान्त $\cap$ g का प्रान्त

(f × g × h ......) का प्रान्त

= f का प्रान्त $\cap$ g का प्रान्त $\cap$ h का प्रान्त..........

(f/g) का प्रान्त

= f का प्रान्त $\cap$ g का प्रान्त – {x : g (x) = 0}

उदाहरण **प्रान्त पर आधारित**

उदा.3 फलन $f(x) = \log_{10} \sin x$ का प्रान्त ज्ञात कीजिऐ।

हल फलन f(x) के विद्यमान होने के लिए, sinx > 0 एवं y = sinx के लेखाचित्र से यह स्पष्ट है कि sin x धनात्मक है जबकि $2n\pi < x < (2n + 1)\pi$

अतः f(x) का प्रान्त = $(2n\pi, (2n + 1)\pi)$, जहाँ $n \in I$.

उदा.4 फलन $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-|x|}}$ का प्रान्त ज्ञात कीजिऐ।

हल $x - |x| > 0 \Rightarrow x > |x|$

जैसा कि हम जानते हैं कि $|x| \geq x$.

$\Rightarrow$ f(x) का प्रान्त = ϕ.

उदा.5 फलन $f(x) = \sin x + \cos x + e^x \tan x$ का प्रान्त ज्ञात कीजिऐ।

हल sin x का प्रान्त = R

cos x का प्रान्त = R

tan x का प्रान्त $= R - \left\{\frac{2n+1}{2}\pi\right\}$

e^x का प्रान्त = R

$\therefore$ f का प्रान्त = sin x का प्रान्त $\cap$ cos x का प्रान्त $\cap$ e^x tanx का प्रान्त

$$= R \cap R \cap R - \left\{\frac{2n+1}{2}\pi\right\}$$

$$= R - \left\{\frac{2n+1}{2}\pi\right\}$$

5. परिसर

f(x) के उन सभी मानों का समुच्चय जो यह अपने प्रान्त के बिन्दुओं पर ग्रहण करता है, f(x) का परिसर कहलाता है।

उदाहरण **परिसर पर आधारित**

उदा.6 फलन $f(x) = \sqrt{\sin x}$ का परिसर ज्ञात कीजिऐ।

हल $-1 \leq \sin x \leq 1$

$\Rightarrow 0 \leq \sqrt{\sin x} \leq 1$

$\therefore$ $\sqrt{\sin x}$ का परिसर f = [0, 1]

उदा.7 फलन $f(x) = 3^{\sin^{-1}x}$ का परिसर ज्ञात कीजिऐ।

हल $-\frac{\pi}{2} \leq \sin^{-1}x \leq \frac{\pi}{2}$

$3^{-\pi/2} \leq 3^{\sin^{-1}x} \leq 3^{\pi/2}$

$\Rightarrow 3^{-\pi/2} \leq f(x) \leq 3^{\pi/2}$

$\therefore$ f का परिसर $= [3^{-\pi/2}, 3^{\pi/2}]$

6. फलन के प्रकार

फलन के प्रकार निम्नलिखित हैं :

6.1 एकैकी फलन (Injective) : एक फलन एकैकी कहलाता है यदि उसके प्रान्त के प्रत्येक अवयव का सह प्रान्त में भिन्न भिन्न प्रतिबिम्ब हों, एकैकी फलन को अन्तर्क्षेपण **(injective)** भी कहते हैं।

उदा. $f : R \rightarrow R^+ ; y = e^x$

$y = 2^{-x}$, $g : R \rightarrow R ; g(x) = 3x - 7$

एकैकी फलन हैं।

या, $f : A \rightarrow B$ एकैकी है

$\Leftrightarrow a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b)$ सभी $a, b \in A$ के लिऐ

$\Leftrightarrow f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$ सभी $a, b \in A$ के लिऐ

उदा. $y = \sin^{-1} x$, $y = \cos^{-1}x$,

$y = e^x$, $y = \log_e x$, ...

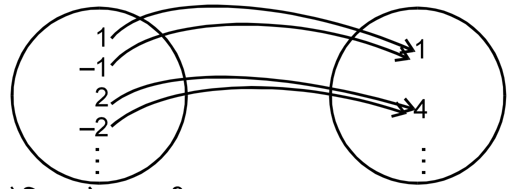
6.2 बहुऐकी फलन : एक फलन बहुऐकी फलन कहलाता है यदि समुच्चय के प्रान्त के दो या दो से अधिक भिन्न अवयवों के समान प्रतिबिम्ब समुच्चय के सहप्रान्त में विद्यमान हो

उदा. $f : R \rightarrow R^+$ $f(x) = x^2 + 4$

$g : R \rightarrow R^+$ $g(x) = x^8 + x^4 + x^2 + 4$

बहुऐकी फलन है।

उदा. $f(x) = x^2$



(क्षैतिज रेखा परीक्षण) :

यदि फलन y = f(x) के लेखाचित्र दिया गया है तथा x - अक्ष के समान्तर रेखा वक्र को एक से अधिक बिन्दु पर काटती है तो फलन बहुएकी होगा।

या, $f : A \rightarrow B$ बहुएकी फलन है यदि $x, y \in A$ इस प्रकार से हो कि $x \neq y$ परन्तु $f(x) = f(y)$.

उदाहरणार्थ $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = x^2$, $y = x^4$, ...

6.3 आच्छादक फलन (Surjective) : फलन $f : X \rightarrow Y$ आच्छादक फलन होगा यदि सह प्रान्त Y के प्रत्येक अवयव का कम से कम एक पूर्व प्रतिबिम्ब प्रान्त X में विद्यमान हो अर्थात्

फलन f का परिसर = फलन f का सहप्रान्त

तो फलन f आच्छादक कहलाता है।

यदि फलन एकैकी एवं आच्छादक हो तो फलन को **एकैकी आच्छादक (Bijective)** कहते हैं।

या, $f : A \rightarrow B$ एकैकी आच्छादक है यदि और केवल यदि प्रत्येक $b \in B$, $\exists$ $a \in A$ के लिऐ इस प्रकार से कि f (a) = b.उदा. माना $f : R^+ \rightarrow R$, $y = \log_2 x$ द्वारा परिभाषित है, तब f(x) आच्छादक फलन है पर जब $f : R \rightarrow R$, f(x) = sinx द्वारा परिभाषित हो तब f(x) आच्छादक नहीं है।

6.4 अन्तर्क्षेपी फलन : एक फलन अन्तर्क्षेपी कहलाता है यदि सह प्रान्त Y के एक या एक से अधिक अवयव का प्रान्त X में प्रतिबिम्ब नहीं हो तो फलन f अन्तर्क्षेपी कहलाता है। दूसरे शब्दों में $f : A \rightarrow B$ एक अन्तर्क्षेपी फलन है यदि यह आच्छादक फलन नहीं है।

उदा. माना $f : R \rightarrow R$; $y = x^2 + 1$, द्वारा परिभाषित है तो f (x) एक अन्तर्क्षेपी फलन होगा परन्तु जब $f : R \rightarrow [0,\infty)$; $y = x^2$, तो f (x) अन्तर्क्षेपी फलन नहीं होगा।

स्मरणीय

(i) यदि f के प्रान्त में $\frac{dy}{dx} > 0, \forall x$ हो, तो फलन एकैकी है।

(ii) यदि f के प्रान्त में $\frac{dy}{dx} < 0, \forall x$ हो, तो फलन एकैकी है।

(iii) यदि सतत फलन f(x) जो स्थानीय निम्निष्ठ या उच्चिष्ठ या दोनों रखता हो, तो f (x) बहुऐकी होगा।

(iv) प्रत्येक सम फलन बहुऐकी होता है।

(v) प्रत्येक आवर्ती फलन बहुऐकी होता है।

7. जब फलन ''परिभाषित'' या ''अपरिभाषित'' कहलाता हो :

यदि

(i) f (x) कुछ बिन्दुओं पर कुछ काल्पनिक मान देता हो

(ii) f(x) किसी अन्तराल में काल्पनिक मानों का समुच्चय रखता है

(iii) f(x) अनिर्धार्य रूप जैसे $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$, ... में हो।

तो f(x) अपरिभाषित फलन कहलाता है।

यदि

(i) f(x) कुछ बिन्दुओं (मानाकि x = a) पर वास्तविक एवं अद्वितीय मान रखता हो।

(ii) f(x) किसी अन्तराल के संगत वास्तविक एवं अद्वितीय मान रखता हो, तो फलन f (x) परिभाषित कहलाता है।

फलन $f(x) = \frac{x^2 - a^2}{x - a}$ से स्पष्ट है कि f(x) ; x = a पर परिभाषित नहीं है, क्योंकि $f(a) = \frac{0}{0}$ एवं अन्य बिन्दु पर पूर्णतः परिभाषित है क्योंकि f (x) का मान ; बिन्दु x = a के अलावा, ($x \neq a$ के लिऐ) वास्तविक एवं अद्वितीय है

पुनः माना कि $f(x) = \frac{1}{x - a}$, x = a पर, $f(x) = \infty$ अतः f(x) ; x = a पर परिभाषित नहीं है एवं $x \neq a$ के लिऐ परिभाषित है क्योंकि f(x) ; x के लिऐ वास्तविक है।

मानाकि $f(x) = \sqrt{x}$,

यहाँ f(x) ; x < 0 के लिऐ काल्पनिक मान रखता है अतः f(x) ; x < 0 के लिऐ परिभाषित नहीं है एवं f(x) ; $x \geq 0$ के लिऐ परिभाषित है।

मानाकि, $f(x) = \log_e x$

x < 0 के लिऐ; f(x) काल्पनिक है

x = 0 के लिऐ; $f(x) = -\infty$

x > 0 के लिऐ; f(x) वास्तविक है

यहाँ f(x) ; $x \leq 0$ के लिऐ परिभाषित नहीं है एवं x > 0 के लिऐ परिभाषित है।

उदाहरण **जब फलन परिभाषित या अपरिभाषित कहलाता है, पर आधारित**

उदा.8 मानाकि $f(x) = 3^{\cos^{-1}\left(\log_e \sqrt{1-e^{2x}}\right)}$

जहाँ f(x) अपरिभाषित है।

हल $\log_e \sqrt{1-e^{2x}} > 1$, या $\log_e \sqrt{1-e^{2x}} < -1$

एवं $1 - e^{2x} > 0 \Rightarrow x < 0,$ ...(i)

$\Rightarrow \sqrt{1-e^{2x}} > e$, या $\sqrt{1-e^{2x}} < e^{-1}$

$\Rightarrow 1 - e^{2x} > e^2$, या $1 - e^{2x} < e^{-2}$

$\Rightarrow -e^{2x} > e^2 - 1$, या $-e^{2x} < e^{-2} - 1$

$\Rightarrow e^{2x} < 1 - e^2$, या $e^{2x} > 1 - e^{-2}$

$\Rightarrow$ परन्तु $e^{2x} > 0, \Rightarrow x > \frac{1}{2}(\log 1 - e^{-2})$ ...(ii)

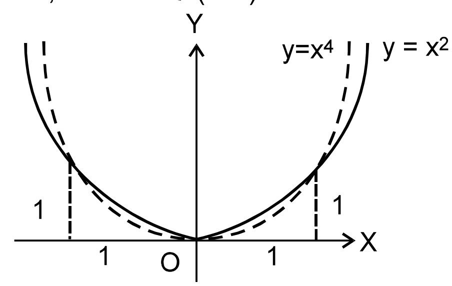
(i) तथा (ii) से f(x), $x \in (1/2 \log_e (1 - e^{-2}), 0)$ पर परिभाषित है **उत्तर**

8. मूलभूत प्रारंभिक फलन :

मूलभूत प्रारंभिक फलन जिनका विश्लेषित निरूपण दिया गया है, निम्न है

8.1 घात फलन :

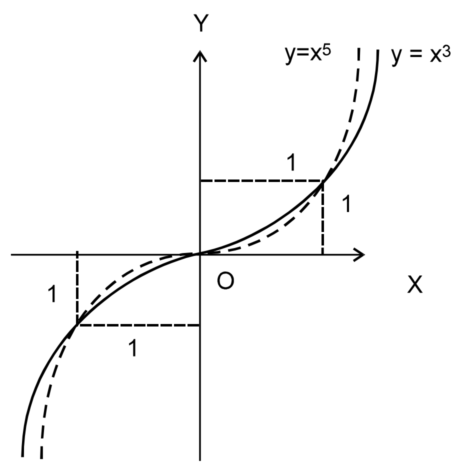
$y = x^n$, n परिमेय है **(नोट)**



प्रान्त : R

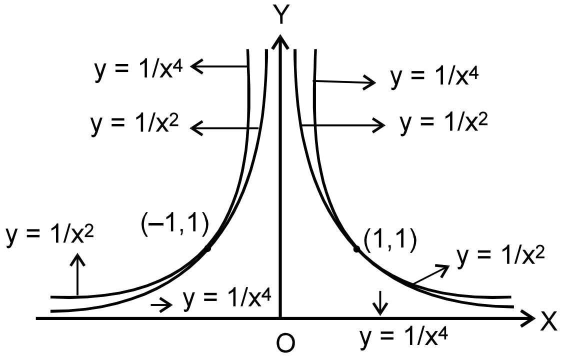
परिसर : $R^+ \cup \{0\}$

प्रकृति : बहुऐकी अन्तर्क्षेपी



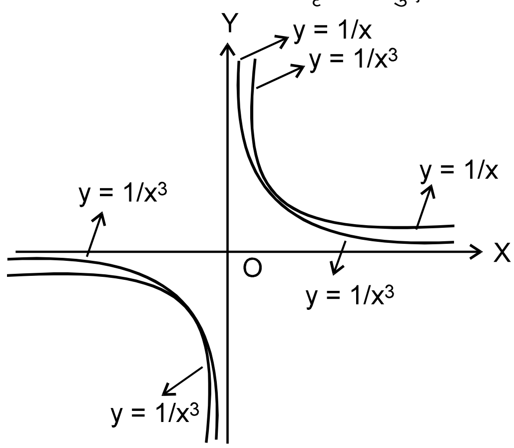
प्रान्त : R

परिसर : R प्रकृति : एकैकी आच्छादक



प्रान्त : R– {0}

परिसर : R^+ प्रकृति : बहुएकी अन्तर्क्षेपी

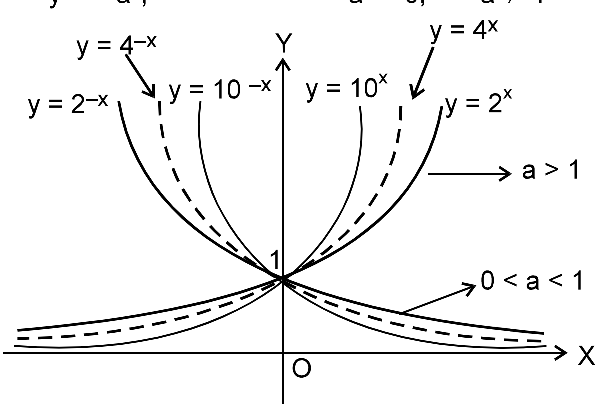


प्रान्त : R – { 0 } , परिसर : R – { 0 }

प्रकृति : एकैकी, अन्तर्क्षेपी

8.2 व्यापक चरघातांकी फलन :

$y = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$



प्रान्त : R , परिसर : R^+

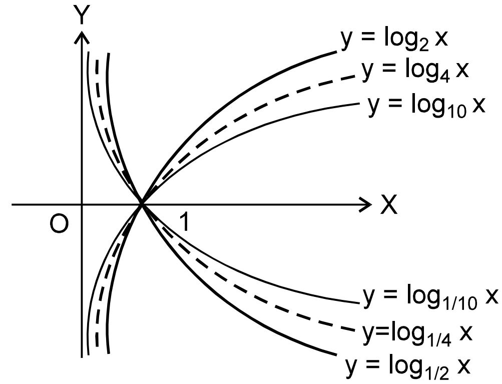
प्रकृति : एकैकी अन्तर्क्षेपी

नोट :

$a < 0$ के लिए आलेख अपरिभाषित है।

8.3 लघुगणकीय फलन :

$y = \log_a x$, $a > 0$, $a \neq 1$



प्रान्त : R^+ , परिसर : R

प्रकृति : एकैकी अन्तर्क्षेपी

नोट :

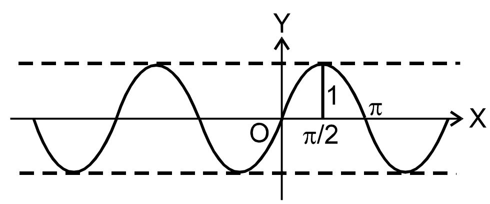
जब आधार में वृद्धि होती है तो वक्र दोनों अक्षों के निकटतम होता है।

8.4 त्रिकोणमितीय फलन या वृत्तीय फलन :

$y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$

$y = \sec x$, $y = \cot x$, $y = \text{cosec } x$

$y = \sin x$



प्रान्त : R , परिसर : [–1, 1]

प्रकृति : बहुऐकी अन्तर्क्षेपी

x का मुख्य मान :$[-\pi/2, \pi/2]$

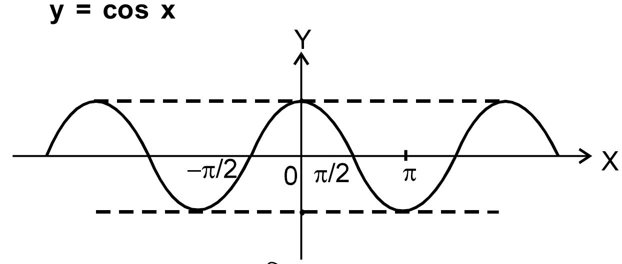
नोट :

फलन $y = \sin x$ का लेखाचित्र मूल बिन्दु के सापेक्ष सममित है अर्थात् विपरीत चतुर्थांश में सममित है।

कारण:

sin x विषम फलन है एवं प्रत्येक विषम फलन मूल बिन्दु के सापेक्ष सममित होता है।

$y = \cos x$



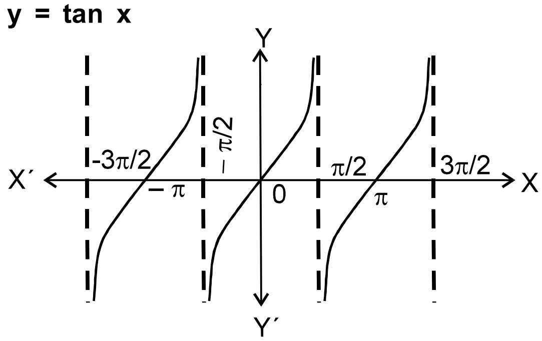
प्रान्त : R, परिसर : [–1, 1]

प्रकृति : बहुऐकी अन्तर्क्षेपी

x के मुख्य मान : $[0, \pi]$

स्पष्टतया cos x सम फलन है अतः यह y अक्ष के सापेक्ष सममित है।

y = tan x



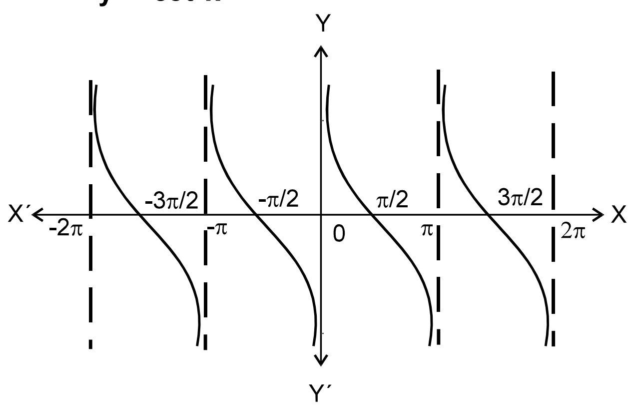
प्रान्त : $R - \left(\frac{2n+1}{2}\right)\pi$

परिसर : $(-\infty, \infty)$

प्रकृति : बहुऐकी आच्छादक

मुख्य मान: $(-\pi/2, \pi/2)$

y = cot x

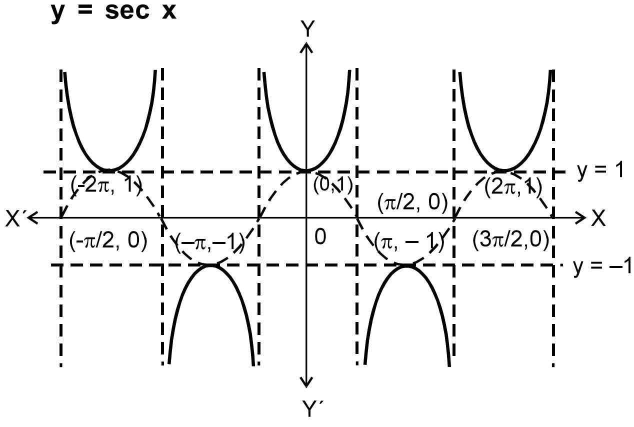


प्रान्त : $R - n\pi$, परिसर : $(-\infty, \infty)$

प्रकृति : बहुऐकी आच्छादक

मुख्य मान : $(0, \pi)$

y = sec x



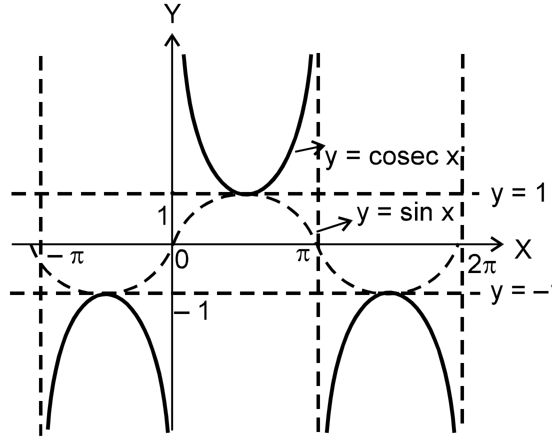
प्रान्त : $R - (2n+1)\pi/2$

परिसर : $R - (-1, 1)$ व $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$

प्रकृति: बहुऐकी अन्तर्क्षेपी

मुख्य मान : y = cosx के समान

y = cosec x



प्रान्त : $R - n\pi$

परिसर : $R - (-1, 1)$ या $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$

प्रकृति : बहुऐकी अन्तर्क्षेपी

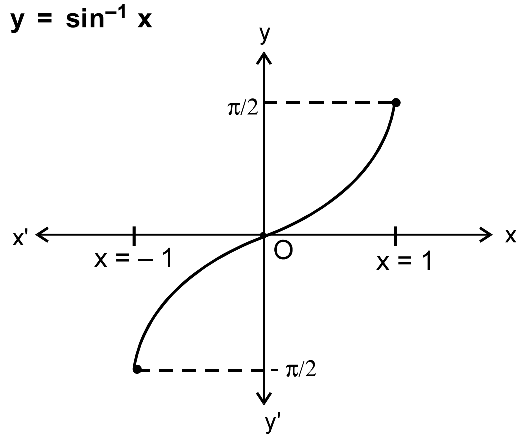
मुख्य मान : y = sinx के समान

8.5 प्रतिलोम वृत्तीय फलन या प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन:

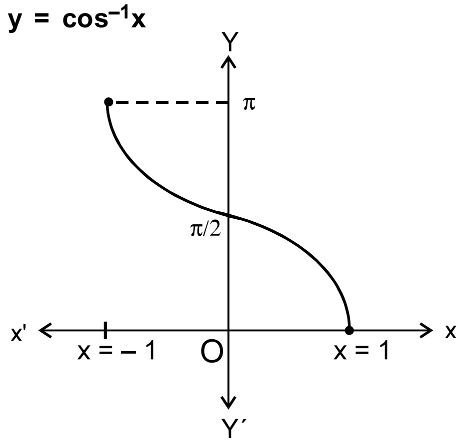
$y = \sin^{-1}x$, $y = \cos^{-1}x$, $y = \tan^{-1}x$

$y = \cot^{-1}x$, $y = \sec^{-1}x$, $y = \text{cosec}^{-1}x$

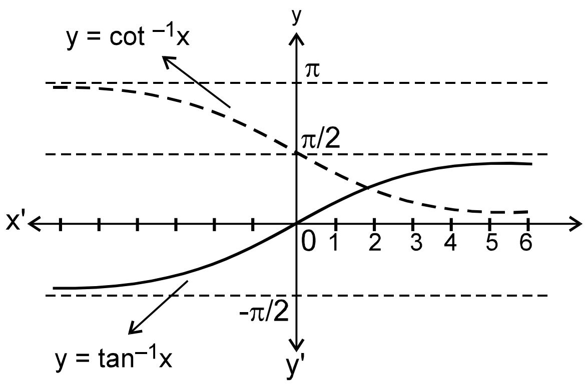
$y = \sin^{-1} x$



$y = \cos^{-1}x$



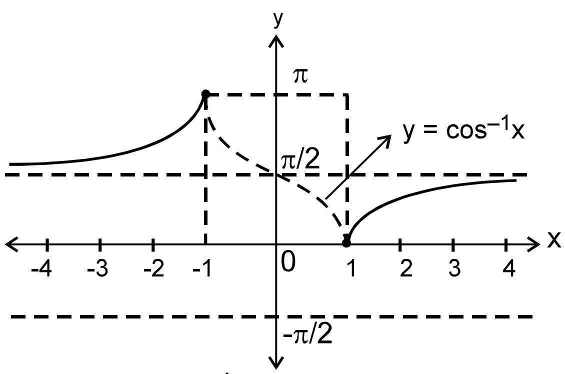
$y = \tan^{-1}x$ एवं $\cot^{-1}x$



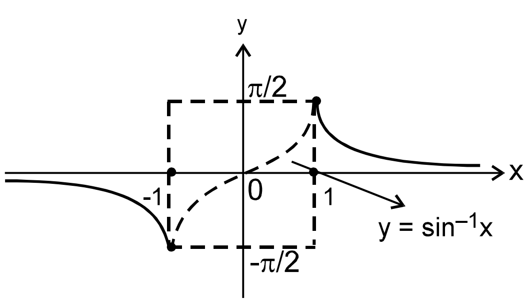
नोट :

सभी प्रतिलोम फलनों $f^{-1}(x)$ के वक्र $f(x)$ का रेखा $y = x$ के सापेक्ष परावर्तन लेकर बनाये जा सकते है।

$y = \sec^{-1}x$



$y = \text{cosec}^{-1}x$



फलन	प्रान्त	परिसर
$\sin^{-1}x$	[–1,1]	[–π/2, π/2]
$\cos^{-1}x$	[–1,1]	[0, π]
$\tan^{-1}x$	R	(–π/2, π/2)
$\cot^{-1}x$	R	(0, π)
$\sec^{-1}x$	R – (–1,1)	[0, π] – {π/2}
$\text{cosec}^{-1}x$	R – (–1,1)	[–π/2, π/2] – {0}

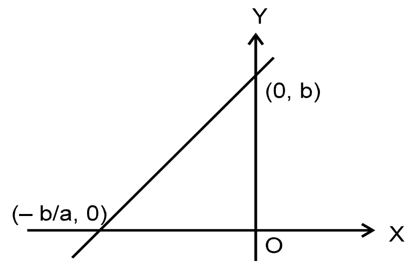
9.कुछ विशिष्ट फलन एवं उनके आलेख

9.1 रेखीय फलन :

फलन $f(x) = ax + b,\ a \neq 0$ एवं $x \in R$

जहाँ a तथा b अचर हैं

प्रान्त : R, परिसर : R



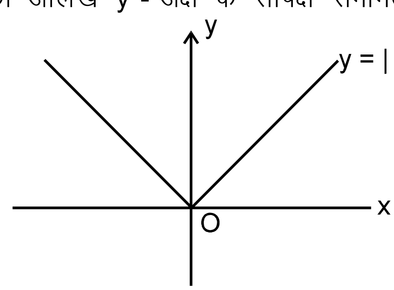
9.2 मापाँक फलन :

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x, x \geq 0 \\ -x, x < 0 \end{cases}$$

प्रान्त : R , परिसर : $[0, \infty)$

यह सम, सतत एवं बहुऐकी फलन है।

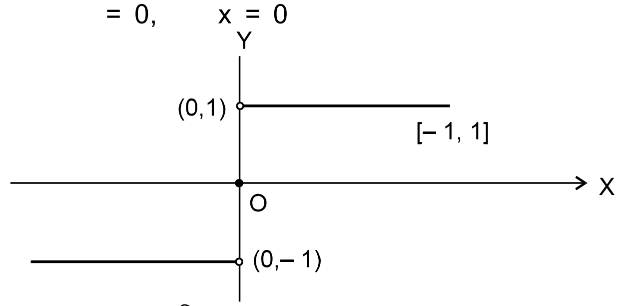
इसका आलेख y - अक्ष के सापेक्ष सममित है।



9.3 सिग्नम फलन :

$$f(x) = \frac{|x|}{x},\quad x \neq 0 \quad \text{या} \quad f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

$= 0, \quad x = 0$

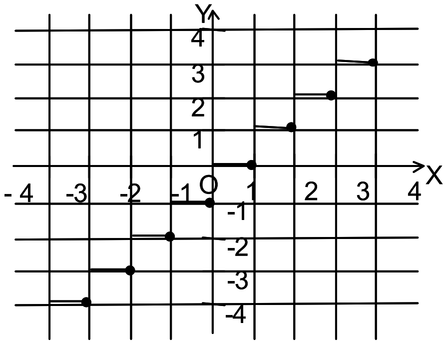


प्रान्त : R, परिसर : {–1, 0, 1}

यह बहुऐकी एवं असंतत फलन है।.

9.4 महत्तम पूर्णांक फलन : एक फलन महत्तम पूर्णांक फलन कहलाता है यदि यह $f(x) = [x]$ रूप में हो, जहाँ $[x]$ = महत्तम पूर्णांक $\leq x$ को दर्शाता है।

इस फलन का आलेख निम्न है



उदा.9 [4.2] = 4, [3.6] = 3,[– 4.4] = –5, [–5.8] = –6

f(x) = y = [x]

$0 \leq x < 1 \Rightarrow y = 0$

$1 \leq x < 2 \Rightarrow y = 1$

$2 \leq x < 3 \Rightarrow y = 2$

$\vdots \quad\quad \vdots$

एवं इसी प्रकार

नोट :

महत्वपूर्ण तत्समिकाऐं :

(i) $x - 1 < [x] \leq x$

(ii) $[x] + 1 > x$

(iii) यदि f (x) = [x + n], जहाँ $n \in I$ एवं [.] महत्तम पूर्णांक फलन को दर्शाता है, तो
f (x) = n + [x]

(iv) x = [x] + {x} जहाँ [.] एवं { } क्रमशः महत्तम पूर्णांक एवं भिन्नात्मक फलन को दर्शाता है।

(v) $x - 1 < [x] \leq x$

$[-x] = -[x]$, यदि $x \in I$

$[-x] = -[x] - 1$, यदि $x \notin I$

$[x] - [-x] = 2n$, यदि $x = n$, $n \in I$

$[x] - [-x] = 2n + 1$, यदि $x = n + \{x\}$, $n \in I$

$[x] \geq n \Rightarrow x \geq n, n \in I$

$[x] \leq n \Rightarrow x < n + 1, n \in I$

$[x] > n \Rightarrow x \geq n + 1, n \in I$

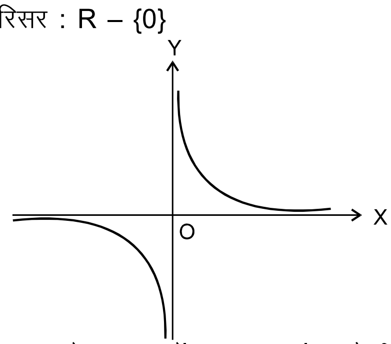
$[x] < n \Rightarrow x < n, n \in I$

9.5 आयताकार अतिपरवलय :

फलन f(x) = 1/x.

प्रान्त : R – {0}

परिसर : R – {0}



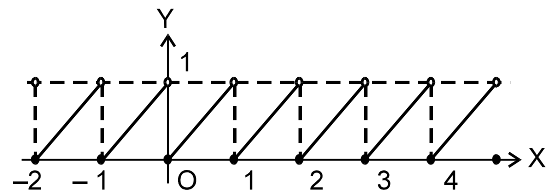
यह अपने प्रान्त में सतत एवं एकैकी आच्छादक फलन है

9.6 दशमलवांश (भिन्नात्मक) फलन x :

फलन f(x) = x – [x], $x \in R$.

उदाहरणार्थ f (x) = { x }

$$f(x) = \begin{cases} x+1, & x \in [-1,0) \\ x, & x \in [0,1) \\ x-1, & x \in [1,2) \\ 0, & x \in Z \end{cases}$$



प्रान्त : R, परिसर : [0, 1),

प्रकृति: बहुऐकी अन्तर्क्षेपी

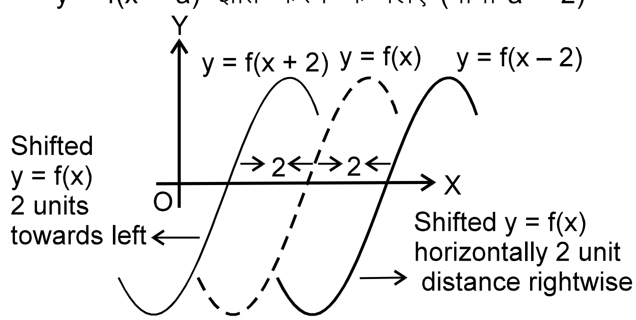
यह बहुऐकी फलन है जिसका आवर्तनाँक 1 है। यह प्रत्येक पूर्णांक पर असतत है।

10. रूपान्तरण :

यदि y = f(x) का आलेख ज्ञात हो तो निम्न आलेख ज्ञात करने हेतु

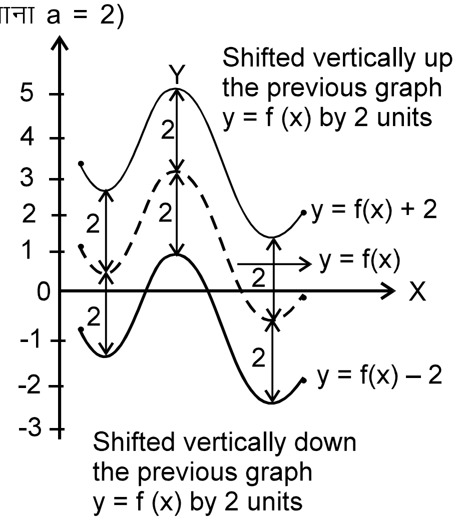
10.1 y = f(x – a) या y = f(x + a)

y = f(x – a) ज्ञात करने के लिऐ (माना a = 2)

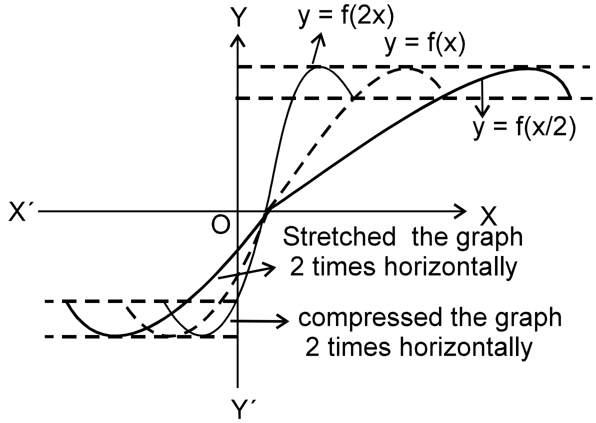


10.2 y = f (x) + a : या y = f (x) – a

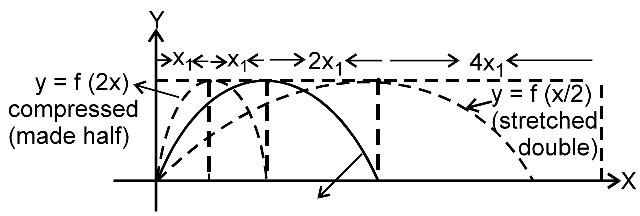
(माना a = 2)



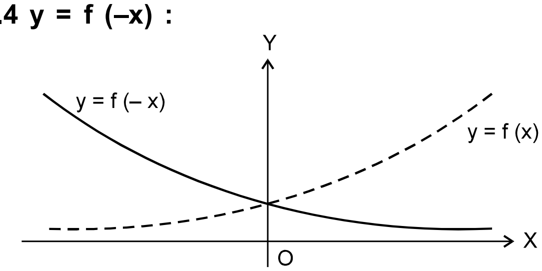
10.3 $y = f\left(\frac{x}{a}\right)$ या $y = f(ax)$: (माना a = 2, 1/2)



इसी प्रकार के और कई उदाहरण देखें :



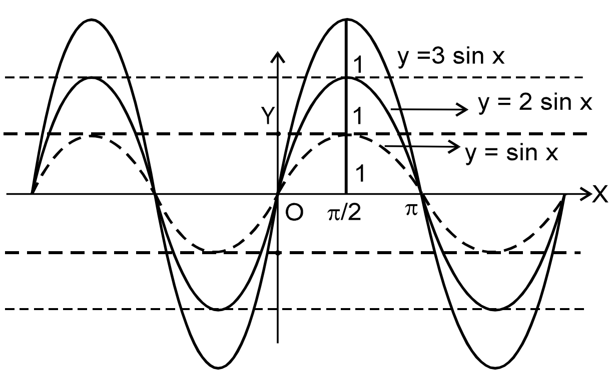
10.4 y = f (–x) :



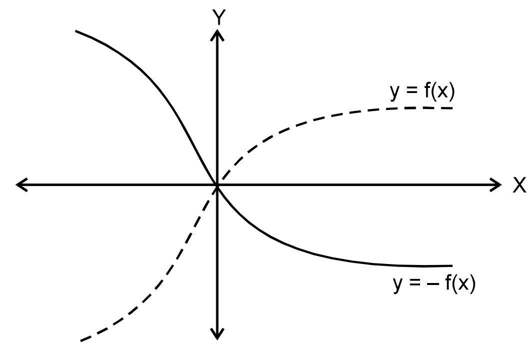
फलन y = f (x) का y अक्ष के सापेक्ष प्रतिबिम्ब y = f (– x) होता है।

10.5 y = k f (x) ज्ञात करने हेतु :

नियम – पूर्व आलेख को ऊर्ध्वाधर k गुणा खींचने पर अर्थात् फलन y = 2 sin x, y = 3 sinx को देखिऐ जो निम्न प्रकार प्रदर्शित हैं।

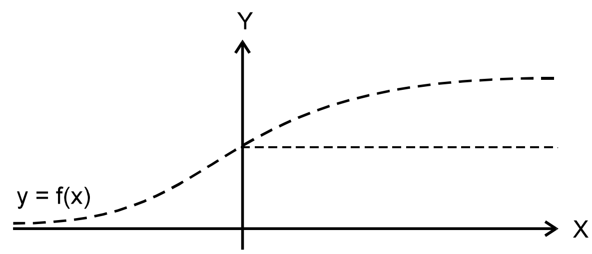


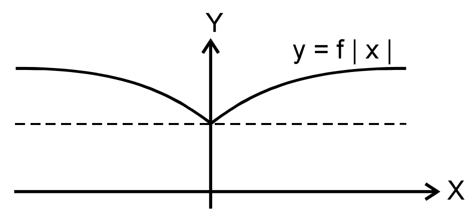
10.5.1 y = – f (x) :



फलन y = f (x) का x अक्ष के सापेक्ष प्रतिबिम्ब y = – f (x) होगा।

10.6 y = f | x | ज्ञात करने हेतु :





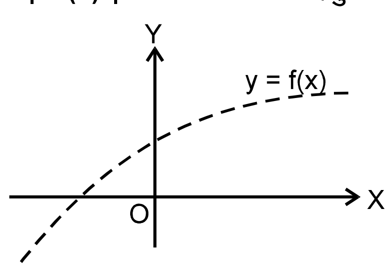
नियम :

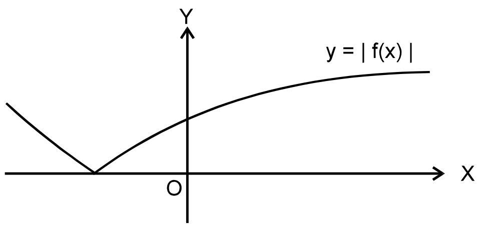
II^nd^ व III^rd^ चतुर्थांशों में उपस्थित वक्र की उपेक्षा कर दें, तथा

I व IV चतुर्थांश में स्थित आलेख का y अक्ष के सापेक्ष प्रतिबिम्ब लेने पर

मूल आलेख प्रतिबिम्ब सहित y = f | x | कहलाता है। यहाँ हम y अक्ष के सापेक्ष प्रथम चतुर्थांश में उपस्थित भाग का प्रतिबिम्ब लेते है तथा द्वितीय चतुर्थांश में उपस्थित भाग को छोड देते है।

10.7 y = | f (x) | को ज्ञात करने हेतु :





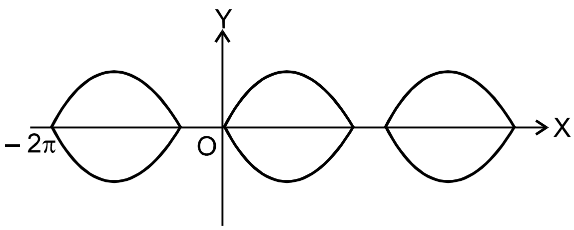
नियम :

x अक्ष के सापेक्ष x अक्ष के नीचे स्थित रेखा के भाग का प्रतिबिम्ब लेते है, x अक्ष के ऊपर के वक्र को पूर्ववत् रखते हैं।

उदाहरण **रूपान्तरण पर आधारित**

उदा.10 फलन | y | = sin x का आलेख खींचिऐ।

हल

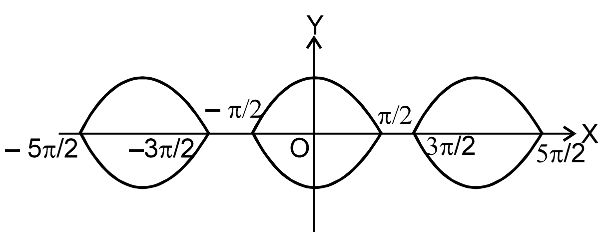


नोट :

फलन | y | = sin | x | का आलेख खींचने हेतु I व IV चतुर्थांश में उपस्थित भाग का y अक्ष के सापेक्ष दर्पण प्रतिबिम्ब लेते हैं।

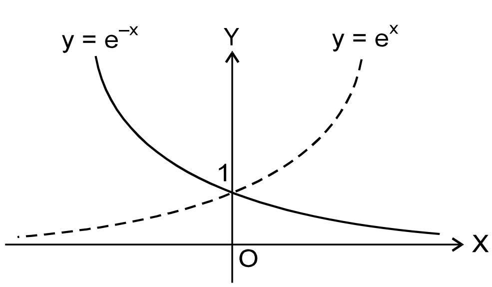
उदा.11 फलन | y | = cos x का आलेख खींचिऐ।

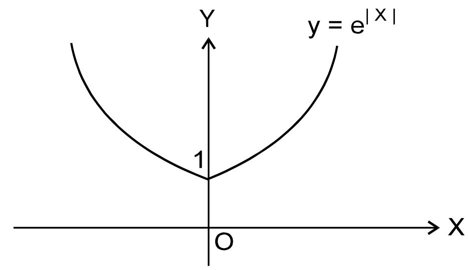
हल

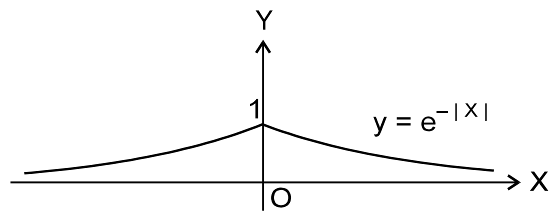


उदा.12 फलन $y = e^{-x}$, $y = e^{|x|}$, $y = e^{-|x|}$ के आलेख खींचिऐ।

हल

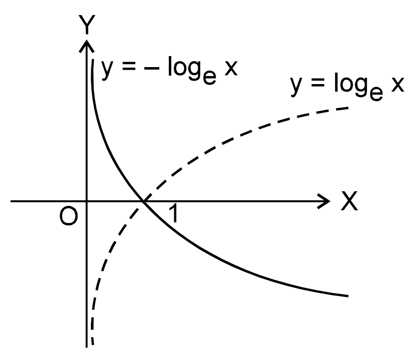


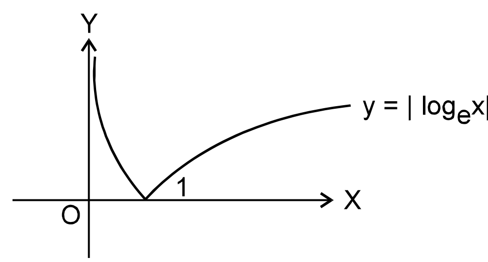


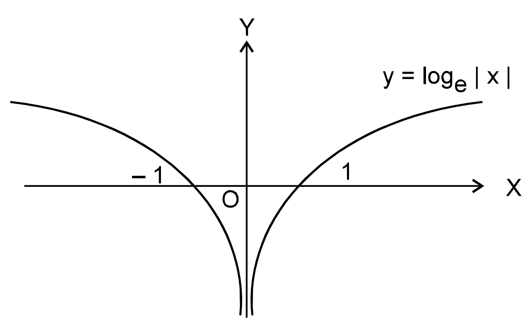


उदा.13 फलन $y = -\log_e x$, $y = |\log_e x|$, $y = \log_e |x|$ के आलेख खींचिऐ।

हल







11. प्रारंभिक फलन

यदि अंकगणितीय संक्रियाऐं (योगफल, शेषफल, गुणनफल, भागफल) एवं एक फलन के फलन की संक्रिया निश्चित बार प्रारंभिक फलन पर प्रयुक्त होती है तब परिणामी फलन प्रारंभिक फलन कहलाता है।

उदाहरण :

$f(x) = \dfrac{x^2 \log_e x}{\sin x}$

$\phi(x) = \dfrac{x^2 + e^x + 5}{\sqrt{1 - \cos^{-1} x}}$

$\psi(x) = \sin(\sin \sin \log_e x)$

$\alpha(x) = \cos(\sin e^x)$

12. फलन के अन्य निरूपण

12.1 स्पष्ट फलन : यदि y स्पष्टतया प्रत्यक्ष रूप में x के पदों में परिभाषित हो अर्थात् $y = f(x)$ तो y ; x का स्पष्ट फलन कहलाता है।

अर्थात् $y = x^2$, $y = \log_e x$, $y = \tan x$

12.2 अस्पष्ट फलन : यदि y अप्रत्यक्ष रूप से परिभाषित हो अर्थात् $f(x, y) = 0$ या $f(x, y) = k$, तो y अस्पष्ट फलन कहलाता है।

अर्थात् $ax^2 + by^2 + 2hxy + 2gx + 2fy + c = 0$, $xy = \sin(x + y)$.

12.3 प्राचलिक फलन : यदि x एवं y दोनों परतंत्र हों एवं एक नये स्वतंत्र चर (मानाकि t) द्वारा परिभाषित किये गऐ हों

$x = \phi(t)$, $y = \psi(t)$, जहाँ t प्राचल है।

इस प्रकार के फलन प्राचलिक फलन कहलाते हैं।

अर्थात् $x = t^2$, $y = 2t$

नोट :

ये फलन के प्रकार नहीं हैं वरन् फलनों को प्रदर्शित करने के सरल तरीके हैं।

13. प्रतिलोम फलन

यदि $f : A \to B$ एकैकी आच्छादक (bijection) फलन हो, तो प्रतिचित्रण $f^{-1} : B \to A$ जो प्रत्येक अवयव $b \in B$ को $a \in A$ से इस प्रकार सम्बन्धित करता हो कि $f(a) = b$, फलन $f : A \to B$ का प्रतिलोम फलन कहलाता है।

$f^{-1} : B \to A$, $f^{-1}(b) = a \Rightarrow f(a) = b$

जब फलन क्रमित युग्म रूप में दिया गया हो तो इसका प्रतिलोम फलन निम्न प्रकार से दिया जाता है -

$f^{-1} = \{(b, a) | (a, b) \in f\}$

नोट :

(1) प्रतिलोम फलन के अस्तित्व के लिऐ यह जरूरी है कि यह एकैकी एवं आच्छादक हो।

(2) जब फलन आच्छादक के साथ साथ एकैकी भी हो तो ऐसे फलन को एकैकी आच्छादक फलन कहते हैं।

13.1 प्रतिलोम फलन के गुणधर्म :

(a) एकैकी आच्छादक फलन का प्रतिलोम भी एकैकी आच्छादक होता है।

(b) एकैकी आच्छादक फलन का प्रतिलोम अद्वितीय होता है।

(c) $(f^{-1})^{-1} = f$

(d) यदि f एवं g ऐसे दो एकैकी आच्छादक फलन हों कि (gof) परिभाषित हो तो $(gof)^{-1} = f^{-1}og^{-1}$

(e) यदि $f : A \to B$ एकैकी आच्छादक हो तथा $f^{-1}: B \to A$, f का प्रतिलोम फलन हो तो $f^{-1}of = I$ तथा $fof^{-1} = I$.

यहाँ I एक तत्समक फलन ($y = x$ तत्समक फलन कहलाता है) जो कि , $f^{-1} of = fof^{-1} = x$ है

उदाहरण **प्रतिलोम फलन पर आधारित**

उदा.14 यदि $f : R \to R$, $f(x) = 2x + 3$, तो $f^{-1}(x)$ ज्ञात कीजिऐ।

हल चूंकि f एकैकी आच्छादक है अतः इसका प्रतिलोम फलन विद्यमान है एवं $y = 2x + 3 \Rightarrow x = (y - 3)/2$

$\Rightarrow y = \dfrac{x-3}{2}$ $\quad \therefore f^{-1}(x) = \dfrac{x-3}{2}$

उदा.15 यदि $f : R \to R$ जहाँ $f(x) = x^2 + 3x + 7$ तो $f^{-1}(7)$ ज्ञात कीजिऐ।

हल चूंकि $y = f(x)$ बहुऐकी फलन है अतः $f(x)$ का प्रतिलोम विद्यमान नहीं होगा अर्थात् $f^{-1}(7) = \phi$

उदा.16 यदि $f : R \to R$, $f(x) = x^3 + 2$ तो $f^{-1}(x)$ ज्ञात कीजिऐ।

हल $f(x) = x^3 + 2$, $x \in R$.

चूंकि यह एकैकी आच्छादक फलन है अतः इस फलन का प्रतिलोम (f^{-1}) विद्यमान है।

माना $f^{-1}(x) = y$

$\therefore x = f(y) \Rightarrow x = y^3 + 2$

$\Rightarrow y = (x - 2)^{1/3}$

$\therefore f^{-1}(x) = (x - 2)^{1/3}$.

14. संयुक्त फलन

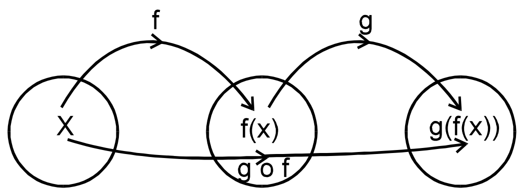
माना A, B व C तीन अरिक्त समुच्चय है तथा माना $f : A \to B$, $g : B \to C$ दो फलन है। चूंकि $f : A$ से B में परिभाषित फलन है अतः प्रत्येक $x \in A$ के लिये एक अद्वितीय अवयव $g(f(x)) \in C$ विद्यमान होगा।

उपरोक्त चर्चा से स्पष्ट होता है जब f तथा g को एक साथ सन्दर्भित किया जाता है तो वे A से C में नया फलन परिभाषित करते है इसे f तथा g का संयुक्त फलन कहते है तथा g o f द्वारा निरूपित करते है-

परिभाषा

माना $f : A \to B$ तथा $g : B \to C$ दो फलन है

तब एक फलन $gof : A \to C$ जो निम्न प्रकार परिभाषित है $gof(x) = g(f(x))\ \forall\ x \in A$, f तथा g का संयुक्त फलन कहलाता है



नोट :

परिभाषा से स्पष्ट है कि fog केवल $x \in A$ के लिये परिभाषित है f(x), g का एक अवयव है अतः हम इसका g - प्रतिबिम्ब ले सकते है अतः संयुक्त फलन gof के अस्तित्व के लिये यह आवश्यक है कि f का परिसर g के प्रान्त का उपसमुच्चय हो।

15. आवर्ती फलन

एक फलन $y = f(x)$ आवर्ती फलन कहलाता है यदि धनात्मक नियतांक (माना T) के पूर्णांक गुणजों की एक श्रेणी इस प्रकार विद्यमान हो कि

$f(x + T) = f(x + 2T) = f(x + 3T) = ...$
$f(x + nT) = f(x),\ T \in R$

तब f(x) का आवर्तनाँक T, 2T, 3T, 4T, ... nT होगा परन्तु मूलभूत आवर्तनांक T है सांख्यिकीय समस्याओं में यदि शब्द **'आवर्तनांक'** से तात्पर्य मूलभूत आवर्तनांक से लिया जाता है।

स्मरणीय

फलन जिनका आवर्तनांक 2π है, निम्न है

1. $(\sin x)^{2n+1}$, $(\cos x)^{2n+1}$, $(\sec x)^{2n+1}$, $(\text{cosec } x)^{2n+1}$

फलन जिनका आवर्तनांक π है, निम्न है

2. $(\sin x)^{2n}$, $(\cos x)^{2n}$, $(\sec x)^{2n}$, $(\text{cosec} x)^{2n}$

3. $(\tan x)^n$, $(\cot x)^n$

4. $|\sin x|, |\cos x|, |\tan x|, |\cot x|, |\sec x|, |\text{cosec } x|$

5. यदि f(x) का आवर्तनांक T हो, तो $f(\pm ax + b)$ का आवर्तनांक $\frac{T}{|a|}$ होगा

6. यदि $f_1(x)$ का आवर्तनांक T_1 हो एवं $f_2(x)$ का आवर्तनांक T_2 हो, तो फलन $af_1(x) + bf_2(x)$ का आवर्तनांक T_1 तथा T_2 का लघुत्तम समापवर्त्य (LCM) होता है, जहाँ एक संख्या ' r ' इस प्रकार विद्यमान नहीं है कि $f_1(x + r) = f_2(x)$ एवं $f_2(x + r) = f_1(x)$ तथा $r \nless T_1$ तथा T_2 का LCM (इस स्थिति में आवर्तनांक = r) (**नोट**)

उदाहरणार्थ फलन $|\sin x| + |\cos x|$ का आवर्तनांक $\pi/2$ है।

नोट : दो या दो से अधिक भिन्नात्मक संख्याओं का ल.स.प. (LCM)

$\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f}$ का ल.स.प.

$= \frac{(a, c, e) \text{ का ल. स. प.}}{(b, d, f) \text{ का म. स. प.}}$

7. f (x) का आवर्तनांक = T $\Rightarrow$ 1/f (x) का आवर्तनांक =T

उदाहरण **आवर्ती फलन पर आधारित**

उदा.17 फलन $f(x) = x + \sin x - [x]$ का आवर्तनांक ज्ञात कीजिऐ।

हल दिया गया है $f(x) = \sin x + \{x\}$
$= g(x) + h(x)$

g(x) का आवर्तनांक = 2π,

h(x) का आवर्तनांक = 1,

2π अपरिमेय है एवं 1 परिमेय है अतः ल.स.प. (LCM) विद्यमान नहीं है यदि अपरिमेय राशियाँ जैसे π, 2π या π, $\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}$ या $\sqrt{3}, 3\sqrt{3}, 9\sqrt{3}$. LCM या HCF विद्यमान है अर्थात् यदि एक विशेष परिमेय राशि का गुणज विद्यमान हो तो LCM या HCF विद्यमान होता है।

उदा.18 $f(x) = x - [x - m],\ m \in I$ का आवर्तनांक ज्ञात कीजिऐ। जहाँ [ ] महत्तम पूर्णांक फलन को दर्शाता है।

हल दिया गया है $f(x) = x - [x - m]$
$= (x - m) - [x - m] + m$
$= \{x - m\} + m$

$\because \{x - m\}$ आवर्ती है

$\therefore m + \{x - m\}$ भी आवर्ती है एवं आवर्तनांक 1 है

$\because \{x\}$ का आवर्तनांक = $\{x - a\}$ का आवर्तनांक = 1

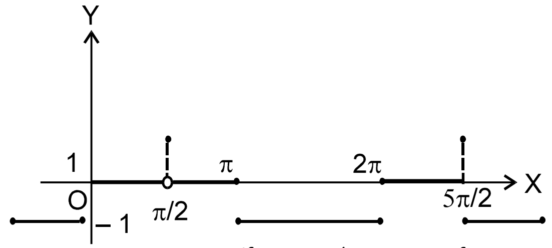
उदा.19 फलन $y = [\sin x]$ का आलेख खींचिऐ एवं आवर्तनांक ज्ञात कीजिऐ, यदि संभव हो।

हल $[\sin x] = 0,\ 0 \le x < \frac{\pi}{2}$

$= 1,\ x = \frac{\pi}{2}$

$= 0,\ \frac{\pi}{2} < x < \pi$

$= -1,\ \pi \le x \le \frac{3\pi}{2}$, ...



स्पष्टतः f(x) आवर्ती फलन है एवं आवर्तनांक 2π है।

उदा..20 फलन $f(x) = \sin\left[\frac{x}{\pi}\right]$ का आलेख खींचिऐ, क्या यह आवर्ती है? यदि आवर्ती है तो आवर्तनांक ज्ञात कीजिऐ।

हल $0 \le \frac{x}{\pi} < \pi \Rightarrow \left[\frac{x}{\pi}\right] = 0$

$\pi \le x < 2\pi \Rightarrow \left[\frac{x}{\pi}\right] = 1$

$2\pi \le x < 3\pi \Rightarrow \left[\frac{x}{\pi}\right] = 2$

$3\pi \le x < 4\pi \Rightarrow \left[\frac{x}{\pi}\right] = 3$

स्पष्टतः f(x) आवर्ती नहीं है।

16. सम एवं विषम फलन

16.1 परिभाषा : यदि, $f(-x) = f(x)$, तो $y = f(x)$ सम फलन कहलाता है एवं
यदि $f(-x) = -f(x)$, तो $y = f(x)$ विषम फलन कहलाता है।

16.2 सम एवं विषम फलन के गुणधर्म :

(a) दो सम फलनों का गुणनफल भी सम फलन होता है।
(b) दो सम फलनों का योग एवं अन्तर भी सम फलन होता है।
(c) दो विषम फलनों का योग एवं अन्तर भी विषम फलन होता है।
(d) दो विषम फलनों का गुणनफल सम फलन होता है।
(e) एक सम फलन व एक विषम फलन का गुणनफल विषम फलन होता है।
(f) सम एवं विषम फलन का योग ना सम होता है ना ही विषम होता है।
(g) यह आवश्यक नहीं है कि प्रत्येक फलन सम या विषम हो यह संभव है कि कुछ फलन न सम होते हैं और ना विषम।
(h) सम फलन y-अक्ष के सापेक्ष व विषम फलन मूल बिन्दु के सापेक्ष सममित होते है

उदा. $f(x) = x^2 + x^3$, $f(x) = \log_e x$, $f(x) = e^x$ न विषम और न सम फलन है।

उदा. $f(x) = \cos x$, $f(x) = \sec x$, $f(x) = x^4$, ... ये सम फलनों के उदाहरण हैं।

उदा. $f(x) = \sin x$, $f(x) = \cot x$, $f(x) = x^3$, ... ये विषम फलनों के उदाहरण हैं।

नोट :

शून्य फलन f (x) = 0 ही केवल वह फलन है जो कि सम व विषम दोनों है।

उदाहरण **सम एवं विषम फलन पर आधारित**

उदा.21 यदि $f(x) = \frac{a^x + 1}{a^x - 1}$ तो क्या यह सम या विषम फलन है -

हल $f(-x) = \frac{a^{-x}+1}{a^{-x}-1} = -\frac{a^x+1}{a^x-1}$

$\therefore\ f(-x) = -f(x)$

$\therefore$ f (x) विषम फलन है।

17. बीजीय फलन

1. परिमेय पूर्णांक फलन या बहुपद : एक फलन जो कि निम्न रूप में है,
$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \ldots\ldots\ldots\ a_nx^n$, जहाँ $a_0, a_1, a_2 \ldots\ldots\ a_n$ वास्तविक नियतांक हैं परिमेय पूर्णांक फलन या n घात के बहुपद कहलाते हैं।

2. भिन्नात्मक परिमेय फलनः वह फलन जो कि दो बहुपदों के अनुपात के रूप में हो एक परिमेय फलन कहलाता है।

अर्थात् $y = \frac{x^{12} + x^2 - 1}{x^6 + x^4 + 1}$

3. अपरिमेय फलन : वे फलन जो चरों की अपूर्णांक परिमेय घातों के योग, व्यवकलन गुणा तथा भाग आदि संक्रियाओं से बने हों अपरिमेय फलन कहलाते है।

$y = \sqrt{x}$, $y = \frac{\sqrt{x^3+1} - \sqrt{x^{11}}}{\sqrt{x^2+x+1}}$

$y = \frac{x^{17/3} + x^{103/7} - x}{\sqrt[3]{x^{17} + x^{15} - 3}}$

$y = \frac{\sqrt{\sqrt{x^2+5} + x^{16.5} + x^{1/3}}}{\sqrt{x^2-7} - \sqrt{\sqrt{x^{2/3}-1}}}$

इस प्रकार के फलन **अपरिमेय फलन** कहलाते हैं।

4. अबीजीय फलन : ऐसे फलन जो बीजीय न हों अबीजीय फलन कहलाते हैं।

अर्थात् $f(x) = \sin x$, $y = \cos^{-1}x$

$y = \log_e x$, $y = \sqrt{\log_e x - \sin^{-1} x}$

$y = \dfrac{\log_e x + \tan x}{\sin^{-1} x + 2^x}$ etc.

18. परिबद्ध फलन

फलन f (x) ऊपरी परिबद्ध कहलाता है यदि M इस प्रकार विद्यमान है ताकि प्रान्त के सभी x के लिऐ $y = f(x) \ngtr M$ (अर्थात् M से अधिक नहीं) एवं M ऊपरी परिबन्ध कहलाता है। इसी प्रकार से f (x) निम्न परिबद्ध फलन कहलाएगा यदि फलन इस प्रकार विद्यमान है कि प्रान्त के सभी x के लिऐ $y = f(x) \nless m$ (अर्थात् m से कम नहीं) एवं m निम्न परिबन्ध कहलाता है।

यदि M विद्यमान नहीं हो एवं m उपरोक्तानुसार हो, तो फलन अपरिबद्ध कहलाता है।

19. फलन का विस्तार

माना $f : A \to B$ इस प्रकार से है कि

$f(x) = y \ \forall \ x \in A$

यदि $X \supset A$ अर्थात् X ; A का अधि समुच्चय (super set) कहलाता है एवं $Y \supset f(A)$ तो अन्य फलन $g : X \to Y$ जो इस प्रकार से है कि

$g(x) = f(x) \ \forall \ x \in A$

समुच्चय A से X में f का विस्तार कहलाता है।

19.1 सम एवं विषम विस्तार : माना कि f (x); A = [0, a] पर परिभाषित फलन है एवं x = [–a, a]; A का अधि समुच्चय है तो f (x) का x = [–a, a] पर विस्तार सम या विषम विस्तार होगा यदि f (x) सम या विषम फलन हो।

उदाहरण फलन के विस्तार पर आधारित

उदा.22 यदि $f(x) = x^2 + 5x - 2$ अन्तराल A = [0, 2] में परिभाषित फलन है तो f (x) का अन्तराल [–2, 2] में सम या विषम विस्तार ज्ञात कीजिऐ।

हल $f(x) = x^2 + 5x - 2$, $f(-x) = x^2 - 5x - 2$

यदि g_e एवं g_o सम एवं विषम विस्तार को प्रदर्शित करते हों, तो

$$g_e(x) = \begin{cases} f(x) : x \in [0, 2] \\ f(-x) : x \in [-2, 0) [\because f(-x) = f(x) \text{ सम के लिये}] \end{cases}$$

$$g_o(x) = \begin{cases} f(x) : x \in [0, 2] \\ -f(-x) : x \in [-2, 0) [\because -f(-x) = f(x) \text{ विषम के लिये}] \end{cases}$$

$$g_e(x) = \begin{cases} x^2 + 5x - 2 : x \in [0, 2] \\ x^2 - 5x - 2 : x \in [-2, 0[\end{cases}$$

$$g_o(x) = \begin{cases} x^2 + 5x - 2 : x \in [0, 2] \\ -x^2 + 5x + 2 : x \in [-2, 0[\end{cases}$$

SOLVED EXAMPLES

उदा.1 फलन $f(x) = \sqrt{2-x} + \sqrt{1+x}$ के प्रान्त तथा परिसर ज्ञात कीजिए।

हल f(x) का प्रान्त = $\{x \mid 2 - x \geq 0$ एवं $1 + x \geq 0\}$

$\therefore$ f(x) का प्रान्त = $[-1, 2]$

पुनः $\{f(x)\}^2 = \left(\sqrt{2-x} + \sqrt{1+x}\right)^2$

$= 3 + 2\sqrt{(2-x)(1+x)}$

$= 3 + 2\sqrt{2+x-x^2}$

$= 3 + 2\sqrt{\frac{9}{4} - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2}$

$\therefore \{f(x)\}^2$ का महत्तम मान

$= 3 + 2.\sqrt{\frac{9}{4}} = 6$, जबकि $x = \frac{1}{2}$

$\{f(x)\}^2$ का न्यूनतम मान $= 3 + 0 = 3$,

जबकि $x - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$,

अर्थात् $x = 2$

$\therefore$ f (x) का महत्तम मान $= \sqrt{6}$

एवं f (x) का न्यूनतम मान $= \sqrt{3}$

$\therefore$ f(x) का परिसर = $[\sqrt{3}, \sqrt{6}]$

उदा.2 फलन $f(x) = \frac{3}{2-x^2}$ का परिसर ज्ञात कीजिए।

हल मानाकि $y = \frac{3}{2-x^2} = f(x)$ ....(1)

फलन y ; $x = \pm\sqrt{2}$ के लिए परिभाषित नहीं है।

समीकरण (1) से,

$$x^2 = \frac{2y-3}{y}$$

चूँकि वास्तविक x के लिए, $x^2 \geq 0$,

$$\frac{2y-3}{y} \geq 0$$

$\therefore$ $y \geq 3/2$ या $y < 0$ $(y \neq 0)$

अतः फलन का परिसर $]-\infty, 0[\cup [3/2, \infty)$

उदा.3 निम्न फलन का परिसर ज्ञात कीजिए:

$$f(x) = \log_2\left(\frac{\sin x - \cos x + 3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)$$

हल $\because$ $f(x) = \log_2\left(\frac{\sin x - \cos x + 3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)$

$= \log_2\left(\sin\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) + 3\right) = y$(माना)

$\Rightarrow$ $2^y = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) + 3$

$\Rightarrow$ $2^y - 3 = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right)$

लेकिन $-1 \leq \sin\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) \leq 1$

$\therefore$ $-1 \leq 2^y - 3 \leq 1$

$\Rightarrow$ $2 \leq 2^y \leq 4$

$\Rightarrow$ $2^1 \leq 2^y \leq 2^2$

अतः $y \in [1, 2]$

फलन f(x) का परिसर [1, 2] है।

उदा.4 निम्न फलन का आवर्तनांक ज्ञात कीजिए

$f(x) = e^{x - [x] + |\cos \pi x| + |\cos 2\pi x| + ... + |\cos n\pi x|}$,

जहाँ [.] महत्तम पूर्णांक फलन को दर्शाता है।

हल $f(x) = e^{x - [x] + |\cos \pi x| + |\cos 2\pi x| + ... + |\cos n\pi x|}$

x – [x] का आवर्तनांक = 1

$|\cos \pi x|$ का आवर्तनांक = 1

$|\cos 2\pi x|$ का आवर्तनांक = 1/2

....

....

$|\cos n\pi x|$ का आवर्तनांक = 1/n

अतः f(x) का आवर्तनांक, सभी आवर्तनांकों का L.C.M. = 1 होगा।

उदा.5 फलन $f : R \to R$ $f(x) = x - [x]$, (जहाँ [x] महत्तम पूर्णांक फलन $\leq x$), सभी $x \in R$ के लिए, परिभाषित हो तो क्या फलन एकैकी आच्छादक है?

हल यदि $x_1, x_2 \in R$

$f(x_1) = f(x_2)$

$\Rightarrow$ $x_1 - [x_1] = x_2 - [x_2]$

$\Rightarrow x_1 \neq x_2$

$\therefore$ फलन एकैकी आच्छादक नहीं है।

उदा.6 यदि $f(x) = \begin{cases} x^3+1, & x<0 \\ x^2+1, & x\ge 0 \end{cases}$,

$g(x) = \begin{cases} (x-1)^{1/3}, & x<1 \\ (x-1)^{1/2}, & x\ge 1 \end{cases}$ तो gof (x) ज्ञात कीजिए।

हल हम जानते हैं कि $gof(x) = g(f(x))$

$= \begin{cases} g(x^3+1), & x<0 \\ g(x^2+1), & x\ge 0 \end{cases} = \begin{cases} (x^3+1-1)^{1/3} & x<0 \\ (x^2+1-1)^{1/2}, & x\ge 0 \end{cases}$

$= \begin{cases} x, & x<0 \\ x, & x\ge 0 \end{cases} = x$; सभी x के लिए

अतः, $gof(x) = x$; सभी x के लिए

उदा.7 $n \in I$ का मान जिनके लिए फलन

$f(x) = \dfrac{\sin nx}{\sin(x/n)}$ का आवर्तनांक 4π है -

(A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 4

हल n = 2 के लिए,

चूँकि $\dfrac{\sin 2x}{\sin(x/2)} = 4(\cos x/2)\cos x$.

cos x का आवर्तनांक 2π एवं cos(x/2) का आवर्तनांक 4π है।

अतः $\dfrac{\sin 2x}{\sin(x/2)}$ का आवर्तनांक 4π है।

एवं $\dfrac{\sin 3x}{\sin(x/3)}, \dfrac{\sin 5x}{\sin(x/5)}$

तथा $\dfrac{\sin 4x}{\sin(x/4)}$ का आवर्तनांक 4π नहीं है।

उत्तर [A]

उदा.8 सिद्ध करो कि सम फलनों के प्रतिलोम विद्यमान नहीं होते।

हल सम फलन बहुएकैकी फलन हैं एवं प्रतिलोम फलन विद्यमान होने के लिए जरूरी है कि फलन एकैकी हो अतः सम फलन का प्रतिलोम विद्यमान नहीं होगा।

उदा.9 सिद्ध करो कि आवर्ती फलनों के प्रतिलोम विद्यमान नहीं होते।

हल f (x) आवर्ती है

$\Rightarrow$ f बहुएकैकी है

$\Rightarrow f^{-1}$ विद्यमान नहीं है।

उदा.10 प्रदर्शित करो कि सभी $x \in R$ के लिए फलन $f(x) = 3x^3 + 5$ द्वारा परिभाषित फलन $f : R \to R$ एकैकी आच्छादक है।

हल एकैकी के लिए : यदि x, y ; R(प्रान्त) के कोई दो अवयव हों तो इस प्रकार,

$f(x) = f(y) \Rightarrow 3x^3 + 5 = 3y^3 + 5$

$\Rightarrow x^3 = y^3 \Rightarrow x = y$

इस प्रकार, $f(x) = f(y)$

$\Rightarrow x = y$ सभी $x, y \in R$ के लिए

अतः, f एकैकी प्रतिचित्रण है।

आच्छादक के लिए : माना y ; R(सह प्रान्त) का कोई स्वैच्छ अवयव हो, तब,

$f(x) = y \Rightarrow 3x^3 + 5 = y \Rightarrow x^3 = \dfrac{y-5}{3}$

$\Rightarrow x = \left(\dfrac{y-5}{3}\right)^{1/3}$

इस प्रकार सभी $y \in R$ (सह प्रान्त) के लिए

$x = \left(\dfrac{y-5}{3}\right)^{1/3} \in R$ (सह प्रान्त) इस प्रकार से विद्यमान है कि

$f(x) = f\left(\left(\dfrac{y-5}{3}\right)^{1/3}\right) = 3\left[\left(\dfrac{y-5}{3}\right)^{1/3}\right]^3 + 5$

$= y - 5 + 5 = y$

यह प्रदर्शित करता है कि सह प्रान्त के प्रत्येक अवयव का प्रान्त में पूर्व प्रतिबिम्ब है अतः f आच्छादक है इसलिए f एकैकी आच्छादक फलन है।

उदा.11 माना, $f(x) = x + 1, \quad x \le 1$
$\quad = 2x + 1, \quad 1 < x \le 2$
$g(x) = x^2, \quad -1 \le x < 2$
$\quad = x + 2, \quad 2 \le x \le 3$

तो fog एवं gof ज्ञात कीजिए।

हल

$f\{g(x)\} = g(x) + 1, \quad g(x) \le 1$
$\quad = 2g(x) + 1, \quad 1 < g(x) \le 2$

$\Rightarrow f\{g(x)\} = x^2 + 1, \quad -1 \le x \le 1$
$\quad = 2x^2 + 1, \quad 1 < x \le \sqrt{2}$

$g\{f(x)\} = \{f(x)\}^2, \quad -1 \le f(x) < 2$
$\quad = f(x) + 2, \quad 2 \le f(x) \le 3$

$gof(x) = (x+1)^2, \quad -2 \le x < 1$
$\quad = (x+1)^2 \quad -2 \le x \le 1$

उदा.12 निम्न का प्रतिलोम फलन ज्ञात कीजिए:

$$f(x) = \begin{cases} x, & x < 1 \\ x^2, & 1 \le x \le 4 \\ 8\sqrt{x}, & x > 4 \end{cases}$$

हल यदि $f(x) = \begin{cases} x, & x < 1 \\ x^2, & 1 \le x \le 4 \\ 8\sqrt{x}, & x > 4 \end{cases}$

मानाकि $f(x) = y \qquad \therefore x = f^{-1}(y)$

$$\Rightarrow x = \begin{cases} y, & y < 1 \\ \sqrt{y}, & 1 \le y \le 16 \\ y^2/64, & y > 16 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(y) = \begin{cases} y, & y < 1 \\ \sqrt{y}, & 1 \le y \le 16 \\ y^2/64, & y > 16 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \therefore f^{-1}(x) = \begin{cases} x, & x < 1 \\ \sqrt{x}, & 1 \le x \le 16 \\ x^2/64, & x > 16 \end{cases}$$

उदा.13 माना $f(x) = x^2 + x$ अन्तराल [0, 2] में परिभाषित है तो f(x) के अन्तराल [–2, 2] में विषम एवं सम विस्तार ज्ञात कीजिए।

हल विषम विस्तार

$$f(x) = \begin{cases} f(x), & 0 \le x \le 2 \\ -f(-x), & -2 \le x < 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} x^2 + x, & 0 \le x \le 2 \\ -x^2 + x, & -2 \le x < 0 \end{cases}$$

सम विस्तार

$$f(x) = \begin{cases} f(x), & 0 \le x \le 2 \\ f(-x), & -2 \le x < 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} x^2 + x, & 0 \le x \le 2 \\ x^2 - x, & -2 \le x < 0 \end{cases}$$

उदा.14 यदि $f : R \to R$; $f(x) = (x + 1)^2 - 1, x \ge -1$ तो प्रदर्शित करो कि f प्रतिलोमी है एवं समुच्चय $S = \{x : f(x) = f^{-1}(x)\}$ ज्ञात कीजिए।

हल फलन f (x) को प्रतिलोमी प्रदर्शित करने के संदर्भ में यह पर्याप्त है कि f (x) एकैकी आच्छादक हो।

f एकैकी है : किन्हीं $x, y \in R$ के लिए $x \ge -1, y \ge -1$, हम जानते हैं कि $f(x) = f(y)$

$\Rightarrow (x + 1)^2 - 1 = (y + 1)^2 - 1$

$\Rightarrow x^2 + 2x = y^2 + 2y \Rightarrow x^2 - y^2 = -2(x - y)$

$\Rightarrow (x - y)(x + y) = -2(x - y)$

$\Rightarrow (x - y)[x + y + 2] = 0$

$\Rightarrow x - y = 0$ या $x + y + 2 = 0$

$\Rightarrow x = y$ या $x = y = -1$

अतः $f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$ सभी $x \ge -1, y \ge -1$ के लिए अतः f (x) एकैकी है।

f आच्छादक है : सभी $y \ge -1$ के लिए

$x = -1 + \sqrt{y+1} \ge -1$ इस प्रकार से है कि

$f(x) = y$ अतः f(x) आच्छादक है।

अतः f एकैकी आच्छादक है परिणामतः यह प्रतिलोम है।

$f(x) = f^{-1}(x) \quad \Rightarrow f(x) = x$

$(x + 1)^2 - 1 = x \quad \Rightarrow x = 0, -1$

उदा.15 यदि f, g, h फलन; R से R में इस प्रकार परिभाषित हो कि

$f(x) = x^2 - 1, g(x) = \sqrt{x^2 + 1}$,

$h(x) = 0$, यदि $x \le 0$

$= x$, यदि $x \ge 0$

तो संयुक्त फलन ho(fog) ज्ञात कीजिए एवं ज्ञात कीजिए कि क्या फलन fog प्रतिलोमीय है एवं फलन h तत्समक फलन है।

हल यहाँ $f(x) = x^2 - 1$; सभी x के लिए

एवं $g(x) = \sqrt{x^2 + 1}$; सभी x के लिए

$\therefore f\{g(x)\} = \{g(x)\}^2 - 1$

$= x^2 + 1 - 1$

$= x^2$ सभी x के लिए

$\therefore h\{f(g(x))\} = h(x^2) = x^2$

क्योंकि $x^2 \ge 0$ [h(x) की परिभाषा से]

अब, $f\{g(x)\} = x^2$ सभी x के लिए

जैसाकि $x^2 \ge 0$, (fog)(x) ऋणात्मक नहीं हो सकता

अतः fog आच्छादक फलन नहीं है अतः fog प्रतिलोमी नहीं है पुनः $h(x) = x$; $x \ge 0$ के लिए

लेकिन परिभाषा से $h(x) \ne x$; $x < 0$ के लिए

अतः h तत्समक फलन नहीं है।

उदा.16 मानाकि $f(x) = \tan x, x \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ एवं

$g(x) = \sqrt{1 - x^2}$ तो fog तथा gof ज्ञात कीजिए।

हल f के दिए गए प्रान्त $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ से हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि इसका परिसर $]-\infty, \infty[$ अर्थात् R है।

g का प्रान्त $1 - x^2 \ge 0$ या $x^2 - 1 \le 0$

या $(x + 1)(x - 1) \le 0$ या $-1 \le x \le 1$ या [–1, 1] है

एवं g के परिसर के लिए, $y = \sqrt{1 - x^2}$

चूँकि $x^2 \le 1$

$\therefore \quad y \in [0, 1]$

$(fog)\,x = f(g(x)) = f\{\sqrt{1-x^2}\}$

$= f(t)$, जहाँ $t = \sqrt{1-x^2} \in [0, 1]$

g का परिसर $\subset \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ जो कि f का प्रान्त है

$= \tan t = \tan \sqrt{1-x^2}$

$(gof)\,x = g(f(x)) = g(\tan x) = g(t)$

जहाँ $t = \tan x \in$ f का परिसर = R

परन्तु R ; g के प्रान्त [–1, 1] का उपसमुच्चय नहीं है

अतः gof परिभाषित नहीं है।

उदा.17 मानाकि $f_1(x) = \frac{x}{3} + 10$ सभी $x \in R$ के लिए, एवं $f_n(x) = f_1(f_{n-1}(x))$; $n \geq 2$ के लिए तो $f_n(x)$ ज्ञात कीजिए।

हल हम जानते हैं कि

$f_n(x) = f_1(f_{n-1}(x)),\ n \geq 2$

$\Rightarrow f_2(x) = f_1(f_1(x)) = \frac{1}{3} f_1(x) + 10$

$= \frac{1}{3}\left(\frac{x}{3}+10\right) + 10 = \frac{x}{3^2} + \frac{10}{3} + 10$

$f_3(x) = f_1(f_2(x)) = \frac{1}{3} f_2(x) + 10$

$= \frac{1}{3}\left(\frac{x}{3^2}+\frac{10}{3}+10\right) + 10$

$= \frac{x}{3^3} + \frac{10}{3^2} + \frac{10}{3} + 10$

$f_4(x) = f_1(f_3(x)) = \frac{1}{3} f_3(x) + 10$

$= \frac{1}{3}\left(\frac{x}{3^3}+\frac{10}{3^2}+\frac{10}{3}+10\right) + 10$

$= \frac{x}{3^4} + \frac{10}{3^3} + \frac{10}{3^2} + \frac{10}{3} + 10$

इसी तरह आगे हम प्राप्त करते हैं

$f_n(x) = \frac{x}{3^n} + \frac{10}{3^{n-1}} + \frac{10}{3^{n-2}} + ... + \frac{10}{3} + 10$

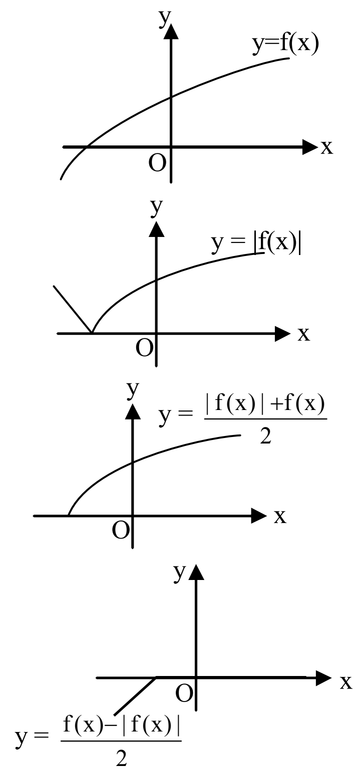
$= \frac{x}{3^n} + 10\left(\frac{1-\frac{1}{3^n}}{1-\frac{1}{3}}\right)$

$= \frac{x}{3^n} + 15\left(1-\frac{1}{3^n}\right) = \frac{x-15}{3^n} + 15$

उदा.18 $y = f(x)$ के आलेख से निम्न के लेखाचित्र खींचिए

$y = \frac{f(x)+|f(x)|}{2}$ एवं $y = \frac{f(x)-|f(x)|}{2}$

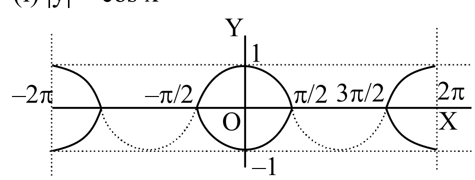
हल माना कि लेखाचित्र



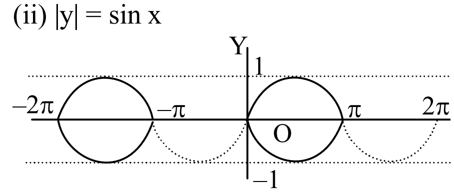
उदा.19 निम्न ग्राफ बनाईये :

(i) |y| = cos x (ii) |y| = sin x

हल (i) |y| = cos x



(ii) |y| = sin x



Exercise (Level) 1

प्रश्न प्रान्त पर आधारित

Q.1 $y = \log_{10}\left(\frac{5x - x^2}{4}\right)$ का प्रान्त है :

(A) (0, 5) (B) [1, 4]
(C) $(-\infty, 0) \cup (5, \infty)$ (D) $(-\infty, 1) \cup (4, \infty)$

Q.2 $f(x) = \frac{\sqrt{-\log_{0.3}(x-1)}}{\sqrt{x^2 + 2x + 8}}$ का प्रान्त है :

(A) (1, 4) (B) (–2, 4) (C) (2, 4) (D) $[2, \infty)$

Q.3 यदि फलन

$f(x) = \cot^{-1}\sqrt{(x+3)x} + \cos^{-1}\sqrt{x^2 + 3x + 1}$,

S पर परिभाषित हो, तो S बराबर है :

(A) {0, 3} (B) (0, 3)
(C) {–3, 0} (D) [–3, 0]

Q.4 $\sqrt{\sec^{-1}\left(\frac{2 - |x|}{4}\right)}$ का प्रान्त है -

(A) R (B) R – (–1, 1)
(C) R – (–3, 3) (D) R – (– 6, 6)

Q.5 फलन $f(x) = {}^{24-x}C_{3x-1} + {}^{40-6x}C_{8x-10}$ का प्रान्त है -

(A) {2, 3} (B) {1, 2, 3}
(C) {1, 2, 3, 4} (D) इनमें से कोई नहीं

Q.6 फलन $f(x) = (1 - 3x)^{1/3} + 3\cos^{-1}\left(\frac{2x-1}{3}\right) +$

$3^{3\tan^{-1}x}$ का प्रान्त है -

(A) $\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right]$ (B) $\left[-\frac{1}{2}, 1\right]$

(C) [–1, 2] (D) $\left[-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right]$

Q.7 फलन $f(x) = \frac{\sec^{-1}x}{\sqrt{x - [x]}}$, जहाँ [x] महत्तम पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करता हो, तो यह किस x के लिए परिभाषित होगा -

(A) R
(B) $R - \{(-1, 1) \cup \{n : n \in Z\}\}$
(C) $R^+ - (0, 1)$
(D) $R^+ - \{n : n \in N\}$

Q.8 फलन $f(x) = \cos^{-1}\left(\frac{|x| - 3}{2}\right) + [\log_e (4 - x)]^{-1}$ किस के लिए परिभाषित होगा -

(A) $[-1, 0] \cup [1, 5]$
(B) $[-5, -1] \cup [1, 4]$
(C) $[-5, -1] \cup ([1, 4) - \{3\})$
(D) [1, 4] – {3}

Q.9 फलन $f(x) = \log |\log x|$ का प्रान्त है -

(A) $(0, \infty)$ (B) $(1, \infty)$
(C) $(0, 1) \cup (1, \infty)$ (D) $(-\infty, 1)$

Q.10 फलन $f(x) = \frac{1}{\log_{10}(3 - x)} + \sqrt{x+2}$ का प्रान्त है -

(A) [–2, 3) (B) [–2, 3) – {2}
(C) [–3, 2] (D) [–2, 3] – {2}

प्रश्न परिसर पर आधारित

Q.11 फलन $y = \frac{1}{2 - \sin 3x}$ का परिसर है :

(A) $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$ (B) $\left[\frac{1}{3}, 1\right)$

(C) $\left[\frac{1}{3}, 1\right]$ (D) इनमें से कोई नहीं

Q.12 फलन $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4x + 3}$ का मान निम्न अन्तराल में स्थित है -

(A) $(-\infty, \infty) - \left\{\frac{1}{2}, 1\right\}$ (B) $(-\infty, \infty)$

(C) $(-\infty, \infty) - \{1\}$ (D) इनमें से कोई नहीं

Q.13 फलन $y = \log_{\sqrt{7}}(\sqrt{2}(\sin x - \cos x) + 5)$ का परिसर है -

(A) R (B) Z

(C) $[\log_7 4, \log_7 5]$ (D) $[2 \log_7 3, 2]$

Q.14 निम्न में से किस फलन का परिसर [–1, 1] है -

(A) $f(x) = \cos(2 \sin x)$

(B) $g(x) = \cos\left(1 - \frac{1}{1+x^2}\right)$

(C) $h(x) = \sin(\log_2 x)$

(D) $k(x) = \tan(e^x)$

Q.15 फलन $f(x) = \cos(\cos^{-1}\{x\})$ का परिसर है (जहाँ {·} भिन्नात्मक भाग फलन है)

(A) [0, 1) (B) [0, 1]

(C) (0, 1) (D) (0, 1]

Q.16 माना $f(x) = \frac{x-[x]}{1-[x]+x}$, तब f(x) का परिसर है ([.] = महत्तम पूर्णांक फलन) -

(A) [0, 1] (B) $\left[0, \frac{1}{2}\right]$

(C) $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$ (D) $\left[0, \frac{1}{2}\right)$

Q.17 फलन $y = \log_3(5 + 4x - x^2)$ का परिसर है -

(A) (0, 2] (B) (– ∞, 2]

(C) (0, 9] (D) इनमें से कोई नहीं

प्रश्न फलनों के वर्गीकरण पर आधारित

Q.18 यदि $f : R \to R$ तो $f(x) = \frac{x^2+2x+5}{x^2+x+1}$ है :

(A) एकैकी एवं अन्तर्क्षेपी

(B) एकैकी एवं आच्छादक

(C) बहुएकैकी एवं आच्छादक

(D) बहुएकैकी एवं अन्तर्क्षेपी

Q.19 $f : [2, \infty) \to Y$ द्वारा परिभाषित फलन $f(x) = x^2 - 4x + 5$ एकैकी एवं आच्छादक दोनों होगा, यदि :

(A) Y = R (B) Y = [1, ∞)

(C) Y = [4, ∞) (D) Y = [5, ∞)

Q.20 माना $f : R \to R$ द्वारा परिभाषित फलन $f(x) = x^3 + x^2 + 3x + \sin x$ है, तो f होगा :

(A) एकैकी एवं आच्छादक

(B) एकैकी एवं अन्तर्क्षेपी

(C) बहुएकैकी एवं आच्छादक

(D) बहुएकैकी एवं अन्तर्क्षेपी

Q.21 निम्न में से कौनसा फलन, $A = \{x : -1 \le x \le 1\}$ से इसी में एकैकी आच्छादक फलन है -

(A) $f(x) = \frac{x}{2}$ (B) $g(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)$

(C) $h(x) = |x|$ (D) $k(x) = x^2$

Q.22 यदि $f : \left[\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}, \frac{3\pi}{4} - \frac{1}{2}\right] \to [-1, 1]$;

$f(x) = \sin(2x + 1)$ द्वारा परिभाषित है, तब f है -

(A) एकैकी अन्तर्क्षेपी

(B) बहुएकैकी आच्छादक

(C) एकैकी आच्छादक

(D) बहुएकैकी अन्तर्क्षेपी

Q.23 समुच्चय A से A में परिभाषित एकैकी आच्छादक फलनों की संख्या होगी जबकि A में 106 अवयव हैं।

(A) 106 (B) 106!

(C) 106^{106} (D) $106^{106} - 106!$

प्रश्न फलन के प्रतिलोम पर आधारित

Q.24 यदि $f(x) = x^3 - 1$ एवं f का प्रान्त = {0,1, 2, 3}, तो f^{-1} का प्रान्त होगा -

(A) {0, 1, 2, 3} (B) {1, 0, –7, –26}

(C) {–1, 0, 7, 26} (D) {0, –1, – 2, –3}

Q.25 $y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ का प्रतिलोम फलन है -

(A) $\frac{1}{2}\log\frac{1+x}{1-x}$ (B) $\frac{1}{2}\log\frac{2+x}{2-x}$

(C) $\frac{1}{2}\log\frac{1-x}{1+x}$ (D) $2\log(1 + x)$

प्रश्न संयुक्त फलन पर आधारित

Q.26 फलन f(x) जो अन्तराल [0, 1] में परिभाषित है, तो फलन $f[\ell n(1-x^2)]$ का प्रान्त होगा :

(A) $x \in \{0\}$

(B) $x \in [-\sqrt{1+e}-1] \cup [1+\sqrt{1+e}]$

(C) $x \in (-\infty, \infty)$

(D) इनमें से कोई नहीं

Q.27 यदि $f : R \to R$, $f(x) = x^3 + 3$, तथा $g : R \to R$, $g(x) = 2x + 1$ हो, तो $f^{-1}og^{-1}(23)$ बराबर है -

(A) 2 (B) 3

(C) $(14)^{1/3}$ (D) $(15)^{1/3}$

Q.28 यदि $f(x) = e^{3x}$ तथा $g(x) = \ell n\, x, x > 0$ हो, तो (fog) (x) बराबर है -

(A) 3x (B) x^3

(C) log 3x (D) 3 log x

Q.29 यदि $f(x) = x^3 - x$ तथा $g(x) = \sin 2x$, तो -

(A) $g[f(1)] = 1$ (B) $f\left(g\left(\frac{\pi}{12}\right)\right) = -\frac{3}{8}$

(C) $g\{f(2)\} = \sin 2$ (D) इनमें से कोई नहीं

प्रश्न आवर्ती फलन पर आधारित

Q.30 यदि $f: R \to R$ ऐसा फलन है कि $f(x+1) + f(x+3) = 2\ \forall\ x \in R$ है, तो फलन f (x) का आवर्तनांक (मूल आवर्तनांक नहीं हो सकता है) होगा -

(A) 3 (B) 4

(C) 7 (D) 6

Q.31 फलन $f(x) = x + a - [x + b] + \sin \pi x + \cos 2\pi x + \sin 3\pi x + \cos 4\pi x + \dots + \sin (2n-1)\pi x + \cos 2n\pi x\ \forall\ a, b \in R$ का मूल आवर्तनांक है (जहाँ [.] महत्तम पूर्णांक फलन को निरूपित करता है)

(A) 2 (B) 4

(C) 1 (D) 0

Q.32 माना $f(x) = \sin \sqrt{[a]}\, x$ (जहाँ [ ] महत्तम पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करता है) यदि f आवर्ती है जिसका मूल आवर्तनांक π है, तब a निम्न अंतराल में होगा -

(A) [2, 3] (B) {4, 5}

(C) [4, 5] (D) [4, 5)

Q.33 फलन $f(x) = \left|\cos^5\left(\frac{x}{2}\right)\right|$ का मूलभूत आवर्तनांक है -

(A) π (B) 2π

(C) $\frac{\pi}{2}$ (D) 4π

Q.34 f(x) = cos (sin x) + cos (cos x) का मूलभूत आवर्तनांक है -

(A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{6}$

(C) π (D) $\frac{\pi}{2}$

Q.35 फलन $f(x) = |\sin \pi x| + e^{3(x-[x])}$ का मूलभूत आवर्तनांक (जहाँ [ ] महत्तम पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करता है) है-

(A) 1 (B) 2

(C) $\frac{1}{3}$ (D) इनमें से कोई नहीं

प्रश्न सम तथा विषम फलन पर आधारित

Q.36 निम्न में से कौनसा सम फलन है ?

(A) $x\,\frac{a^x-1}{a^x+1}$ (B) tan x

(C) $\frac{a^x-a^{-x}}{2}$ (D) $\frac{a^x+1}{a^x-1}$

Q.37 निम्न में से कौनसा फलन विषम फलन है

(A) $f(x) = \sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{1-x+x^2}$

(B) $f(x) = x\left(\frac{a^x+1}{a^x-1}\right)$

(C) $f(x) = \log\left(\frac{1-x}{1+x^2}\right)$

(D) f(x) = k (अचर)

प्रश्न **विविध बिन्दुओं पर आधारित**

Q.38 उन बिन्दुओं का समुच्चय जिनके लिए $f(x) = \cos(\sin x) > 0$ निम्न को समाहित करता है -

(A) $(-\infty, 0]$

(B) $[-1, 1]$

(C) $(-\infty, \infty)$

(D) सभी सही हैं

Q.39 यदि [x]; x के लिए महत्तम पूर्णांक फलन को दर्शाता है, तब $\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{1000}\right]+\left[\frac{1}{2}+\frac{2}{1000}\right]+...+\left[\frac{1}{2}+\frac{999}{1000}\right] =$

(A) 498 (B) 499

(C) 500 (D) 501

Q.40 माना फलन $f(x) = 3x^2 - 4x + 8 \log(1 + |x|)$ अन्तराल [0, 1] पर परिभाषित है। अन्तराल [–1, 0] में फलन f(x) का सम विस्तार है -

(A) $3x^2 + 4x + 8 \log(1 + |x|)$

(B) $3x^2 - 4x + 8 \log(1 + |x|)$

(C) $3x^2 + 4x - 8 \log(1 + |x|)$

(D) $3x^2 - 4x - 8 \log(1 + |x|)$

Q.41 मानाकि $f : N \to N$ जहाँ $f(x) = x + (-1)^{x-1}$ तब f है-

(A) स्वयं का प्रतिलोमी

(B) सम फलन

(C) आवर्ती फलन

(D) तत्समक फलन

Exercise (Level) 2

केवल एक सही विकल्प प्रकार के प्रश्न

Q.1 यदि $\frac{\cos(\sin nx)}{\tan(x/n)}$ $(n \in N)$ का मूलभूत आवर्तनांक 6π है तो n बराबर है –

(A) 3 (B) 2
(C) 6 (D) 1

Q.2 माना $f(x) = \sin^2\left(\frac{x}{2}\right) + \cos^2\left(\frac{x}{2}\right)$ एवं $g(x) = \sec^2 x - \tan^2 x$ है, तब दो फलन किस समुच्चय पर बराबर है -

(A) ϕ
(B) $R - \left\{x : x = (2n+1)\frac{\pi}{2}, n \in Z\right\}$
(C) R
(D) इनमें से कोई नहीं

Q.3 फलन $\sin\left(\log\left(\frac{\sqrt{4-x^2}}{1-x}\right)\right)$ का प्रान्त तथा परिसर है

(A) [–2, 1), (–1, 1) (B) (–2, 1), [–1, 1]
(C) (–2, 1), R (D) इनमें से कोई नहीं

Q.4 $\sin^{-1}\left[x^2 + \frac{1}{2}\right] + \cos^{-1}\left[x^2 - \frac{1}{2}\right]$ जहाँ [ ] महत्तम पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करता है, का परिसर है -

(A) $\left\{\frac{\pi}{2}, \pi\right\}$ (B) $\{\pi\}$
(C) $\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$ (D) इनमें से कोई नहीं

Q.5 माना $f(x) = \frac{9^x}{9^x + 3}$ तथा $f(x) + f(1 - x) = 1$, तब $f\left(\frac{1}{1996}\right) + \left(\frac{2}{1996}\right) + \ldots + f\left(\frac{1995}{1996}\right)$ का मान है -

(A) 998 (B) 997
(C) 997.5 (D) 998.5

Q.6 यदि f(x) एक बहुपद हैं जो $f(x).f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$ को सन्तुष्ट करता है तथा $f(4) = 65$ तब $f(6) =$

(A) 176 (B) 217
(C) 289 (D) इनमें से कोई नहीं

Q.7 माना $f : R \to R$, $f(x) = \frac{\sin([x]\pi)}{x^2 + 2x + 4}$ के द्वारा परिभाषित है, [.] = महत्तम पूर्णांक फलन, तब असत्य है -

(A) f आवर्ती है (B) f सम है
(C) f बहुऐकी है (D) f आच्छादक है

Q.8 माना $f : R \to R$ एक फलन है जो $f(x) = x + \sqrt{x^2}$ के द्वारा परिभाषित है तब f है -

(A) एकैकी (B) आच्छादक
(C) एकैकी आच्छादक (D) इनमें से कोई नहीं

Q.9 निम्न में से कौनसे फलन समान है ?

(A) $f(x) = x$, $g(x) = \sqrt{x^2}$
(B) $f(x) = \log x^2$, $g(x) = 2 \log x$
(C) $f(x) = 1$, $g(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$
(D) $f(x) = \frac{x}{x}$, $g(x) = 1$

Q.10 माना $f : (4, 6) \to (6, 8)$ एक फलन है जो $f(x) = x + \left[\frac{x}{2}\right]$ द्वारा परिभाषित है, जहाँ [ ] महत्तम पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करता है तो $f^{-1}(x)$ बराबर है

(A) x – 2 (B) $x - \left[\frac{x}{2}\right]$
(C) – x – 2 (D) इनमें से कोई नहीं

Q.11 वह अन्तराल जिसके लिए $\sin^{-1}\sqrt{x} + \cos^{-1}\sqrt{x} = \frac{\pi}{2}$ है, होगा -

(A) $[0, \infty)$ (B) [0, 3] (C) [0, 1] (D) [0, 2]

Q.12 फलन $f(x) = \sqrt{\log_{10}\cos(2\pi x)}$ का अस्तित्व है -

(A) x के किसी भी परिमेय मान के लिए
(B) केवल तब, जबकि x धनात्मक पूर्णांक हो
(C) केवल तब, जबकि x भिन्नांश हो
(D) शून्य सहित x के किसी भी पूर्णांक मान के लिए

Q.13 फलन $\sec^{-1}[x^2 - x + 1]$ का प्रान्त है.
(जहाँ [·] महत्तम पूर्णांक फलन है)

(A) [0, 1]
(B) $(-\infty, 0] \cup [1, \infty)$
(C) $\left[\frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right]$
(D) इनमें से कोई नहीं

Q.14 फलन $f(x) = \dfrac{\cot^{-1} x}{\sqrt{\{x^2 - [x^2]\}}}$ का प्रान्त है, जहाँ [x] महत्तम पूर्णांक $\le x$ को दर्शाता है -

(A) R

(B) $R - \{\pm \sqrt{n} \ : n \in I^+ \cup \{0\}\}$

(C) $R - \{0\}$

(D) $R - \{n : n \in I\}$

Q.15 फलन $f(x) = \log\{(\log x)^2 - 5 \log x + 6\}$ का प्रान्त बराबर है -

(A) $(0, 10^2)$ (B) $(10^3, \infty)$

(C) $(10^2, 10^3)$ (D) $(0, 10^2) \cup (10^3, \infty)$

Q.16 यदि $A = \left\{x : \frac{\pi}{6} \le x \le \frac{\pi}{3}\right\}$ तथा

$f(x) = \cos x - x(1 + x)$ तब f(A) बराबर है -

(A) $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$

(B) $\left[-\frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{6}\right]$

(C) $\left[\frac{1}{2} - \frac{\pi}{3}\left(1 + \frac{\pi}{3}\right), \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}\left(1 + \frac{\pi}{6}\right)\right]$

(D) $\left[\frac{1}{2} + \frac{\pi}{3}\left(1 - \frac{\pi}{3}\right), \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{6}\left(1 - \frac{\pi}{6}\right)\right]$

Q.17 यदि A सभी त्रिभुजों का तथा B धनात्मक वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है, तब प्रतिचित्रण $f : A \to B$ जो $f(\Delta) = \Delta$ का क्षेत्रफल $(\Delta \in A)$ से परिभाषित है, होगा-

(A) एकैकी अन्तर्क्षेपी फलन है

(B) एकैकी आच्छादक फलन है

(C) बहुएकैकी अन्तर्क्षेपी फलन है

(D) बहुएकैकी आच्छादक फलन है

Q.18 माना $f : R \to A = \left\{y \mid 0 \le y < \frac{\pi}{2}\right\}$ एक फलन इस प्रकार है कि $f(x) = \tan^{-1}(x^2 + x + k)$, जहाँ k अचर है, k का वह मान जिसके लिए f आच्छादक फलन है, होगा -

(A) 1 (B) 0

(C) $\frac{1}{4}$ (D) कोई नहीं

Q.19 निम्न में से कौनसा फलन एकैकी प्रतिचित्रण नहीं है -

(A) $f(x) = |x + 1|, x \in [-1, \infty)$

(B) $g(x) = x + \frac{1}{x};\ x \in (0, \infty)$

(C) $h(x) = x^2 + 4x - 5 ; x \in (0, \infty)$

(D) $k(x) = e^{-x} ; x \in [0, \infty)$

Q.20 माना f एक एकैकी प्रतिचित्रण है जिसका प्रान्त {x, y, z} तथा परिसर {1, 2, 3} है, इस प्रकार है कि निम्न में से ठीक एक कथन सत्य है तथा शेष असत्य है : $f(x) = 1$, $f(y) \ne 1$, $f(z) \ne 2$ तब $f^{-1}(1)$ का मान है-

(A) x (B) y

(C) z (D) इनमें से कोई नहीं

Q.21 माना $f : R \to R$ तथा $g : R \to R$ दो एकैकी तथा आच्छादक फलन इस प्रकार है कि यह रेखा $y = 0$ के सापेक्ष एक दूसरे का दर्पण प्रतिबिम्ब है, तो $h(x) = f(x) + g(x)$ है -

(A) एकैकी तथा आच्छादक

(B) एकैकी परन्तु आच्छादक नहीं

(C) आच्छादक परन्तु एकैकी नहीं

(D) न एकैकी और न आच्छादक

Q.22 $f(x) = e^{\cos\{x\}} + \sin \pi[x]$ का मूलभूत आवर्तनांक है (जहाँ, [.] तथा { } क्रमशः महत्तम पूर्णांक फलन तथा भिन्नात्मक भाग फलन है)

(A) 1 (B) 2 (C) π (D) 2π

Q.23 यदि $f(x) = \cos(ax) + \sin(bx)$ आवर्ती है, तब निम्न में से कौनसा कथन असत्य है -

(A) a व b दोनों परिमेय हैं

(B) अनावर्ती है यदि a परिमेय है परन्तु b अपरिमेय है

(C) अनावर्ती है यदि a अपरिमेय है परन्तु b परिमेय है

(D) इनमें से कोई नहीं

Q.24 यदि $f : [-20, 20] \to R$ जो $f(x) = \left[\frac{x^2}{a}\right] \sin x + \cos x$ द्वारा परिभाषित है, एक सम फलन है, तो a के मानों का समुच्चय है (जहाँ [.] महत्तम पूर्णांक फलन है) -

(A) $(-\infty, 100)$ (B) $(400, \infty)$

(C) $(-400, 400)$ (D) इनमें से कोई नहीं

Q.25 माना f एक फलन है जो $f(x + y) = f(x).\ f(y)$ को सभी $x, y \in R$ के लिए संतुष्ट करता है। यदि $f(1) = 3$ तब $\sum_{r=1}^{n} f(r)$ बराबर है -

(A) $\frac{3}{2}(3^n - 1)$

(B) $\frac{3}{2}n(n + 1)$

(C) $3^{n+1} - 3$

(D) इनमें से कोई नहीं

Q.26 यदि $f(x) = [x^2] - [x]^2$ जहाँ $[\cdot]$ महत्तम पूर्णांक फलन को निरूपित करता है तथा $x \in [0, 2]$, तब f(x) के मानों का समुच्चय है -

(A) $\{-1, 0\}$ (B) $\{-1, 0, 1\}$

(C) $\{0\}$ (D) $\{0, 1, 2\}$

Q.27 फनल $f(x) = \frac{3}{4-x^2} + \log_{10}(x^3 - x)$ का प्रांत होगा -

(A) $(-1, 0) \cup (1, 2) \cup (2, \infty)$

(B) $(1, 2)$

(C) $(-1, 0) \cup (1, 2)$

(D) $(1, 2) \cup (2, \infty)$

Q.28 यदि $f : R \to R$ सभी $x, y \in R$ के लिये $f(x + y) = f(x) + f(y)$ को संतुष्ट करता है तथा $f(1) = 7$, तो $\sum_{r=1}^{n} f(r)$ बराबर है -

(A) $\frac{7n(n+1)}{2}$ (B) $\frac{7n}{2}$

(C) $\frac{7(n+1)}{2}$ (D) $7n(n+1)$

Q.29 निम्न में से कौनसा फलन स्वयं का प्रतिलोम है -

(A) $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ (B) $g(x) = 5^{\log x}$

(C) $h(x) = 2^{x(x-1)}$ (D) इनमें से कोई नहीं

Q.30 यदि $f(\theta) = \frac{(2\cos\theta-1)(2\cos 2\theta-1)(2\cos 4\theta-1).....(2\cos 2^{n-1}\theta-1)}{2\cos 2^n\theta+1}$

जहाँ $n \in N$ तथा $\theta \neq 2m\pi \pm \frac{2\pi}{3}, m \in I$, तब $f\left(\frac{\pi}{4}\right) =$

(A) $1 - \sqrt{2}$ (B) $\sqrt{2} - 1$

(C) $\sqrt{2} + 1$ (D) इनमें से कोई नहीं

Exercise (Level) 3

OLD EXAMINATION QUESTIONS [JEE MAIN]

Q.1 माना f : (–1, 1) → B इस प्रकार परिभाषित है $f(x) = \tan^{-1}\dfrac{2x}{1-x^2}$ है। यदि फलन f एकैकी तथा आच्छादक है तो अन्तराल B होगा **[AIEEE-2005]**

(A) $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ (B) $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ (C) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ (D) $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

Q.2 एक वास्तविक मान फलन f(x) फलनीय समीकरण $f(x - y) = f(x)\,f(y) - f(a - x)\,f(a + y)$ को सन्तुष्ट करता है, जहाँ a दिया गया अचर है तथा f(0) = 1 तो f(2a – x) का मान है - **[AIEEE-2005]**

(A) –f(x) (B) f(x)
(C) f(a) + f(a – x) (D) f(–x)

Q.3 $\left(\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ के मध्य स्थित वह अधिकतम अन्तराल, जिसके लिये फलन $f(x) = 4^{-x^2} + \cos^{-1}\left(\frac{x}{2} - 1\right) + \log(\cos x)$ परिभाषित है, होगा - **[AIEEE-2007]**

(A) $[0, \pi]$ (B) $\left(\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$
(C) $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$ (D) $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$

Q.4 माना $f : N \to Y$; f(x) = 4x + 3 द्वारा परिभाषित एक फलन है जहाँ $Y = |y \in N : y = 4x + 3$ किसी $x \in N|$ के लिए, तब f का प्रतिलोम है - **[AIEEE 2008]**

(A) $g(y) = 4 + \frac{y+3}{4}$ (B) $g(y) = \frac{y+3}{4}$
(C) $g(y) = \frac{y-3}{4}$ (D) $g(y) = \frac{3y+4}{3}$

Q.5 वास्तविक x के लिए माना $f(x) = x^3 + 5x + 1$, तब - **[AIEEE 2009]**

(A) f, R में एकैकी है परन्तु आच्छादक नहीं
(B) f, R में आच्छादक है परन्तु एकैकी नहीं
(C) f, R में एकैकी तथा आच्छादक है
(D) f, R में ना तो एकैकी है ना ही आच्छादक

Q.6 माना $f(x) = (x + 1)^2 - 1, x \geq -1$
कथन - 1 : समुच्चय $\{x : f(x) = f^{-1}(x)\} = \{0, -1\}$.
कथन - 2 : f एकैकी आच्छादक है **[AIEEE 2009]**

(A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है तथा कथन-2, कथन -1 का सही स्पष्टीकरण है।
(B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है परन्तु कथन-2, कथन -1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
(C) कथन-1 सत्य है परन्तु कथन-2 असत्य है।
(D) कथन-1 असत्य है रपन्तु, कथन-2 सत्य है।

Q.7 फलन $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{|x| - x}}$ का प्रान्त है : **[AIEEE 2011]**

(A) $(-\infty, \infty)$ (B) $(0, \infty)$
(C) $(-\infty, 0)$ (D) $(-\infty, \infty) - \{0\}$

Q.8 माना समुच्चय R में A तथा B दो अरिक्त समुच्चय है तथा $f : A \to B$ एक एकैकी आच्छादी फलन है।
कथन-1 : f एक आच्छादी फलन है
कथन-2 : एक फलन $g : B \to A$ का अस्तित्व है, जिसके लिए $fog = I_B$ है। **[AIEEE Online -2012]**

(A) कथन-1 सही है, कथन-2 सही है, कथन-2 कथन-1 की सही व्याख्या है
(B) कथन-1 सही है, कथन-2 सही है, कथन-2 कथन-1 की सही व्याख्या नहीं है
(C) कथन-1 सही है, कथन-2 गलत है
(D) कथन-1 गलत है, कथन-2 सही है

Q.9 फलन $f(x) = \dfrac{x}{1+|x|}, x \in R$ का परिसर है : **[AIEEE Online -2012]**

(A) [–1, 1] (B) R (C) R – {0} (D) (–1, 1)

Q.10 माना दिये गये समुच्चय S के सभी उपसमुच्चयों का समुच्चय P(S) दर्शाता है, तो समुच्चय S = {1, 2, 3} से समुच्चय P(S) पर बनने वाले एकैकी फलनों की संख्या है : **[AIEEE Online -2012]**

(A) 24 (B) 8 (C) 336 (D) 320

Q.11 माना A = {1, 2, 3, 4} तथा R : A → A, R = {(1, 1), (2, 3), (3, 4), (4, 2)} के द्वारा परिभाषित सम्बन्ध है तब सही कथन है - **[JEE Main Online -2013]**

(A) R कोई प्रतिलोम नहीं रखता है

(B) R एकैकी फलन नहीं है

(C) R एक आच्छादक फलन है

(D) R एक फलन नहीं है

Q.12 यदि $a \in R$ तथा समीकरण

$-3(x-[x])^2 + 2(x-[x]) + a^2 = 0$

(जहाँ [x] उस बड़े से बड़े पूर्णांक को दर्शाता है जो ≤ x है) का कोई पूर्णांकीय हल नहीं है, तो a के सभी संभव मान जिस अंतराल में स्थित हैं, वह है : **[JEE Main -2014]**

(A) $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$ (B) $(-1, 0) \cup (0, 1)$

(C) (1, 2) (D) (–2, –1)

Q.13 यदि $f(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x - 1,\ x \in R$ है, तो समीकरण f(x) = 0 का/के : **[JEE Main Online - 2014]**

(A) कोई हल नहीं है (B) एक हल है

(C) दो हल है (D) दो से अधिक हल है

Q.14 माना *f* एक विषम फलन है जो कि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय पर $f(x) = 3\sin x + 4\cos x$ द्वारा परिभाषित है जहाँ x ≥ 0 हैं, तो $x = -\frac{11\pi}{6}$ पर *f*(x) बराबर है : **[JEE Main Online -2014]**

(A) $\frac{3}{2}+2\sqrt{3}$ (B) $-\frac{3}{2}+2\sqrt{3}$

(C) $\frac{3}{2}-2\sqrt{3}$ (D) $-\frac{3}{2}-2\sqrt{3}$

Q.15 माना $f : R \to R$, $f(x) = \frac{|x|-1}{|x|+1}$ द्वारा परिभाषित है, तो *f* **[JEE Main Online - 2014]**

(A) एकैकी तथा आच्छादी दोनों हैं।

(B) एकैकी है पर आच्छादी नहीं है।

(C) आच्छादी है पर एकैकी नही है।

(D) न तो एकैकी है और न ही आच्छादी है।

Q.16 माना $f(n) = \left[\frac{1}{3}+\frac{3n}{100}\right]n$, जहाँ [n] एक महत्तम पूर्णांक, जो n से छोटा अथवा बराबर है, तो $\sum_{n=1}^{56} f(n)$ बराबर है **[JEE Main Online - 2014]**

(A) 56 (B) 689 (C) 1287 (D) 1399

Q.17 फलन $f(x) = |\sin 4x| + |\cos 2x|$ एक आवर्ती फलन हैं जिसका आवर्त काल है **[JEE Main Online - 2014]**

(A) 2π (B) π (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{\pi}{4}$

Q.18 यदि $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x,\ x \neq 0$ तथा

$S = \{x \in R : f(x) = f(-x)\}$; तब S : **[JEE Main - 2016]**

(A) एक रिक्त समुच्चय है

(B) ठीक एक अवयव रखता है

(C) ठीक दो अवयव रखता है

(D) दो से अधिक अवयव रखता है

Q.19 $x \in \mathbf{R},\ x \neq 0,\ x \neq 1$ के लिए माना $f_0(x) = \frac{1}{1-x}$ तथा $f_{n+1}(x) = f_0(f_n(x))$, n = 0, 1, 2, ... है, तो $f_{100}(3) + f_1\left(\frac{2}{3}\right) + f_2\left(\frac{3}{2}\right)$ बराबर है - **[JEE Main Online -2016]**

(A) $\frac{8}{3}$ (B) $\frac{5}{3}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{1}{3}$

Q.20 फलन $f : R \to \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, जो $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ द्वारा परिभाषित है - **[JEE Main - 2017]**

(A) एकैकी है परन्तु आच्छादी नहीं है

(B) आच्छादक है परन्तु एकैकी नहीं है

(C) न तो आच्छादक और न ही एकैकी है

(D) व्युत्क्रमणीय है

Q.21 माना $f(x) = 2^{10}x + 1$ एवं $g(x) = 3^{10}x - 1$ है। यदि $(fog)(x) = x$ है, तब x बराबर होगा - **[JEE Main Online -2017]**

(A) $\frac{2^{10}-1}{2^{10}-3^{-10}}$ (B) $\frac{1-2^{-10}}{3^{10}-2^{-10}}$

(C) $\frac{3^{10}-1}{3^{10}-2^{-10}}$ (D) $\frac{1-3^{-10}}{2^{10}-3^{-10}}$

Q.22 फलन $f(x) = x - 5\left[\frac{x}{5}\right]$ जहाँ N प्राकृत संख्याओं का समुच्चय है तथा [x] महत्तम पूर्णांक फलन को व्यक्त करता है, है - **[JEE Main Online -2017]**

(A) एकैकी परन्तु आच्छादक नहीं
(B) एकैकी तथा आच्छादक
(C) न तो एकैकी न ही आच्छादक
(D) आच्छादक परन्तु एकैकी नहीं

Q.23 माना फलन $f : A \to B$ इस प्रकार परिभाषित है कि $f(x) = \frac{x-1}{x-2}$ है जहाँ $A = R - \{2\}$ तथा $B = R - \{1\}$ है। तब f है **[JEE-Main Online-2018]**

(A) प्रतिलोमीय तथा $f^{-1}(y) = \frac{2y+1}{y-1}$
(B) प्रतिलोमीय तथा $f^{-1}(y) = \frac{3y-1}{y-1}$
(C) प्रतिलोमीय नहीं
(D) प्रतिलोमीय तथा $f^{-1}(y) = \frac{2y-1}{y-1}$

Q.24 माना $x \in R - \{0, 1\}$ के लिए, तीन फलन $f_1(x) = \frac{1}{x}$, $f_2(x) = 1 - x$ तथा $f_3(x) = \frac{1}{1-x}$ दिये गये हैं। यदि एक फलन J(x), $(f_2 \circ J \circ f_1)(x) = f_3(x)$ को सन्तुष्ट करता है, तो J(x) बराबर है : **[JEE Main - 2019]**

(A) $\frac{1}{x} f_3(x)$ (B) $f_2(x)$ (C) $f_3(x)$ (D) $f_1(x)$

Q.25 माना $A = \{x \in R : x$ एक धन पूर्णांक नहीं है$\}$ एक फलन $f : A \to R$ निम्न प्रकार से परिभाषित है : $f(x) = \frac{2x}{x-1}$, तो f एक : **[JEE Main - 2019]**

(A) एकैकी फलन नहीं है।
(B) आच्छादक है, परन्तु एकैकी फलन नहीं है।
(C) एकैकी है, परन्तु आच्छादक फलन नहीं है।
(D) न एकैकी है और न आच्छादक फलन है।

Q.26 माना N प्राकृत संख्याओं के समुच्चय को दर्शाता है तथा दो फलन f और g निम्न इस प्रकार परिभाषित है : $f, g : N \to N$

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n+1}{2} & ; \text{ यदि n विषम है} \\ \frac{n}{2} & ; \text{ यदि n सम है} \end{cases}$$ तथा

$g(n) = n - (-1)^n$; तो फलन fog **[JEE Main - 2019]**

(A) न तो एकैकी और न ही आच्छादक है
(B) आच्छादक है परन्तु एकैकी नहीं है
(C) एकैकी तथा आच्छादक दोनों है
(D) एकैकी है परन्तु आच्छादक नहीं है

Q.27 माना $f : R \to R$, $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$, $x \in R$ द्वारा परिभाषित किया गया है, तो f का परिसर है : **[JEE Main - 2019]**

(A) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ (B) $R - \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$
(C) $(-1, 1) - \{0\}$ (D) $R - [-1, 1]$

Q.28 माना k = 1, 2, 3, ... के लिए $f_k(x) = \frac{1}{k}(\sin^k x + \cos^k x)$ है, तो सभी $x \in R$ के लिए, $f_4(x) - f_6(x)$ का मान बराबर है : **[JEE Main - 2019]**

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{5}{12}$ (C) $\frac{-1}{12}$ (D) $\frac{1}{12}$

Q.29 माना फलन $f : (0, \infty) \to (0, \infty)$; $f(x) = \left|1 - \frac{1}{x}\right|$ द्वारा परिभाषित है, तो f : **[JEE Main - 2019]**

(A) आच्छादक है परन्तु एकैकी नहीं है
(B) न एकैकी है और न आच्छादक है
(C) केवल एकैकी है
(D) एकैकी आच्छादक दोनों है

Q.30 यदि $f(x) = \log_e\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$, $|x| < 1$ है, तब $f\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$ बराबर है - **[JEE Main - 2019]**

(A) $2f(x)$ (B) $2f(x^2)$ (C) $(f(x))^2$ (D) $-2f(x)$

Q.31 माना $f(x) = a^x$ (a > 0) को $f(x) = f_1(x) + f_2(x)$ के रूप में लिखा गया है जबकि $f_1(x)$ एक सम फलन है और $f_2(x)$ एक विषम फलन है, तो $f_1(x + y) + f_1(x - y)$ बराबर है: **[JEE Main - 2019]**

(A) $2f_1(x+y) f_2(x-y)$ (B) $2f_1(x+y) f_1(x-y)$
(C) $2f_1(x) f_2(y)$ (D) $2f_1(x) f_1(y)$

Q.32 माना $\sum_{k=1}^{10} f(a+k) = 16(2^{10} - 1)$ है, जहाँ सभी प्राकृत संख्याओं x, y के लिए, फलन f, $f(x + y) = f(x)f(y)$ को संतुष्ट करता है तथा f(1) = 2 है, तो प्राकृत संख्या 'a' बराबर है **[JEE Main - 2019]**

(A) 2 (B) 3 (C) 16 (D) 4

Q.33 यदि फलन $f : R - \{1, -1\} \to A$ जो $f(x) = \frac{x^2}{1-x^2}$ के द्वारा परिभाषित किया जाता है, आच्छादक है, तब A बराबर है : **[JEE Main - 2019]**

(A) $R - \{-1\}$ (B) $R - [-1, 0)$

(C) $R - (-1, 0)$ (D) $[0, \infty)$

Q.34 फलन $f(x) = \frac{1}{4-x^2} + \log_{10}(x^3 - x)$ का प्रान्त है : **[JEE Main - 2019]**

(A) $(1, 2) \cup (2, \infty)$

(B) $(-2, -1) \cup (-1, 0) \cup (2, \infty)$

(C) $(-1, 0) \cup (1, 2) \cup (2, \infty)$

(D) $(-1, 0) \cup (1, 2) \cup (3, \infty)$

Q.35 माना $f(x) = x^2, x \in R$ है। किसी भी $A \subseteq R$ के लिए $g(A) = \{x \in R : f(x) \in A\}$ है। यदि $S = [0, 4]$ है, तो निम्न में से कौन-सा एक कथन सही नहीं है ? **[JEE Main - 2019]**

(A) $g(f(S)) \neq S$ (B) $f(g(S)) = S$

(C) $f(g(S)) \neq f(S)$ (D) $g(f(S)) = g(S)$

Q.36 $x \in (0, 3/2)$ के लिए माना $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = \tan x$ तथा $h(x) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$ है। यदि $\phi(x) = ((hof)og)(x)$, तो $\phi\left(\frac{\pi}{3}\right)$ बराबर है : **[JEE Main - 2019]**

(A) $\tan\frac{7\pi}{12}$ (B) $\tan\frac{11\pi}{12}$

(C) $\tan\frac{\pi}{12}$ (D) $\tan\frac{5\pi}{12}$

Q.37 यदि $g(x) = x^2 + x - 1$ तथा $(gof)(x) = 4x^2 - 10x + 5$, तब $f\left(\frac{5}{4}\right)$ बराबर है : **[JEE Main - 2020]**

(A) $-\frac{3}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{1}{2}$

Q.38 माना $f : R \to R$ एक फलन है जो $f(x + y) = f(x) + f(y) \forall x, y \in R$ को संतुष्ट करता है। यदि $f(1) = 2$ तथा $g(n) = \sum_{k=1}^{(n-1)} f(k), n \in N$ तब n का मान जिसके लिए $g(n) = 20$, है : **[JEE Main - 2020]**

(A) 5 (B) 9 (C) 20 (D) 4

Q.39 माना $f : R \to R$, $f(x) = 2x - 1$ के द्वारा परिभाषित है तथा $g : R - \{1\} \to R$, $g(x) = \frac{x - \frac{1}{2}}{x - 1}$ द्वारा परिभाषित है। तब सम्मिश्र फलन $f(g(x))$ है: **[JEE Main - 2021]**

(A) आच्छादक परन्तु एकैकी नहीं

(B) एकैकी तथा आच्छादक दोनों

(C) एकैकी परन्तु आच्छादक नहीं

(D) न तो एकैकी ना ही आच्छादक

Q.40 माना $A = \{2, 3, 4, 5, \ldots, 30\}$ तथा '$\simeq$' ; $A \times A$ पर एक तुल्य संबंध है, जो $(a, b) \simeq (c, d)$ द्वारा परिभाषित है, यदि और केवल यदि $ad = bc$. तब क्रमित युग्मों की संख्या जो इस तुल्य संबंध को क्रमित युग्म (4, 3) के साथ संतुष्ट करता है, बराबर है : **[JEE Main - 2021]**

(A) 5 (B) 6 (C) 8 (D) 7

Q.41 माना $f : R - \{3\} \to R - \{1\}$; $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$ द्वारा परिभाषित है। माना $g : R \to R$; $g(x) = 2x - 3$ द्वारा दिया जाता है। तब, x के सभी मानों का योग जिनके लिए $f^{-1}(x) + g^{-1}(x) = \frac{13}{2}$ बराबर है **[JEE Main - 2021]**

(A) 7 (B) 2 (3) 5 (4) 3

Q.42 माना एक फलन $\boldsymbol{f : N \to R}$ इस प्रकार है कि $f(x + y) = 2f(x) f(y)$, प्राकृत संख्याओं x तथा y के लिए है। यदि $f(1) = 2$ तब α का मान जिसके लिए $\sum_{k=1}^{10} f(\alpha + k) = \frac{512}{3}(2^{20} - 1)$ सत्य है, है : **[JEE Main-2022]**

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6

Q.43 माना $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$, $x \in R - \{0, -1, 1\}$ है। यदि $f^{n+1}(x) = f(f^n(x))$ सभी $n \in N$ के लिए, तब $f^6(6) = f^7(7)$ बराबर है **[JEE Main-2022]**

(A) $\frac{7}{6}$ (B) $-\frac{3}{2}$ (C) $\frac{7}{12}$ (D) $-\frac{11}{12}$

Q.44 माना $f : R \to R$ इस प्रकार परिभाषित है कि $f(x) = x - 1$ तथा $g : R - \{1, -1\} \to R$ इस प्रकार परिभाषित है कि $g(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1}$. तब फलन fog है : **[JEE Main-2022]**

(A) एकैकी परन्तु अच्छादक नहीं
(B) अच्छादक परन्तु एकैकी नहीं
(C) एकैकी तथा अच्छादक दोनों
(D) न तो एकैकी ना ही अच्छादक

Q.45 माना एक फलन $f : N \to N$ इस प्रकार परिभाषित है कि

$$f(n) = \begin{cases} 2n, & n = 2,4,6,8.... \\ n-1, & n = 3,7,11,15.... \\ \dfrac{n+1}{2} & n = 1,5,9,13.... \end{cases}$$

तब, f है **[JEE Main-2022]**
(A) एकैकी परन्तु अच्छादक नहीं
(B) अच्छादक परन्तु एकैकी नहीं
(C) न तो एकैकी ना ही अच्छादक
(D) एकैकी तथा अच्छादक दोनों

Q.46 माना $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ में एक सतत् फलन इस प्रकार है कि $f(3x) - f(x) = x$. यदि $f(8) = 7$, तब $f(14)$ बराबर है **[JEE Main-2022]**
(A) 4 (B) 10 (C) 11 (D) 16

Q.47 माना $f(x)$ तथा $g(x)$ क्रमशः 2 तथा 1 घात के दो वास्तविक बहुपद हैं। यदि $f(g(x)) = 8x^2 - 2x$ तथा $g(f(x)) = 4x^2 + 6x + 1$ है, तब $f(2) + g(2)$ का मान है ___________. **[JEE Main-2022]**

Q.48 फलनों f की संख्या, जो समुच्चय $A = \{x \in N : x^2 - 10x + 9 \le 0\}$ से समुच्चय $B = \{n^2 : n \in N\}$ में इस प्रकार परिभाषित है, कि प्रत्येक $x \in A$ के लिए $f(x) \le (x-3)^2 + 1$ हो, है _________ .
[JEE Main-2022]

Q.49 यदि $f(x) = \dfrac{2^{2x}}{2^{2x}+2}$, $x \in R$, तो $f\left(\dfrac{1}{2023}\right) + f\left(\dfrac{2}{2023}\right) + ... + f\left(\dfrac{2022}{2023}\right)$ बराबर है– **[JEE Main-2023]**
(1) 1010 (2) 2011 (3) 1011 (4) 2010

Q.50 मान लीजिऐ $f(x)$ एक फलन इस प्रकार है कि $f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$,$\forall x, y \in N$. यदि $f(1) = 3$ और $\sum_{k=1}^{n} f(k) = 3279$, तब n का मान है–
[JEE Main-2023]
(A) 8 (B) 9 (C) 6 (D) 7

Q.51 मान लीजिऐ f, g और h वास्तविक विद्यमान फलन है जिन्हे R के रूप में परिभावित किया गया है।

$$f(x)\begin{cases} \dfrac{x}{|x|}, & x \ne 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases} \quad , \quad g(x)\begin{cases} \dfrac{\sin(x+1)}{(x+1)}, & x \ne -1 \\ 1, & x = -1 \end{cases}$$

और $h(x) = 2[x] - f(x)$, जहाँ $[x]$ सबसे बड़ा पूर्णांक $\le x$ है तो $\lim_{x \to 1} g(h(x-1))$ का मान है–
[JEE Main-2023]
(A) 1 (B) –1 (C) sin(1) (D) 0

Q.52 मान लीजिऐ $f : (0, 1) \to R$ एक फलन है जो $f(x) = \dfrac{1}{1-e^{-x}}$, और $g(x) = (f(-x) - f(x))$. द्वारा परिभाषित है।
दो कथनो पर विचार करे
(I) g (0, 1) में एक वर्धमान फलन है
(II) g (0, 1) में एकैकी है। **[JEE Main-2023]**
(A) केवल (I) सही है। (B) (I) और (II) दोनो सही है।
(C) केवल (II) सही है। (D) न तो (I) ना हि (II) सही है।

Q.53 मान लीजिऐ $f : R - \{0, 1\} \to$ एक फलन इस प्रकार है कि $f(x) + f\left(\dfrac{1}{1-x}\right) = 1 + x$. तो $f(2)$ बराबर है।
[JEE Main-2023]
(A) $\dfrac{9}{2}$ (B) $\dfrac{9}{4}$ (C) $\dfrac{7}{3}$ (D) $\dfrac{7}{4}$

Q.54 फलन $f : N - \{1\} \to N$; $f(n)$ द्वारा परिभाषित = n का उच्चतम अभाज्य गुणनखण्ड हैं, है–
[JEE Main-2024]
(A) दोनों एकैकी व आच्छादक
(B) न तो एकैकी न ही आच्छादक
(C) केवल एकैकी
(D) केवल आच्छादक

Q.55 माना $f : R - \left\{\dfrac{-1}{2}\right\} \to R$ तथा $g : R - \left\{\dfrac{-5}{2}\right\} \to R$ को $f(x) = \dfrac{2x+3}{2x+1}$ और $g(x) = \dfrac{|x|+1}{2x+5}$ के रूप मे परिभाषित किया गया है, तब फलन fog का प्रान्त है।
[JEE Main-2024]
(A) R (B) $R - \left\{\dfrac{-5}{2}\right\}$
(C) $R - \left\{\dfrac{-7}{4}\right\}$ (D) $R - \left\{\dfrac{-5}{2}, -\dfrac{7}{4}\right\}$

Q.56 यदि $f(x) = \begin{cases} 2+2x, & -1 \le x < 0 \\ 1-\dfrac{x}{3}, & 0 \le x \le 3 \end{cases}$;

$g(x) = \begin{cases} -x, & -3 \le x \le 0 \\ x, & 0 < x \le 1 \end{cases}$, तो (fog) (x) का परिसर है–

[JEE Main-2024]

(A) [0, 1] (B) (0, 1] (C) [0, 1) (D) [0, 3)

Q.57 माना की फलन $f(x) = \dfrac{2x^2-3x+8}{2x^2+3x+8}$ के अधिकतम और न्यूनतम मानों का योग $\dfrac{m}{n}$ है जहाँ gcd(m, n) = 1 है। तब $m+n$ बराबर है। **[JEE Main-2024]**

(A) 182 (B) 217 (C) 195 (D) 201

Q.58 माना $f(x) = 3\sqrt{x-2}+\sqrt{4-x}$ एक वास्तविक मान वाला फलन है। यदि α और β क्रमशः f के न्यूनतम और अधिकतम मान है, तो $\alpha^2+2\beta^2$ बराबर है।

[JEE Main-2024]

(A) 44 (B) 42 (C) 24 (D) 38

Q.59 माना A = {1, 2, 3, 4} तथा B = {1, 4, 9, 16} है | तब बहुएकैकी फलनों f: A → B की संख्या इस प्रकार हैं कि $1 \in f(A)$ बराबर हैं : **[JEE Main-2025]**

(A) 127 (B) 151 (C) 163 (D) 139

Q.60 माना $f(x) = \log_e x$ तथा $g(x) = \dfrac{x^4-2x^3+3x^2-2x+2}{2x^2-2x+1}$ है। तब fog का प्रान्त हैं। **[JEE Main-2025]**

(A) $\mathbb{R}$ (B) $(0, \infty)$ (C) $[0, \infty)$ (D) $[1, \infty)$

Q.61 यदि फलन

$f(x) = \log_7(1-\log_4(x^2-9x+18))$ का प्रान्त $(\alpha, \beta) \cup (\gamma, \delta)$ है, तब $\alpha+\beta+\gamma+\delta$ बराबर हैं–

[JEE Main-2025]

(A) 17 (B) 18 (C) 15 (D) 16

Q.62 यदि फलन $f(x) = \dfrac{5-x}{x^2-3x+2}$, $x \ne 1, 2$, का परिसर $(-\infty. \alpha] \cup [\beta, \infty)$ हैं, तब $\alpha^2+\beta^2$ बराबर हैं :

[JEE Main-2025]

(A) 194 (B) 192 (C) 188 (D) 190

Q.63 ऐसे फलनों $f : \{1, 2, \ldots, 100\} \to \{0, 1\}$ की संख्या जो 98 से कम या उसके बराबर धनात्मक पूर्णांक में से किसी एक को 1 निर्दिष्ट करते हैं, ______के बराबर हैं– **[JEE Main-2025]**

Exercise (Level) 4

Part-A : एक या एक से अधिक सही विकल्प प्रकार के प्रश्न

Q.1 यदि $f(x) = \sqrt{x^2 - |x|}$, $g(x) = \dfrac{1}{\sqrt{9-x^2}}$ है, तो D_{f+g} में समाहित है -
(A) $(-3, -1)$ (B) $[1, 3)$
(C) $[-3, 3]$ (D) $\{0\} \cup [1, 3)$

Q.2 यदि $f(x) = \dfrac{3x-1}{3x^3 + 2x^2 - x}$ तथा $S = \{x| f(x) > 0\}$ तब S निम्न को समाहित करता है -
(A) $(-\infty, -2)$ (B) $\left(\dfrac{1}{3}, 5\right)$
(C) $(-\infty, -1)$ (D) $(0, \infty) - \left\{\dfrac{1}{3}\right\}$

Q.3 यदि D फलन $f(x) = \sqrt{1-2x} + 3\sin^{-1}\left(\dfrac{3x-1}{2}\right)$ का प्रान्त है तब D निम्न को समाहित करता है -
(A) $\left[-\dfrac{1}{3}, \dfrac{1}{2}\right]$ (B) $\left[-\dfrac{1}{3}, 0\right]$
(C) $\left[-\dfrac{1}{3}, 1\right]$ (D) $\left[\dfrac{1}{2}, 1\right]$

Q.4 माना $A = R - \{2\}$ तथा $B = R - \{1\}$ है।
माना $f : A \to B$, $f(x) = \dfrac{x-3}{x-2}$ द्वारा परिभाषित है तब -
(A) f एकैकी है (B) f आच्छादक है
(C) f एकैकी आच्छादक है (D) इनमें से कोई नहीं

Q.5 यदि $F(x) = \dfrac{\sin \pi[x]}{\{x\}}$ है, तो F(x)
(A) मूल आवर्तनांक 1 के सापेक्ष आवर्ती होगा
(B) सम होगा
(C) का परिसर एकक होगा
(D) $\text{sgn}\left(\text{sgn}\dfrac{\{x\}}{\sqrt{\{x\}}}\right) - 1$ के समरूप है, जहाँ {x} फलन के भिन्नात्मक भाग को निरूपित करता है तथा [.] महत्तम पूर्णांक फलन को निरूपित करता है और sgn (x) एक सिग्नम फलन है।

Q.6 निम्न में $f : [-1, 1] \to [0, 2]$ द्वारा परिभाषित कौनसा रैखिक फलन आच्छादक है -
(A) $1 - x$ (B) $1 + x$ (C) $x - 1$ (D) $x + 2$

Q.7 $f : [-1, 1] \to [-1, 1]$ के द्वारा परिभाषित कौनसा फलन एकैकी आच्छादक नहीं है :
(A) $\sin(\sin^{-1}x)$ (B) $\dfrac{2}{\pi}\sin^{-1}(\sin x)$
(C) $(\text{sgn}\, x)\, \ell n\, e^x$ (D) $x^3\, \text{sgn}\, x$

Q.8 निम्न में से कौनसा फलन आवर्ती है ?
(A) $\text{sgn}(e^{-x})$
(B) $\sin x + |\sin x|$
(C) $\min(\sin x, |x|)$
(D) $\left[x + \dfrac{1}{2}\right] + \left[x - \dfrac{1}{2}\right] + 2[-x]$
जहाँ [x] महत्तम पूर्णांक फलन है

Q.9 यदि $f(x) = \begin{cases} 2x+3 & x \le 1 \\ a^2x+1 & x > 1 \end{cases}$ तब 'a' के मान जिनके लिए f(x) एकैकी है, होंगे
(A) –3 (B) 3 (C) 0 (D) 1

Q.10 मानाकि फलन $y = f(x)$ प्रतिबन्ध $f\left(x + \dfrac{1}{x}\right) = x^2 + \dfrac{1}{x^2}$ $(x \ne 0)$ को सन्तुष्ट करता है, तब
(A) f(x) का प्रान्त R है
(B) f(x) का प्रान्त $R - (-2, 2)$ है
(C) f(x) का परिसर $[-2, \infty)$ है
(D) f(x) का परिसर $[2, \infty)$ है

Q.11 $2f(\sin x) + f(\cos x) = x$ को सन्तुष्ट करने वाले वास्तविक मानी फलन पर विचार कीजिए। तब
(A) f(x) का प्रान्त R है
(B) f(x) का प्रान्त $[-1, 1]$ है
(C) f(x) का परिसर $\left[-\dfrac{2\pi}{3}, \dfrac{\pi}{3}\right]$ है
(D) f(x) का परिसर R है

Q.12 माना $f(x) = x^2 - 2ax + a(a+1)$, $f : [a, \infty) \to [a, \infty)$ है। यदि समीकरण $f(x) = f^{-1}(x)$ का एक हल 5049 है, तब अन्य हल हो सकते हैं -

(A) 5051 (B) 5048
(C) 5052 (D) 5050

Q.13 यदि $f : R^+ \to R^+$ एक बहुपद फलन है जो फलन समीकरण $f(f(x)) = 6x - f(x)$ को सन्तुष्ट करता है, तब $f(17)$ बराबर है -

(A) 17 (B) –51
(C) 34 (D) –34

Q.14 $f : R \to [-1, \infty)$ तथा $f(x) = \ell n([|\sin 2x| + |\cos 2x|])$ (जहाँ [.] महत्तम पूर्णांक फलन है)

(A) f(x) का परिसर Z है
(B) f(x) आवर्ती है जिसका मुख्य आवर्तनांक $\pi/4$ है।
(C) f(x) अन्तराल $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ में व्युत्क्रमणीय है
(D) f(x) अन्तर्क्षेपी फलन है

Q.15 माना $f(x) = \text{sgn}(\cot^{-1}x) + \tan\left(\frac{\pi}{2}[x]\right)$, जहाँ [x] महत्तम पूर्णांक फलन है, तब निम्न में से कौनसा/से विकल्प सत्य है ?

(A) f(x) बहुएकैकी है परन्तु समफलन नहीं है
(B) f(x) आवर्ती फलन है
(C) f(x) परिबद्ध फलन है
(D) f(x) का ग्राफ x-अक्ष से ऊपर रहता है

Q.16 माना $f : R \to R$, $f(x) = \max(1 + |x|, 2 - |x|)$ के द्वारा परिभाषित है, तब निम्न में से कौनसा/से सत्य है ?

(A) f आवर्ती फलन है
(B) f ना तो एकैकी है और ना ही आच्छादक
(C) f सम फलन है
(D) f का परिसर $= \left[\frac{3}{2}, \infty\right)$

Q.17 निम्न में से कौनसा/से फलन युग्म समान ग्राफ रखते है?

(A) $f(x) = \frac{\sec x}{\cos x} - \frac{\tan x}{\cot x}$, $g(x) = \frac{\cos x}{\sec x} + \frac{\sin x}{\text{cosec}\, x}$
(B) $f(x) = \text{sgn}(x^2 - 4x + 5)$,
$g(x) = \text{sgn}\left(\cos^2 x + \sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right)$ जहाँ sgn सिग्नम फलन को व्यक्त करता है
(C) $f(x) = e^{\ell n(x^2+3x+3)}$, $g(x) = x^2 + 3x + 3$
(D) $f(x) = \frac{\sin x}{\sec x} + \frac{\cos x}{\text{cosec}\, x}$, $g(x) = \frac{2\cos^2 x}{\cot x}$

Q.18 माना f अचर फलन है जिसका प्रान्त R है तथा g एक निश्चित फलन है जिसका प्राप्त R है। किसी वास्तविक संख्या a के लिए f में दो क्रमित युग्म $(4, a^2 - 5)$ एवं $(2, 4a - 9)$ है तथा $\frac{f}{g}$ का प्रान्त $R - \{7\}$ है, तब -

(A) $a = 2$ (B) $(f(10))^{100} = 1$
(C) $(100)^{g(7)} = 1$ (D) $\int_0^1 f(x)\,dx = 1$

Part-B : कथन व कारण प्रकार के प्रश्न

निम्न प्रश्नों 19 से 22 तक प्रत्येक के साथ दो वाक्य दिये गये हैं जिन्हें कथन व कारण के रूप में लिखा गया है इनका उत्तर देते समय आपको निम्न चार विकल्पों में से किसी एक को चुनना है-

(A) यदि दोनों कथन व कारण सत्य हैं तथा कथन, कारण का सही स्पष्टीकरण है।
(B) यदि दोनों कथन व कारण सत्य है परन्तु कथन, कारण का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
(C) यदि कथन सत्य है परन्तु कारण असत्य है
(D) यदि कथन असत्य है परन्तु कारण सत्य है

Q.19 **कथन :** फलन $f(x) = \sin x + \{x\}$, 2π आवर्तनांक के साथ आवर्ती है ।
कारण : $\sin x$ व $\{x\}$ दोनों क्रमशः 2π व 1 आवर्तनांक के साथ आवर्ती है।

Q.20 **कथन :** यदि f(x) तथा g(x) दोनों एकैकी है, तो f (g (x)) भी एकैकी होगा।
कारण : यदि $f(x_1) = f(x_2) \Leftrightarrow x_1 = x_2$ तब f(x) एकैकी होगा।

Q.21 **कथन :** माना $f : [0, 3] \to [1, 13]$ द्वारा परिभाषित फलन $f(x) = x^2 + x + 1$ है तो इसका प्रतिलोम फलन $f^{-1}(x) = \frac{-1+\sqrt{4x-3}}{2}$ है।
कारण : बहुएकैकी फलन का प्रतिलोम विद्यमान नहीं होता।

Q.22 **कथन :** $\cos x + \cot x$ का मूल आवर्तनांक 2π है।
कारण : यदि f(x) का आवर्तनांक T_1 है तथा g(x) का आवर्तनांक T_2 है, तब f(x) + g(x) का मूल आवर्तनांक, T_1 व T_2 का ल.स.प. होगा।

Part-C : स्तम्भ सुमेलन प्रश्न

स्तम्भ 1 में दी गई प्रविष्टि का स्तम्भ 2 में दी गई सही प्रविष्टि से मिलान कीजिए -

Q.23

स्तम्भ 1	स्तम्भ 2
(A) $\sqrt{[\sin 2x]-[\cos 2x]}$ का परिसर है	(P) {1, 2, 3}
(B) $\sqrt{{}^{x^2+4x}C_{2x^2+3}}$ का प्रान्त है	(Q) {1}
(C) $\sqrt{\log(\cos(\sin x))}$ का परिसर है	(R) {0, 1}
(D) [|sinx| + |cos x|] का परिसर है	(S) {0}

(जहाँ [·] महत्तम पूर्णांक फलन को निरूपित करता है)

Q.24 स्तम्भ मिलान कीजिए।

स्तम्भ 1	स्तम्भ 2
(A) $\frac{1}{2}\left\{\frac{\|\sin x\|}{\cos x}+\frac{\|\cos x\|}{\sin x}\right\}$ का आवर्तनांक है	(P) 2
(B) $\cos^{-1}\sqrt{\log_{[x]}\frac{\|x\|}{x}}$ का परिसर है	(Q) 2π
(C) $x^2 - 4 - [x] = 0$ के कुल हलों की संख्या है	(R) 1
(D) $e^{\cos^4 \pi x + x - [x] + \cos^2 \pi x}$ का मूलभूत आवर्तनांक है	(S) $\frac{\pi}{2}$

(जहाँ [·] महत्तम पूर्णांक फलन को निरूपित करता है)

Q.25 स्तम्भ मिलान कीजिए।

स्तम्भ 1	स्तम्भ 2
(A) $f(x) = \sqrt{2^x - 3^x} + \log_3\log_{1/2}x$ का प्रान्त है	(P) [0, 1]
(B) $2\cos^2\frac{x}{2}\sin^2 x = x^2 + \frac{1}{x^2}$ का हल समुच्चय है	(Q) $[0, \infty)$
(C) यदि $A = \{(x, y);\ y = 1/x, x \in R_0\}$ तथा $B = \{(x, y);\ y = -x, x \in R\}$ तब $A \cap B$ है	(R) $[1, \infty)$
(D) फलन $f(x) = \sqrt{x}\ \sqrt{x-1}$ तथा $\phi(x) = \sqrt{x^2 - x}$ किसमें समरूप हैं	(S) ϕ

Q.26 स्तम्भ मिलान कीजिए।

स्तम्भ 1	स्तम्भ 2
(A) फलन $y = \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) + 2\sin\left(3\pi t + \frac{\pi}{4}\right) + 3\sin 5\pi t$ का मूलभूत आवर्तनांक है	(P) $\frac{1}{2}$
(B) $y = \{\sin(\pi x)\}$, $x \in (0, a)$ के लिए एक बहुएकैकी फलन है, जहाँ {} भिन्नात्मक भाग को प्रदर्शित करता हो तो a होगा	(Q) 8
(C) $y = \frac{1}{2}\left(\frac{\|\sin(\pi/4)x\|}{\cos(\pi/4)x}+\frac{\sin(\pi/4)x}{\|\cos(\pi/4)x\|}\right)$ का मूल आवर्तनांक होगा	(R) 2
(D) यदि $f: [0, 2] \to [0, 2]$ के द्वारा परिभाषित फलन $f(x) = ax^2 + bx + c$; a, b, c अशून्य वास्तविक संख्याऐं हों तथा f(x) एकैकी आच्छादक फलन है तो f(2) बराबर है	(S) 0

Part-D : गद्यांश पर आधारित वस्तुनिष्ठ प्रश्न

गद्यांश # 1 (Q. 27 से 29)

माना $f(x) = x^2 - 3x + 2$, $g(x) = f(|x|)$
$h(x) = |g(x)|$ तथा $I(x) = |g(x)| - [x]$
चार फलन हैं, जहाँ [x] वास्तविक x का पूर्णांक भाग है।

Q.27 'a' का वह मान ज्ञात कीजिए जबकि समीकरण $g(x) - a = 0$ के ठीक 3 वास्तविक मूल हों -
(A) 2 (B) 1
(C) 0 (D) इनमें से कोई नहीं

Q.28 'b' के उन मानों का समुच्चय ज्ञात कीजिए जबकि $h(x) - b = 0$ के ठीक 8 वास्तविक हल हों -
(A) $b \in \left[0, \frac{1}{4}\right]$ (B) $b \in \left[0, \frac{1}{4}\right)$
(C) $b \in \left(0, \frac{1}{4}\right)$ (D) इनमें से कोई नहीं

Q.29 I (x) = 0 के लिए निम्न में से कौनसा कथन सही है -
(A) I(x) = 0, x के दो मानों के लिए संतुष्ट होती है
(B) I(x) = 0, x के एक मान के लिए संतुष्ट होती है जो 1 से 2 के मध्य विद्यमान है
(C) I(x) = 0 को x का एक मान संतुष्ट करता है जो कि 3 से 4 के मध्य विद्यमान है
(D) इनमें से कोई नहीं

गद्यांश # 2 (Q.30 से 32)

यदि $f(x) = 0$; यदि $x \in Q$

$= 1$; यदि $x \notin Q$

तो निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए-

Q.30 फलन $f(x)$ है -
(A) एक सम फलन
(B) एक विषम फलन
(C) ना तो सम फलन है ना ही विषम फलन
(D) एकैकी फलन

Q.31 फलन $f(f(x))$ है -
(A) एक अचर फलन (B) एक सम फलन
(C) एक विषम फलन (D) बहुएकैकी फलन

Q.32 $g(x) = ln\,(\text{sgn}\, f(x))$ का प्रान्त है -
(A) R
(B) सभी परिमेय संख्याओं का समुच्चय
(C) सभी अपरिमेय संख्याओं का समुच्चय
(D) R^+

गद्यांश # 3 (Q. 33 से 35)

फलन $f(x) = \begin{cases} x-[x]-\dfrac{1}{2}; & \text{यदि } x \notin I \\ 0; & \text{यदि } x \in I \end{cases}$

के सन्दर्भ में जहाँ [.] महत्तम पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करता है। यदि $g(x) = \max.\{x^2, f(x), |x|\}; -2 \le x \le 2$ तो -

Q.33 f(x) का परिसर है -
(A) $[0, 1)$ (B) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$
(C) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ (D) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

Q.34 f (x)
(A) अनावर्ती है
(B) आवर्ती है तथा इसका मूलभूत आवर्तनांक 1 है
(C) आवर्ती है तथा इसका मूलभूत आवर्तनांक 2 है
(D) आवर्ती है तथा इसका मूलभूत आवर्तनांक 1/2 है

Q.35 a के मानों का समुच्चय, यदि g(x) = a तीन वास्तविक तथा भिन्न हल रखता है, होगा -
(A) $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ (B) $\left(0, \frac{1}{4}\right)$
(C) $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$ (D) $(0, 1)$

गद्यांश # 4 (Q. 36 से 38)

फलन $f(x) = \begin{cases} x^2-1, & -1 \le x \le 1 \\ \ell nx, & 1 < x \le e \end{cases}$ पर विचार करो।

मानाकि $f_1(x) = f(|x|)$

$f_2(x) = |f(|x|)|$

$f_3(x) = f(-x)$

Q.36 समीकरण $2f_2(x) - 1 = 0$ के धनात्मक हलों की संख्या है-
(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

Q.37 समीकरण $f_1(x) = f_2(x)$ के पूर्णांक हलों की संख्या है -
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

Q.38 यदि $f_4(x) = \log_{27}(f_3(x) + 2)$, तो $f_4(x)$ का परिसर है-
(A) $[1, 9]$ (B) $\left[\frac{1}{3}, \infty\right)$
(C) $\left[0, \frac{1}{3}\right]$ (D) $[1, 27]$

Part-E : आंकिक उत्तर प्रकार के प्रश्न

Q.39 माना $f(x) = \left[\dfrac{1}{\cos\{x\}}\right]$ जहाँ [y] एवं {y} क्रमशः महत्तम पूर्णांक एवं भिन्नात्मक भाग फलन को व्यक्त करता है तथा $g(x) = 2x^2 - 3x(k + 1) + k(3k + 1)$ है। यदि $g(f(x)) < 0 \ \forall \ x \in R$, तब k के पूर्णांक मानों की संख्या ज्ञात करो।

Q.40 यदि $x = \log_4\left(\dfrac{2f(x)}{1-f(x)}\right)$,
तब $(f(2010) + f(-2009))$ का मान ज्ञात करो।

Q.41 यदि M एवं m क्रमशः $f(\theta) = 5\sin^2\theta - 8\sin\theta + 4$, $\theta \in \left[\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{5\pi}{6}\right]$ का अधिकतम एवं न्यूनतम मान है, तब (2Mm) का मान ज्ञात करो।

Q.42 माना फलन f इस प्रकार है कि
$4f(x^{-1} + 1) + 8f(x + 1) = \log_{12}x$ है, तब
$4(f(10) + f(13) + f(17))$ का मान ज्ञात करो।

Q.43 माना f वास्तविक मानी व्युत्क्रमणीय फलन इस प्रकार है कि $f\left(\dfrac{2x-3}{x-2}\right) = 5x - 2,\ x \ne 2$ है। $f^{-1}(13)$ का मान ज्ञात करो।

Part-F : विषय परख प्रकार के प्रश्न

Q.44 निम्न फलनों के प्रान्त ज्ञात कीजिए :

(जहाँ [*] तथा {*} क्रमशः महत्तम पूर्णांक तथा भिन्नात्मक भाग फलन को प्रदर्शित करते हैं)

(i) $f(x) = \sqrt{\cos 2x} + \sqrt{16 - x^2}$

(ii) $f(x) = \log_7\log_5\log_3\log_2 (2x^3 + 5x^2 - 14x)$

(iii) $f(x) = \ell n\left(\sqrt{x^2 - 5x - 24} - x - 2\right)$

(iv) $f(x) = \sqrt{\dfrac{1 - 5^x}{7^{-x} - 7}}$

(v) $y = \log_{10} \sin (x - 3) + \sqrt{16 - x^2}$

(vi) $f(x) = \log_{100x}\left(\dfrac{2\log_{10} x + 1}{-x}\right)$

(vii) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{4x^2 - 1}} + \ell n\, x (x^2 - 1)$

(viii) $f(x) = \sqrt{\log_{1/2} \dfrac{x}{x^2 - 1}}$

(ix) $f(x) = \sqrt{x^2 - |x|} + \dfrac{1}{\sqrt{9 - x^2}}$

(x) $f(x) = \sqrt{\log_x (\cos 2\pi x)}$

(xi) $f(x) = \dfrac{\sqrt{\cos x - (1/2)}}{\sqrt{6 + 35x - 6x^2}}$

(xii) $f(x) = \sqrt{\log_{1/3}(\log_4([x]^2 - 5))}$

(xiii) $f(x) = \dfrac{[x]}{2x - [x]}$

(xiv) $f(x) = \log_x \sin x$

(xv) $f(x) = \log_{\left[x + \frac{1}{x}\right]} |x^2 - x - 6| + {}^{16-x}C_{2x-1} + {}^{20-3x}P_{2x-5}$

Q.45 निम्न फलनों के प्रान्त एवं परिसर ज्ञात कीजिए.

(चिन्ह [*] एवं {*} को क्रमशः महत्तम पूर्णांक एवं भिन्नात्मक भाग फलन के रूप में समझें)

(i) $y = \log_{\sqrt{5}} (\sqrt{2}(\sin x - \cos x) + 3)$

(ii) $y = \dfrac{2x}{1 + x^2}$

(iii) $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x - 6}$

(iv) $f(x) = \dfrac{x}{1 + |x|}$

(v) $y = \sqrt{2 - x} + \sqrt{1 + x}$

(vi) $f(x) = \log_{(\text{cosec}\, x - 1)} (2 - [\sin x] - [\sin x]^2)$

(vii) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x + 4} - 3}{x - 5}$

(viii) $\cot^{-1} (2x - x^2)$.

(ix) $f(x) = \log_2 (\sqrt{x - 4} + \sqrt{6 - x})$

Q.46 (a) निम्न फलनों के ग्राफ बनाईये, जहाँ [ ] महत्तम पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करता है।

(i) $f(x) = x + [x]$

(ii) $y = (x)^{[x]}$ जहाँ $x = [x] + (x)$ एवं $x > 0$ तथा $x \le 3$

(iii) $y = \text{sgn}\, [x]$

(iv) $\text{sgn}\, (x - |x|)$

(b) निम्न फलन युग्मों में से समरूप पहचानिये?

(जहाँ [x] महत्तम पूर्णांक फलन तथा {x} भिन्नात्मक भाग फलन को प्रदर्शित करता है)

(i) $f(x) = \text{sgn}\, (x^2 - 3x + 4)$ एवं $g(x) = e^{[\{x\}]}$

(ii) $f(x) = \sqrt{\dfrac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x}}$ एवं $g(x) = \tan x$

(iii) $f(x) = \ell n(1 + x) + \ell n(1 - x)$ एवं $g(x) = \ell n\, (1 - x^2)$

(iv) $f(x) = \dfrac{\cos x}{1 - \sin x}$ एवं $g(x) = \dfrac{1 + \sin x}{\cos x}$

Q.47 मानाकि f ऐसा फलन है जो कि $2f(xy) = \{f(x)\}^y + \{f(y)\}^x$ व $f(1) = k \ne 1$ को संतुष्ट करता है। सिद्ध करो कि

$$(k - 1)\sum_{n=1}^{n} F(n) = k^{n+1} - k$$

Q.48 वे सभी फलन f ज्ञात कीजिए जो सम्बन्ध $f(x) + f\left(\dfrac{1}{1 - x}\right) = \dfrac{2(1 - 2x)}{x(1 - x)}$ को संतुष्ट करते हैं, जहाँ x वास्तविक संख्या है, $x \ne 0, x \ne 1$.

Q.49 माना $\{x\}$ तथा $[x]$ क्रमशः एक वास्तविक संख्या x के भिन्नात्मक तथा पूर्णांक भाग को व्यक्त करते हैं, तब $4\{x\} = x + [x]$ को हल कीजिए।

Q.50 माना $f(x) = x^2 + kx$; k एक वास्तविक संख्या है। k के उन मानों का समुच्चय ज्ञात कीजिए जिसके लिए समीकरण $f(x) = 0$ एवं $f(f(x)) = 0$ एक समान वास्तविक हल समुच्चय रखती है।

Q.51 मानाकि f(x) अन्तराल $[-2, 2]$ में परिभाषित है एवं

$$f(x) = \begin{cases} -1 & -2 \le x \le 0 \\ x-1 & 0 < x \le 2 \end{cases}$$ तथा

$g(x) = f(|x|) + |f(x)|$ तो g(x) ज्ञात कीजिए।

Q.52 समीकरण $|2x - 1| = 3[x] + 2\{x\}$ को हल कीजिए जहाँ $[\cdot]$ व $\{\cdot\}$ क्रमशः महत्तम पूर्णांक फलन व भिन्नात्मक भाग फलन को प्रदर्शित करते हैं।

Q.53 माना $$f(x) = \begin{cases} 3^{x-1} + \dfrac{8}{3}, & 0 \le x \le 2 \text{ के लिए} \\ 7 + \log_2(x-2), & 2 < x \le 4 \text{ के लिए} \\ x^2 - 9x + 21, & 4 < x \le 6 \text{ के लिए} \end{cases}$$

एक समुच्चय 'B', A के अवयवों के 'f' प्रतिबिम्बों का समुच्चय है यदि B = {1, 3, 5, 7}, तब A ज्ञात कीजिए तथा इसका कारण स्पष्ट कीजिए कि फलन $f^{-1} : B \to A$ संभव है या नहीं ?

Q.54 यदि $f(x) \in [1, 2]$, जहाँ $x \in R$ एवं एक निश्चित वास्तविक संख्या p के लिए,

$$f(x+p) = 1 + \sqrt{2f(x) - \{f(x)\}^2} \; ; \forall x \in R$$

है तो सिद्ध करो कि f(x) एक आवर्ती फलन है।

Q.55 यदि $f(a - x) = f(a + x)$ एवं $f(b - x) = f(b + x)$ सभी वास्तविक x के लिए जहाँ a, b(a > b) अचर हैं तो सिद्ध कीजिए कि f(x) आवर्ती फलन है।

Q.56 माना $f : R \to R$ एक फलन निम्न प्रकार परिभाषित है $f(x + y) + f(x - y) = 2f(x) f(y)$; $\forall x, y \in R$ एवं $f(0) \ne 0$ तब सिद्ध कीजिए कि f(x) एक सम फलन है।

Q.57 मानाकि $f : [-2, 2] \to R$ एक फलन है एवं यदि $x \in [0, 2]$ के लिए

$$f(x) = \begin{cases} x \tan x, & 0 < x \le \dfrac{\pi}{2} \\ \dfrac{\pi}{2}[x], & \dfrac{\pi}{2} < x \le 2 \end{cases}$$

है तो f को $x \in [-2, 0]$ के लिए परिभाषित कीजिए जबकि

(i) f विषम फलन है

(ii) f सम फलन है

(जहाँ $[\cdot]$ महत्तम पूर्णांक फलन को दर्शाता है)

Q.58 यदि $f(x) = -1 + |x - 2|$, $0 \le x < 4$ तथा $g(x) = 2 - |x|$, $-1 \le x \le 3$ है, तो fog (x), gof (x) fof (x) व gog (x) ज्ञात करो तथा fog (x) व gof (x) का लेखाचित्र बनाइये।

Q.59 यदि $f(x) = \ell n(x^2 - x + 2)$; $R^+ \to R$ में तथा $g(x) = \{x\} + 1$; $[1, 2] \to [1, 2]$ में जहाँ $\{x\}$, x के भिन्नात्मक भाग को प्रदर्शित करता है तो सुपरिभाषित फलन f(g(x)) का प्रान्त तथा परिसर ज्ञात कीजिए।

Q.60 निम्न फलनों के सम या विषम होने की जांच कीजिए-

(i) $f(x) = \dfrac{(1+2^x)^7}{2^x}$

(ii) $f(x) = \dfrac{\sec x + x^2 - 9}{x \sin x}$

(iii) $f(x) = \dfrac{x}{e^x - 1} + \dfrac{x}{2} + 1$

(iv) $$f(x) = \begin{cases} x|x| & x \le -1 \\ [1+x]+[1-x] & -1 < x < 1 \\ -x|x| & x \ge 1 \end{cases}$$

(v) $f(x) = \dfrac{2x(\sin x + \tan x)}{2\left[\dfrac{x+2\pi}{\pi}\right] - 3}$

जहाँ [.] महत्तम पूर्णांक फलन को निरूपित करता है।

Q.61 निम्न फलनों का आवर्तनांक ज्ञात करो

(i) $f(x)=1-\frac{\sin^2 x}{1+\cot x}-\frac{\cos^2 x}{1+\tan x}$

(ii) $f(x)=\tan\frac{\pi}{2}[x]$ जहाँ [.] महत्तम पूर्णांक फलन को निरूपित करता है।

(iii) $f(x) = \ell og\,(2 + \cos 3x)$

(iv) $f(x) = e^{ln \sin x} + \tan^3 x - \text{cosec}\,(3x - 5)$

(v) $f(x)=\sin x+\tan\frac{x}{2}+\sin\frac{x}{2}+\tan\frac{x}{2^2}+\sin\frac{x}{2^2}+\tan\frac{x}{2^3}....+\sin\frac{x}{2^{n-1}}+\tan\frac{x}{2^n}$

(vi) $f(x) = \frac{\sin x+\sin 3x}{\cos x+\cos 3x}$

Q.62 फलन f, सभी $x, y \in R$ के लिए इस प्रकार परिभाषित है कि $f(1) = 2$; $f(2) = 8$ तथा $f(x + y) - kxy = f(x) + 2y^2$, जहाँ k नियतांक है तो f(x) ज्ञात कीजिए एवं प्रदर्शित कीजिए कि $x + y \neq 0$ के लिए $f(x + y).f\left(\frac{1}{x+y}\right) = k$

Q.63 माना p(x) एक बहुपद है जिसके गुणांक पूर्णांक है। p(x) को $x - 1$ से विभाजित करने पर शेषफल 1 आता है तथा p(x) को $x - 4$ से विभाजित करने पर शेषफल 10 आता है। यदि p(x) को $(x - 1)(x - 4)$ से विभाजित किया जाए तो शेषफल r(x) आता है तो r(2006) का मान ज्ञात कीजिए।

Exercise (Level) 5

OLD EXAMINATION QUESTIONS [JEE ADVANCED]

Q.1 $f(x)=\begin{cases}x, & x\in Q\\ 0, & x\notin Q\end{cases}$; $g(x)=\begin{cases}0 & x\in Q\\ x & x\notin Q\end{cases}$

तब $(f-g)$ है - **[IIT Scr. 2005]**

(A) एकैकी, आच्छादक

(B) न तो एकैकी न ही आच्छादक

(C) एकैकी परन्तु आच्छादक नहीं

(D) आच्छादक परन्तु एकैकी नहीं

Q.2 यदि X व Y दो अरिक्त समुच्चय हैं जहाँ $f : X \to Y$ एक फलन इस प्रकार परिभाषित है कि

$f(C) = \{f(x): x \in C\}$; $C \subseteq X$ के लिए

एवं $f^{-1}(D) = \{x : f(x) \in D\}$; $D \subseteq Y$ के लिए

तब किन्हीं $A \subseteq X$ तथा $B \subseteq Y$ के लिए- **[IIT 2005]**

(A) $f^{-1}(f(A)) = A$

(B) $f^{-1}(f(A)) = A$ केवल यदि $f(X) = Y$

(C) $f(f^{-1}(B)) = B$ केवल यदि $B \subseteq f(x)$

(D) $f(f^{-1}(B)) = B$

Q.3 $2\sin t = \dfrac{1-2x+5x^2}{3x^2-2x-1}$; $t \in \left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$ के लिए t के मानों का परिसर होगा **[IIT 2005]**

Q.4 माना $f(x) = \dfrac{x^2-6x+5}{x^2-5x+6}$ **[IIT-2007]**

स्तम्भ-I	स्तम्भ -II
(A) यदि $-1 < x < 1$, तब f(x) संतुष्ट करता है	(P) $0 < f(x) < 1$
(B) यदि $1 < x < 2$, तब f(x) संतुष्ट करता है	(Q) $f(x) < 0$
(C) यदि $3 < x < 5$, तब f(x) संतुष्ट करता है	(R) $f(x) > 0$
(D) यदि $x > 5$, तब f(x) संतुष्ट करता है	(S) $f(x) < 1$

Q.5 माना $f(x) = x^2$ तथा $g(x) = \sin x$ सभी $x \in R$ के लिए तब उन सभी x का समुच्चय, जो $(f \circ g \circ g \circ f)(x) = (g \circ g \circ f)(x)$ को संतुष्ट करता है, जबकि $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ है, होगा **[IIT 2011]**

(A) $\pm\sqrt{n\pi},\ n \in \{0, 1, 2...\}$

(B) $\pm\sqrt{n\pi},\ n \in \{1, 2...\}$

(C) $\dfrac{\pi}{2}+2n\pi, n \in \{...., -2, -1, 0, 1, 2, ...\}$

(D) $2n\pi,\ n\in\{...., -2, -1, 0, 1, 2, ...\}$

Q.6 फलन $f : [0, 3] \to [1, 29]$,

$f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1$ है **[IIT-2012]**

(A) एकैकी एवं आच्छादक

(B) आच्छादक परन्तु एकैकी नहीं

(C) एकैकी परन्तु आच्छादक

(D) ना तो एकैकी ना ही आच्छादक

Q.7 माना $f : (-1, 1) \to IR$ सभी $\theta \in \left(0,\dfrac{\pi}{4}\right) \cup \left(\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{\pi}{2}\right)$ के लिए इस प्रकार है कि

$f(\cos 4\theta) = \dfrac{2}{2-\sec^2\theta}$ है, तब $f\left(\dfrac{1}{3}\right)$ का मान है

MCQ **[IIT 2012]**

(A) $1-\sqrt{\dfrac{3}{2}}$ (B) $1+\sqrt{\dfrac{3}{2}}$

(C) $1-\sqrt{\dfrac{2}{3}}$ (D) $1+\sqrt{\dfrac{2}{3}}$

Q.8 माना कि $f : \left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right) \to R$, जहाँ

$f(x) = (\log(\sec x + \tan x))^3$ के द्वारा परिभाषित किया गया है। तब - **MCQ** **[IIT-Advance 2014]**

(A) f(x) विषम (odd) फलन है।

(B) f(x) एकैकी (one-one) फलन है।

(C) f(x) आच्छादक (onto) फलन है।

(D) f(x) सम (even) फलन है।

Q.9 माना कि सभी $x \in R$ के लिए $f(x)=\sin\left(\dfrac{\pi}{6}\sin\left(\dfrac{\pi}{2}\sin x\right)\right)$ और सभी $x \in R$ के लिए $g(x)=\dfrac{\pi}{2}\sin x$ है। माना कि $(f \circ g)(x)$ और $(g \circ f)(x)$ क्रमशः $f(g(x))$ और $g(f(x))$ को दर्शाते हैं, तब निम्नलिखित में से कौन सा (से) सही है (हैं)?

[IIT-Advance 2015]

(A) f का परिसर $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$ है

(B) f o g का परिसर $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$ है

(C) $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{\pi}{6}$

(D) R में एक x ऐसा है जिसके लिए (g o f)(x) = 1

Q.10 माना कि समुच्चय X में ठीक 5 हैं और समुच्चय Y में ठीक 7 अवयव हैं। यदि X से Y में एकैकी फलनों की संख्या α है और Y से X में आच्छादक फलनों की संख्या β है, तब $\frac{1}{5!}(\beta-\alpha)$ का मान है ________ ।

[JEE Advanced -2018]

Q.11 माना कि $E_1 = \left\{x \in R : x \neq 1 \text{ और } \frac{x}{x-1} > 0\right\}$ और

$E_2 = \left\{x \in E_1 : \sin^{-1}\left(\log_e\left(\frac{x}{x-1}\right)\right) \text{एक वास्तविक संख्या है}\right\}$

(यहाँ प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन $\sin^{-1}x$, $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ में मान धारण करता है।)

माना कि फलन $f : E_1 \to R$, $f(x) = \log_e\left(\frac{x}{x-1}\right)$ के द्वारा परिभाषित है और फलन

$g : E_2 \to R$, $g(x) = \sin^{-1}\left(\log_e\left(\frac{x}{x-1}\right)\right)$ के द्वारा परिभाषित है। **[JEE Advanced -2018]**

सूची-I

(P) f का परिसर है

(Q) g के परिसर में समाहित है

(R) f के प्रान्त में समाहित है

(S) g का प्रान्त है

सूची-II

(1) $\left(-\infty, \frac{1}{1-e}\right] \cup \left[\frac{e}{e-1}, \infty\right)$

(2) (0, 1)

(3) $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$

(4) $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

(5) $\left(-\infty, \frac{e}{e-1}\right]$

(6) $(-\infty, 0) \cup \left(\frac{1}{2},\frac{e}{e-1}\right]$

दिए हुए विकल्पों में से सही विकल्प है :

(A) P → 4 ; Q → 2 ; R → 1 ; S → 1

(B) P → 3 ; Q → 3 ; R → 6 ; S → 5

(C) P → 4 ; Q → 2 ; R → 1 ; S → 6

(D) P → 4 ; Q → 3 ; R → 6 ; S → 5

Q.12 यदि फलन $f : R \to R$; $f(x) = |x|(x - \sin x)$ द्वारा परिभाषित है, तब निम्नलिखित में से **कौनसा** कथन सत्य है? **[IIT-Advance 2020]**

(A) f एकैकी है, लेकिन आच्छादक **नहीं**

(B) f आच्छादक है, लेकिन एकैकी **नहीं**

(C) f एकैकी तथा आच्छादक **दोनों** है

(D) f **न तो** एकैकी **ना ही** आच्छादक है

Q.13 माना $f : [0, 2] \to R$ एक फलन $f(x) = (3 - \sin 2\pi x))\sin\left(\pi x - \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(3\pi x + \frac{\pi}{4}\right)$ द्वारा परिभाषित है।

यदि $\alpha, \beta \in [0, 2]$ इस प्रकार है, कि $\{x \in [0, 2] : f(x) \geq 0\} = [\alpha, \beta]$, तब $\beta - \alpha$ का मान है–

[IIT-Advance 2020]

Q.14 माना फलन $f : [0, 1] \to R$, $f(x) = \frac{4^x}{4^x+2}$ द्वारा परिभाषित है।

तब $f\left(\frac{1}{40}\right) + f\left(\frac{2}{40}\right) + f\left(\frac{3}{40}\right) + \ldots\ldots + f\left(\frac{39}{40}\right) - f\left(\frac{1}{2}\right)0$

का मान है ______. **[IIT-Advance 2020]**

Q.15 माना $f : R \to R$ निम्न प्रकार परिभाषित है

$$f(x) = \frac{x^2-3x-6}{x^2+2x+4}$$

तब निम्न में से कौनसा / कौनसे कथन सही है / है? **[IIT-Advance 2021]**

(A) f, अन्तराल (–2, –1) में ह्रासमान है

(B) f, अन्तराल (1, 2) में वर्धमान है

(C) f आच्छादक है

(D) f का परिसर $\left[-\frac{3}{2}, 2\right]$ है

Q.16 मान लीजिए

$f:[0,1]\rightarrow[0,1]$, $f(x)\ \dfrac{x^3}{3}-x^2+\dfrac{5}{9}x+\dfrac{17}{36}$ द्वारा परिभाषित फलन है। वर्ग क्षेत्र $S=[0,1]\times[0,1]$ पर विचार करें। मान लीजिए $G=\{(x,y)\in S: y>f(x)\}$ को हरा क्षेत्र और $R=\{(x,y)\in S: y<f(x)\}$ को लाल क्षेत्र कहा जाता है। मान लीजिए $L_h=\{(x,h)\in S: x\in[0,1]\}$ ऊंचाई $h\in[0,1]$ पर क्षैतिज रेखा खींची गई। तो निम्नलिखित में से कौनसा कथन सत्य है (हैं) ? **[IIT-Advance 2023]**

(A) एक $h\in\left[\dfrac{1}{4},\dfrac{2}{3}\right]$ इस प्रकार है कि रेखा L_h के ऊपर हरे क्षेत्र का क्षेत्रफल, रेखा L_h के नीचे हरे क्षेत्र का क्षेत्रफल बराबर है।

(B) एक $h\in\left[\dfrac{1}{4},\dfrac{2}{3}\right]$ इस प्रकार है कि रेखा L_h के ऊपर लाल क्षेत्र का क्षेत्रफल, रेखा L_h के नीचे लाल क्षेत्र का क्षेत्रफल बराबर है।

(C) एक $h\in\left[\dfrac{1}{4},\dfrac{2}{3}\right]$ इस प्रकार है कि रेखा L_h के ऊपर हरे क्षेत्र का क्षेत्रफल, रेखा L_h के नीचे लाल क्षेत्र का क्षेत्रफल बराबर है।

(D) एक $h\in\left[\dfrac{1}{4},\dfrac{2}{3}\right]$ इस प्रकार है कि रेखा L_h के ऊपर लाल क्षेत्र का क्षेत्रफल रेखा L_h के नीचे हरे क्षेत्र का क्षेत्रफल बराबर है।

Q.17 मान लीजिए $f:(0,1)\rightarrow\mathbf{R}$, $f(x)=\sqrt{n}$ द्वारा परिभाषित है। यदि $x\in\left[\dfrac{1}{n+1},\dfrac{1}{n}\right)$ जहाँ $n\in\mathbf{N}$, माना $g:(0,1)\rightarrow\mathbf{R}$ एक फलन इस प्रकार है कि $\displaystyle\int_{x^2}^{x}\sqrt{\frac{1-t}{t}}\,dt<g(x)<2\sqrt{x}$, $\forall\ x\in(0,1)$ तो $\lim\limits_{x\to 0}f(x)g(x)$ **[IIT-Advance 2023]**

(A) विद्यमान नही है

(B) 1 के बराबर है

(C) 2 के बराबर है

(D) 3 के बराबर है

Q.18 मान लीजिए $n\geq 2$ एक प्राकृतिक संख्या है और $f:[0,1]\rightarrow R$,

$$f(x)=\begin{cases} n(1-2nx) & \text{यदि } 0\le x\le \dfrac{1}{2n}\\ 2n(2nx-1) & \text{यदि } \dfrac{1}{2n}\le x\le \dfrac{3}{4n}\\ 4n(1-nx) & \text{यदि } \dfrac{3}{4n}\le x\le \dfrac{1}{n}\\ \dfrac{n}{n-1}(nx-1) & \text{यदि } \dfrac{1}{n}\le x\le 1\end{cases}$$

द्वारा परिभाषित फलन है। यदि n इस प्रकार है कि वक्रों $x=0$, $x=1$, $y=0$ तथा $y=f(x)$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल 4 है तो फलन f का अधिकतम मान है – **[IIT-Advance 2023]**

Q.19 मान लीजिए $f:[1,\infty)\rightarrow R$ एक अवकलनीय फलन इस प्रकार है कि $f(1)=\dfrac{1}{3}$ तथा $3\displaystyle\int_1^x f(t)dt=xf(x)-\frac{x^3}{3}, x\in[1,\infty)$. मान लीजिए e प्राकृतिक लघुगुणक के आधार को दर्शाता है तो f(e) का मान है – **[IIT-Advance 2023]**

(A) $\dfrac{e^2+4}{3}$ (B) $\dfrac{\log_e 4+e}{3}$

(C) $\dfrac{4e^2}{3}$ (D) $\dfrac{e^2-4}{3}$

Q.20 मान लीजिए $f:(0,1)\rightarrow R$ फलन परिभाषित है $f(x)=[4x]\left(x-\dfrac{1}{4}\right)^2\left(x-\dfrac{1}{2}\right)$, जहाँ [x] x से कम या उसके बराबर अधिकतम पूर्णांक को दर्शाता है। तो निम्नलिखित में से कौनसा कथन सत्य है (हैं) ? **[IIT-Advance 2023]**

(A) फलन f, (0, 1) में ठीक एक बिन्दु पर असंतत है।

(B) (0, 1) में ठीक एक बिन्दु जिस पर फलन f संतत लेकिन अवकलनीय नहीं है।

(C) फलन f, (0, 1) में तीन से अधिक बिन्दुओं पर अवकलनीय नही है।

(D) फलन f की न्युनतम मान $-\dfrac{1}{512}$ है।

Q.21 माना कि फलन $f : R \to R$ और $g : R \to R$

$$f(x) = \begin{cases} x|x|\sin\left(\frac{1}{x}\right), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases} \text{ और}$$

$$g(x) = \begin{cases} 1-2x, & 0 \le x \le \frac{1}{2}, \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित हैं। माना कि $a, b, c, d \in R$ है। फलन $h : R \to R$ को

$$h(x) = af(x) + b\left(g(x) + g\left(\frac{1}{2} - x\right)\right) +$$

$c(x - g(x)) + d\ g(x),\ x \in R$, द्वारा परिभाषित कीजिये।

सूची-I की प्रत्येक प्रविष्टि का **सूची-II** की सही प्रविष्टि से मिलान कीजिये।

सूची-I		**सूची-II**	
(P)	यदि $a = 0, b = 1, c = 0$, तथा $d = 0$ है, तब	(1)	h एकैकी है
(Q)	यदि $a = 1, b = 0, c = 0$, तथा $d = 0$ है, तब	(2)	h आच्छादी है
(R)	यदि $a = 0, b = 0, c = 1$, तथा $d = 0$ है, तब	(3)	h, R पर अवकलनीय है
(S)	यदि $a = 0, b = 0, c = 0$, तथा $d = 1$ है, तब	(4)	h का परिसर $[0, 1]$ है
		(5)	h का परिसर $\{0, 1\}$ है

सही विकल्प है **[JEE - Advanced 2024]**

(A) (P) → (4), (Q) → (3), (R) → (1), (S) → (2)
(B) (P) → (5), (Q) → (2), (R) → (4), (S) → (3)
(C) (P) → (5), (Q) → (3), (R) → (2), (S) → (4)
(D) (P) → (4), (Q) → (2), (R) → (1), (S) → (3)

Q.22 माना कि $f : R \to R$ एक फलन है, जो

$$f(x) = \begin{cases} x^2\sin\left(\frac{\pi}{x^2}\right), & \text{if } x \neq 0, \\ 0, & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित है। तब निम्नलिखित कथनों में से कौन सा **सत्य** है ? **[JEE - Advanced 2024]**

(A) अंतराल $\left[\frac{1}{10^{10}}, \infty\right)$ में $f(x) = 0$ के अनंत हल है।

(B) अंतराल $\left[\frac{1}{\pi}, \infty\right)$ में $f(x) = 0$ का कोई हल नहीं है।

(C) अंतराल $\left(0, \frac{1}{10^{10}}\right)$ में $f(x) = 0$ के हलों का समुच्चय परिमित है।

(D) अंतराल $\left(\frac{1}{\pi^2}, \frac{1}{\pi}\right)$ में $f(x) = 0$ के 25 से अधिक हल हैं।

Q.23 माना कि $f : R \to R$ एक ऐसा फलन है कि सभी $x, y \in R$ के लिए $f(x + y) = f(x) + f(y)$ है और $g : R \to (0, \infty)$ एक ऐसा फलन है कि सभी $x, y \in R$ के लिए $g(x + y) = g(x)\ g(y)$ है। यदि $f\left(\frac{-3}{5}\right) = 12$ और $g\left(\frac{-1}{3}\right) = 2$ है, तब $\left(f\left(\frac{1}{4}\right) + g(-2) - 8\right)g(0)$ का मान ________ है। **[JEE - Advanced 2024]**

Q.24 माना कि फलन $f : [1, \infty) \to R$,

$$f(t) = \begin{cases} (-1)^{n+1}2, & \text{if } t = 2n-1, n \in N, \\ \frac{(2n+1-t)}{2}f(2n-1) + \frac{(t-(2n-1))}{2}f(2n+1), & \text{if } 2n-1 < t < 2n+1, n \in N. \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित है। $g(x) = \int_1^x f(t)dt,\ x \in (1, \infty)$ से परिभाषित कीजिये। माना कि α, अंतराल $(1, 8]$ में समीकरण $g(x) = 0$ के हलों की संख्या को दर्शाता है और $\beta = \lim_{x \to 1^+} \frac{g(x)}{x-1}$ है। तब $\alpha + \beta$ का मान ______ है। **[JEE - Advanced 2024]**

Q.25 मान लीजिए कि R सभी वास्तविक संख्याओं (real numbers) के समुच्चय (set) को दर्शाता है।
मान लीजिए कि $i \in \{1,2,3\}$ के लिए $a_i, b_i \in R$ हैं। फलनों (functions) $f : R \to R$, $g : R \to R$, और $h : R \to R$ को

$f(x) = a_1 + 10x + a_2x^2 + a_3x^3 + x^4$,
$g(x) = b_1 + 3x + b_2x^2 + b_3x^3 + x^4$,
$h(x) = f(x + 1) - g(x + 2)$.

द्वारा परिभाषित कीजिए। यदि प्रत्येक $x \in R$ के लिए $f(x) \neq g(x)$ है, तब $h(x)$ में x^3 का गुणांक (coefficient) है **[JEE - Advanced 2025]**

(A) 8
(B) 2
(C) – 4
(D) – 6

Q.26 मान लीजिए कि N सभी प्राकृत संख्याओं (natural numbers) के समुच्चय (set) को दर्शाता है, और Z सभी पूर्णांकों (integers) के समुच्चय को दर्शाता है। फलनों (functions) $f : N \to Z$ और $g : Z \to N$ जो

$$f(n) = \begin{cases} (n+1)/2 & \text{यदि n विषम (odd) है,} \\ (4-n)/2 & \text{यदि n सम (even) है} \end{cases}$$ और

$$g(n) = \begin{cases} 3+2n & \text{यदि } n \geq 0 \text{ है,} \\ -2n & \text{यदि } n < 0 \text{ है} \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित है, पर विचार कीजिए। सभी $n \in N$, के लिए $(g\,^o f)(n) = f(g(n))$ और सभी $n \in Z$ के लिए $(f\,^o g)(n) = f(g(n))$ परिभाषित कीजिए।

तब निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सत्य है (है)? **[JEE - Advanced 2025]**

(A) $g\,^o f$ एकैकी (one-one) नहीं है और $g\,^o f$ आच्छादक (onto) भी नहीं है

(B) $f\,^o g$ एकैकी (one-one) नहीं है परन्तु $f\,^o g$ आच्छादक (onto) है

(C) g एकैकी (one-one) है और g आच्छादक (onto) भी है

(D) f एकैकी (one-one) नहीं है परन्तु f आच्छादक (onto) है

Q.27 मान लीजिए कि R सभी वास्तविक संख्याओं (real numbers) के समुच्चय (set) को दर्शाता है। मान लीजिए कि $f : R \to R$ एक इस प्रकार का फलन (function) है कि सभी $x \in R$ के लिए $f(x) > 0$ है, और सभी $x, y \in R$ के लिए $f(x + y) = f(x)f(y)$ है।

मान लीजिए कि वास्तविक संख्याएँ $a_1, a_2, \ldots, a_{50}$ एक समांतर श्रेणी (arithmetic progression) मे है।

यदि $f(a_{31}) = 64f(a_{25})$ है, और $\sum_{i=1}^{50} f(a_i) = 3(2^{25}+1)$, है, तब $\sum_{i=6}^{30} f(a_i)$ का मान ____________ है।

[JEE - Advanced 2025]

Exercise (Level) 6

REVIEW EXERCISE

Q.1 प्राकृत संख्या 'a' ज्ञात कीजिए जिसके लिए $\sum_{k=1}^{n} f(a+k) = 16(2^n - 1)$, जहाँ फलन 'f' सभी प्राकृत संख्याओं x, y के लिए सम्बन्ध f(x + y) = f(x) f(y) को संतुष्ट करता है, तथा f(1) = 2. **[IIT-1992]**

Q.2 एक फलन $f : R \to R$, जहाँ R, वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है, जो निम्न प्रकार परिभाषित है-

$f(x) = \dfrac{\alpha x^2 + 6x - 8}{\alpha + 6x - 8x^2}$; α के मानों का अन्तराल ज्ञात कीजिए जिनके लिए f(x) आच्छादक हो; क्या $\alpha = 3$ के लिए फलन एकैकी है आपका उत्तर जाँचिये?

[IIT 1996]

Q.3 माना कि $f(x) = [x] \sin\left(\dfrac{\pi}{[x+1]}\right)$, जहाँ [.] महत्तम पूर्णांक फलन को दर्शाता है तो f का प्रान्त ज्ञात कीजिए। **[IIT 1996]**

Q.4 यदि f एक सम फलन है जो अन्तराल(–5, 5) में परिभाषित है, तब समीकरण $f(x) = f\left(\dfrac{x+1}{x+2}\right)$ को संतुष्ट करने वाले x के चार वास्तविक मान ....,.......,....... तथा................ है। **[IIT-1996]**

Q.5 यदि फलन $f : [1, \infty) \to [1, \infty)$; $f(x) = 2^{x(x-1)}$ द्वारा परिभाषित है, तो $f^{-1}(x)$ का मान ज्ञात कीजिए।

[IIT 99]

Q.6 माना [x] = महत्तम पूर्णांक $\le x$. यदि x के सभी मान इस प्रकार है कि गुणनफल $\left[x - \dfrac{1}{2}\right]\left[x + \dfrac{1}{2}\right]$ अभाज्य हैं तथा समुच्चय $[x_1, x_2) \cup [x_3, x_4)$, से सम्बन्धित हैं। समीकरण $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$ का मान ज्ञात कीजिए।

Q.7 समिका $\left[\dfrac{3}{x}\right] + \left[\dfrac{4}{x}\right] = 5$ को संतुष्ट करने वाले 'x' के वास्तविक मानों का समुच्चय (जहाँ [ ] महत्तम पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करता है) अन्तराल $\left(a, \dfrac{b}{c}\right]$ में है। जहाँ a, b, c $\in$ N तथा $\dfrac{b}{c}$ अपने निम्नतम रूप में है तो $a + b + c + abc$ का मान ज्ञात कीजिए।

Q.8 यदि $f : R \to R - \{3\}$ फलन है जिसमें T > 0 का अस्तित्व इस प्रकार है कि प्रत्येक $x \in R$ के लिए $f(x + T) = \dfrac{f(x) - 5}{f(x) - 3}$ है। सिद्ध कीजिए कि f(x) आवर्ती है।

Q.9 फलन $2f(x) + xf\left(\dfrac{1}{x}\right) - 2f\left(\left|\sqrt{2}\sin\left(\pi\left(x + \dfrac{1}{4}\right)\right)\right|\right) = 4\cos^2\dfrac{\pi x}{2} + x\cos\dfrac{\pi}{x}$ में सिद्ध कीजिए कि

(i) f(2) + f(1/2) = 1 (ii) f(2) + f(1) = 0

Q.10 $f(x) = \dfrac{x^2 - 8x + 18}{x^2 + 4x + 30}$ के एकैकी होने की जांच कीजिए।

Q.11 फलन $f(x) = \dfrac{1}{[|x-1|] + [|7-x|] - 6}$ का प्रान्त ज्ञात कीजिए। जहाँ [·] महत्तम पूर्णांक फलन है।

Q.12 माना कि n धनात्मक पूर्णांक हैं एवं निम्न प्रकार परिभाषित है
f(n) = 1! + 2! + 3! + ... + n!,
जहाँ n! = n(n – 1)(n – 2) .... 3.2.1.
तो बहुपद P(x) एवं Q(x) ज्ञात कीजिए ताकि
f(n + 2) = P(n) f(n + 1) + Q(n) f(n), सभी $n \ge 1$ के लिये सही हो।

Q.13 $y = \sqrt{-\log_{\frac{x+4}{2}}\left(\log_2 \dfrac{2x-1}{3+x}\right)}$ का प्रान्त ज्ञात करो।

गद्यांश (Q. 14 & 15)

यदि संकेत [x]; x से बड़े या बराबर निम्नतम पूर्णांक को प्रदर्शित करता हैं तथा (.) ; x से छोटे या बराबर महत्तम पूर्णांक को प्रदर्शित करता है, तब

Q.14 समीकरण $(x)^2 + [x]^2 = [x - 1]^2 + (x + 1)^2$ का हल समुच्चय है -

(A) $\{x; x \in R\}$ (B) $\{x; x \in R - Z\}$

(C) $\{x; x \in Z\}$ (D) $\{x; x \in \phi\}$

Q.15 माना $f(x) = x + (x); x < 0$

$3x - 2(x); x \geq 0$

sgn f(x) का परिसर है -

(A) $\{-1, 0, 1\}$ (B) $\{-1, 1\}$

(C) $\{1, 0\}$ (D) $\{-1, 0\}$

Q.16 माना A, n विभिन्न अवयवों का समुच्चय है तब A से A में विभिन्न फलनों की संख्या .... है तथा इनमें से........ आच्छादक फलन है। **[IIT-1985]**

Answer Key

EXERCISE (Level-1)

1. (A)	**2.** (D)	**3.** (C)	**4.** (D)	**5.** (A)	**6.** (C)	**7.** (B)
8. (C)	**9.** (C)	**10.** (B)	**11.** (C)	**12.** (A)	**13.** (D)	**14.** (C)
15. (A)	**16.** (D)	**17.** (B)	**18.** (D)	**19.** (B)	**20.** (A)	**21.** (B)
22. (C)	**23.** (B)	**24.** (C)	**25.** (A)	**26.** (A)	**27.** (A)	**28.** (B)
29. (B)	**30.** (B)	**31.** (A)	**32.** (D)	**33.** (B)	**34.** (D)	**35.** (A)
36. (A)	**37.** (A)	**38.** (D)	**39.** (C)	**40.** (A)	**41.** (A)	

EXERCISE (Level-2)

1. (C)	**2.** (B)	**3.** (B)	**4.** (B)	**5.** (C)	**6.** (B)	**7.** (D)
8. (D)	**9.** (C)	**10.** (A)	**11.** (C)	**12.** (D)	**13.** (B)	**14.** (B)
15. (D)	**16.** (C)	**17.** (D)	**18.** (C)	**19.** (B)	**20.** (B)	**21.** (D)
22. (A)	**23.** (D)	**24.** (B)	**25.** (A)	**26.** (D)	**27.** (A)	**28.** (A)
29. (A)	**30.** (B)					

EXERCISE (Level-3)

1. (D)	**2.** (A)	**3.** (D)	**4.** (C)	**5.** (C)	**6.** (B)	**7.** (C)
8. (A)	**9.** (D)	**10.** (C)	**11.** (C)	**12.** (B)	**13.** (B)	**14.** (C)
15. (D)	**16.** (D)	**17.** (C)	**18.** (C)	**19.** (B)	**20.** (B)	**21.** (B)
22. (C)	**23.** (D)	**24.** (C)	**25.** (C)	**26.** (B)	**27.** (A)	**28.** (D)
29. (Bonus)	**30.** (A)	**31.** (D)	**32.** (B)	**33.** (B)	**34.** (C)	**35.** (D)
36. (B)	**37.** (B)	**38.** (A)	**39.** (C)	**40.** (D)	**41.** (C)	**42.** (C)
43. (B)	**44.** (D)	**45.** (D)	**46.** (B)	**47.** 18.00	**48.** 1440	**49.** (C)
50. (D)	**51.** (A)	**52.** (B)	**53.** (B)	**54.** (B)	**55.** (B)	**56.** (A)
57. (D)	**58.** (B)	**59.** (B)	**60.** (A)	**61.** (B)	**62.** (A)	**63.** 392.00

EXERCISE (Level-4)

Part-A

1. (A,B,D)	**2.** (A,B,C,D)	**3.** (A,B)	**4.** (A,B,C)	**5.** (A,B,C,D)	**6.** (A,B)	**7.** (B,C,D)
8. (A,B,C,D)	**9.** (A,B)	**10.** (B,D)	**11.** (B,C)	**12.** (B,D)	**13.** (C)	**14.** (B,D)
15. (A,B,C,D)	**16.** (B,C,D)	**17.** (A,B,C,D)	**18.** (A,B,C)			

Part-B

19. (D)	**20.** (A)	**21.** (B)	**22.** (C)

Part-C

23. $A \to R$, $B \to P$, $C \to S$, $D \to Q$

24. $A \to Q$, $B \to S$, $C \to P$, $D \to R$

25. $A \to S$, $B \to S$, $C \to S$, $D \to R$

26. $A \to R$, $B \to Q,R$, $C \to Q$, $D \to S$

Part-D

27. (A) **28.** (C) **29.** (C) **30.** (A) **31.** (A,B,C,D) **32.** (C) **33.** (C)

34. (B) **35.** (C) **36.** (C) **37.** (D) **38.** (C)

Part-E

39. 1 **40.** 1 **41.** 2 **42.** 3 **43.** 3

Part-F

44. (i) $\left[-4, \frac{-3\pi}{4}\right] \cup \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{4}, 4\right]$

(ii) $\left(-4, -\frac{1}{2}\right) \cup (2, \infty)$

(iii) $(-\infty, -3]$

(iv) $(-\infty, -1) \cup [0, \infty)$

(v) $(3 - 2\pi < x < 3 - \pi) \cup (3 < x \le 4)$

(vi) $\left(0, \frac{1}{100}\right) \cup \left(\frac{1}{100}, \frac{1}{\sqrt{10}}\right)$

(vii) $(-1 < x < -1/2) \cup (x > 1)$

(viii) $\left[\frac{1-\sqrt{5}}{2}, 0\right) \cup \left[\frac{1+\sqrt{5}}{2}, \infty\right)$

(ix) $(-3, -1] \cup \{0\} \cup [1, 3)$

(x) $\left(0, \frac{1}{4}\right) \cup \left(\frac{3}{4}, 1\right) \cup \{x : x \in N, x \ge 2\}$

(xi) $\left(-\frac{1}{6}, \frac{\pi}{3}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{3}, 6\right)$

(xii) $[-3, -2) \cup [3, 4)$

(xiii) $R - \left\{-\frac{1}{2}, 0\right\}$

(xiv) $2n\pi < x < (2n+1)\pi$ लेकिन $x \ne 1$ जहाँ n अऋणात्मक पूर्णांक है।

(xv) $x \in \{4, 5\}$

45. (i) $D : x \in R$ $R : [0, 2]$

(ii) $D = R$;परिसर $[-1, 1]$

(iii) $D : \{x \mid x \in R; x \ne -3 ; x \ne 2\}$ $R : \{f(x) \mid f(x) \in R, f(x) \ne 1/5 ; f(x) \ne 1\}$

(iv) $D : R ; R : (-1, 1)$

(v) $D : -1 \le x \le 2; R : [\sqrt{3}, \sqrt{6}]$

(vi) $D : x \in (2n\pi, (2n+1)\pi) - \{2n\pi + \frac{\pi}{6}, 2n\pi + \frac{\pi}{2}, 2n\pi + \frac{5\pi}{6}, n \in I\}$ तथा परिसर $(-\infty, \infty) - \{0\}$

(vii) $D : [-4, \infty) - \{5\}; R : \left(0, \frac{1}{6}\right) \cup \left(\frac{1}{6}, \frac{1}{3}\right]$ (viii) $\left[\frac{\pi}{4}, \pi\right)$ (ix) $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$

46. (b) (i), (iii) समरूप **48.** $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ **49.** $\left(0, \frac{5}{3}\right)$ **50.** $[0, 4)$

51. $\begin{cases} -x \ ; -2 \le x < 0 \\ 0 \ ; \ 0 \le x < 1 \\ 2(x-1) \ ; \ 1 \le x \le 2 \end{cases}$ **52.** $\left\{\frac{1}{4}\right\}$

53. $A = \left\{0, \log_3 7, \frac{129}{64}, \frac{33}{16}, \frac{9}{4}, 3, 5, 6\right\}$ तथा चूंकि f(x) एकैकी आच्छादक नहीं है इसलिए $f^{-1} : B \to A$ संभव नहीं है।

57. $f_o(x) \begin{cases} -x\tan x, & -\frac{\pi}{2} \le x \le 0 \\ -\frac{\pi}{2}[-x], & -2 \le x < -\frac{\pi}{2} \end{cases}$; $f_e(x) = \begin{cases} x\tan x, & -\frac{\pi}{2} \le x \le 0 \\ \frac{\pi}{2}[-x], & -2 \le x < -\frac{\pi}{2} \end{cases}$

58. $fog(x) = \begin{cases} -(1+x), & 1 \le x \le 0 \\ x-1, & 0 < x \le 2 \end{cases}$; $gof(x) = \begin{cases} x+1 & , 0 \le x < 1 \\ 3-x & , 1 \le x \le 2 \\ x-1 & , 2 < x \le 3 \\ 5-x & , 3 < x < 4 \end{cases}$; $fof(x) = \begin{cases} x & , 0 \le x \le 1 \\ 4-x & , 3 \le x < 4 \end{cases}$;

$gog(x) = \begin{cases} -x & , -1 \le x \le 0 \\ x & , 0 < x \le 2 \\ 4-x & , 2 < x \le 3 \end{cases}$

59. प्रान्त : [1, 2]; परिसर : [ℓn 2, ℓn 4)

60. (i) न सम और न ही विषम (ii) सम (iii) सम (iv) सम (v) विषम

61. (i) π (ii) 2 (iii) $\frac{2\pi}{3}$ (iv) 2π (v) $2^n \pi$ (vi) π **62.** $f(x) = 2x^2$ **63.** 6016

EXERCISE (Level-5)

1. (A) **2.** (C) **3.** $\left[-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{10}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{10}, \frac{\pi}{2}\right]$ **4.** A $\rightarrow$ P,R,S; B $\rightarrow$ Q,S; C $\rightarrow$ Q,S; D $\rightarrow$ P,R,S

5. (A) **6.** (B) **7.** (This question was awarded as bonus) **8.** (A,B,C) **9.** (A,B,C)

10. 119.00 **11.** (A) **12.** (C) **13.** 1.00 **14.** 19.00 **15.** (A, B) **16.** (B,C,D)

17. (C) **18.** 8 **19.** (C) **20.** (A, B) **21.**(C) **22.**(D) **23.** [51.00]

24. [5.00] **25.** (C) **26.** (A,D) **27.** 96.00

EXERCISE (Level-6)

1. a = 3 **2.** $\alpha \in \phi$ **3.** $\{x \in R \mid x \notin [-1, 0)\}$ **4.** $\frac{\pm 3 \pm \sqrt{5}}{2}$ **5.** $\frac{1}{2}\left(1+\sqrt{1+4\log_2 x}\right)$

6. 11 **7.** 20 **10.** No **11.** R – (0, 1) $\cup$ {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} $\cup$ (7, 8)

12. P(x) = x + 3, Q(x) = –(x + 2) **13.** (–4, –3) $\cup$ (4, ∞) **14.** (B) **15.**(A) **16.** n^n, n!